This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

Richtlijnen voor gebruik

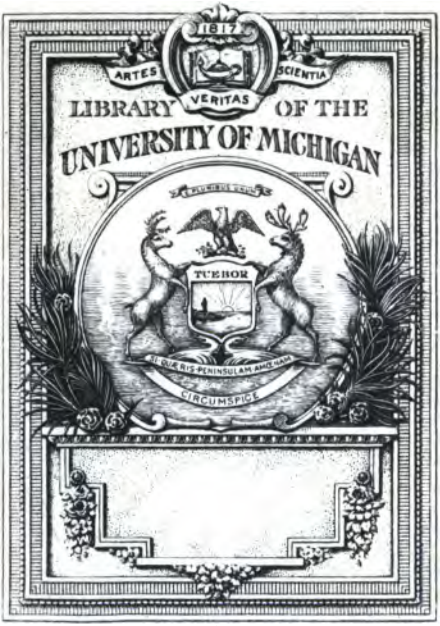
Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

+ *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.
+ *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.
+ *Laat de eigendomsverklaring staan* Het "watermerk" van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.
+ *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

Informatie over Zoeken naar boeken met Google

Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via `http://books.google.com`


1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QA
35
.H162

MATHEMATISCH ZINNEN-CONFECT,

OF

WISKUNDIGE UYTSPANNINGEN

ter beoeffeningen van het Verſtand.

Beſtaande in 574 uytgelezen en ten deele zeer konſtige Mathematiſche Voorſtellen met veele konſtige Ontbindingen en Regelen vercierd.

Allen Liefhebberen der Wiskundige Wetenſchappen, en inzonderheyd der voortreffelyke Rekenkunde, tot eene aangenaame verluſtiging en ter opſcherping van den Geeſt

voorgeſteld door

PAUL HALCKE(N)

In zyn Leven LID van de Societeit der Mathematiſche Wetenſchappen te Hamburg, en Mathematicus te Boxtehoede.

Uyt het Hoogduytſch vertaald, en met eenige Aantekeningen vermeerdert door

JACOB OOSTWOUD.

LID van de genoemde Societeit en Leermeeſter der Wiskunde te Ooſtzaandam.

Te PURMERENDE,

By PIETER JORDAAN, Boekverkooper; Ordinaris Drukker van de Stad en van 's Lands Zegel.

MDCCLXVII.

Den Vertaalder en Drukker erkennen geen Exempelaren voor egt, dan de zulke die door een van beyde eygenhandig zyn getekent.

Hist. of Sci.
Seibel
9-28-30
22354

VOORREDEN
VAN DEN
AUTHEUR.

GOEDGUNSTIGE LEZER.

'T Is nu (*a*) in 't 25ste Jaar dat ik de *Meisneriaansche-Kunstspiegel* met myn Ontbindingen in 't ligt gaf, welk werk door my om zoo te spreken in myn leer Jaaren vervaardigt is; dan schoon ik te vooren maar weynig geoeffent was, en by deszelfs Solvering menig Konstgreep daar uyt geleerd heb, en het desweegen op veel plaatzen te verbeteren was geweest, is het nogtans van alle kundige gewild, en zelfs hooger geschat als het myns bedunkens waardig is, waar over ik door dezen myne dank betuyge, en my verpligt vinde hun verder na myn vermogen dienst te doen.

Ik had ook daar by belooft om met 'er tyd een zogenaamd *Drievoudig snoer* te vervaardigen en in 't ligt te geven, waar in de drie Hoofdeelen der *Mathezis*, als *Arithmetica*, *Geometria* en *Astronomia*, op het best mo-

(*a*) te weten A°. 1719.

gelyk zoude te famen gevoegt en uytgevoerd worden, en wel doorgaans met volledige Oploszingen. In 't tweede Deel was myn voornemen nevens de *Geómetrifche Practyk*, de voornaamfte *Theoremaas* en *Propofitien* van *Euclidis* die in 't gebruyk het meeft voorkomen te verklaaren, nevens veel konftryke Voorftellen. In 't Derde Deel zoude men nevens andere zaaken, ook gevonden hebben, nieuwe en accuraate *Aftronomifche* Tafelen ter berekening van de Zon en Maan Eclipzen, als ook de loop der Planeeten en wat daar toe behoort. Voert men my het Spreekwoord te gemoet, *Beloften maaken fchuld*, zoo antwoord ik daar op, dat zodaanige beloften altyd gefchieden onder zekere voorwaarden, namelyk, zoo men niet door gewigtige redenen verhindert wordt. Zie hier de myne.

De *Duytfche Euclides* van de Heer *Henrich Meisner* was toen ter tyd meerendeels ter Drukperze gereed, en ik wilde het uytkomen van dien eerft afwagten. Nu zal de geeerde Lezer niet onbekend zyn wat moeyte 'er aangewend, en hoe menigen voorflag 'er gedaan is om dit voortreffelyk Werk in 't ligt te brengen, doch alles te vergeefs; daar zyn meer dan twintig Jaaren verloopen dat deze *Euclides* op iemand gewagt heeft die de

koften

kosten der uytgaave wilde draagen, tot dat eyndelyk die groote Man is komen te overlyden, waar door het nu zeer bezwaarlyk te voorschyn zal komen. Was heb de Liefhebbers ernst geweest wat byzonders te hebben, zoo behoordenze de gedaane voorslaagen (die doch tot hun voordeel ingerigt waaren) niet van de hand gewezen te hebben, om een weynig geld tot de Druk te fourneren waar voor zy in 't gemelde Werk de beste Kern van zyne Kunst-stukken met volkomen verklaaringen zouden gevonden hebben.

Doordien ik gezien heb dat het met 't genoemde Werk zoo bezwaarlijk ging, en 'er slegte hoop was om in 't ligt te geraaken, heb ik niet konnen overgaan om het *Drievoudig Snoer* te vervaardigen, en in orde te schryven, alzoo ik ligt het Facit konde opmaaken dat het zelve niet beter zoude slaagen als de meer genoemde *Euclides*, niet tegenstaande ik geduurig daar toe stoffe had verzameld, Wanneer ik naderhand aan het Almanak schryven geraakte, en op 't Jaar 1697 myn eerste Almanak uytgaf, (*a*) en daar mede tot heden continueer, vond ik my genoodzaakt het *Drievoudig Snoer* eenigen tijd aan een zyde te leggen, doch met voornemen om het zelve ter

(*a*) *Romulus*, de Stichter van *Rome*, maakte den eersten *Romeynschen* Almanak.

gelegener tyd weder by de hand te nemen; schoon ik in veel Jaaren om genoemde reden daar aan weynig gedaan heb.

Zie daar Konstlievende Lezer de oorzaak waar door dit Werk, daar zoo veel na gevraagd is, is agter gebleven. Men is wel verpligt zyn Naasten dienst te doen, en zyn beloften na te komen, maar zoo ver het doenlyk is, en dat men zig deswegen buyten schade houd, want het was niet raadzaam zulk een Werk opeygen kosten ter Drukperze te geven, dewyl men geen gelegenheyd heeft het zelve naderhand aan de man te helpen, nog om het op vreemde Plaatzen te verhandelen: zulks is best voor de Heeren Boekhandelaaren, en egter willenze niet gaarn aan de kosten, om dat zulk soort van Boeken ieders gading niet zyn, daar van komt het dat de meeste Konstwerken in 't verborgen blyven leggen, gelijk men ziet aan de gesolveerde *Meisneriaansche Konst-keten* van de Heer *Joh. Henning Bölckens* en andere meer, en zoo de Societeit de uytgaaf van dit Werk niet bevordert had, was het mogelyk ook nooit in 't ligt gekomen.

Om egter myne beloften eenigermaaten na te komen en de Lief hebbers iets ter gedagtenis na te laaten, ben ik al over eenige Jaaren voornemens geweest in plaats van het vo-

rige

rige een kleynder Werk uyt te geven, doch daar zyn tusschen beyden zoo veel hinderpaalen voor gekomen dat het tot hier toe gedraalt heeft. De geëerde Lezers zullen ligt ontdekken waarom ik de Naam van *Zinnen-Confect* aan dit Tractaatje heb gegeven; want gelyk de Confituuren een delicatesse voor de mond en een streeling voor de smaak zyn, alzoo zal dit Werk na onze gedagten ook de Zinnen streelen en den Geest verlustigen; voornamelijk van hun die meerder vermaak vinden in Kunst-stukken dan in de heerlykste Confituuren. 't Geeft een zonderlinge blydschap en vergenoeging wanneer men een konstig Voorstel ontbindt, en het verborgene te voorschyn brengt; gelyk wanneer men een Slot daar veel ster-kruyszen in zyn met een daar toe dienstige Sleutel open maakt. Integendeel marteld men den Geest af wanneer de Solutie niet wil vlotten en men de verborgen weerhaaken niet kan vinden of te voorschyn doen komen, doch men moet geen zwaarder Steenen aangrypen als men heffen kan, en niets boven vermogen ondernemen. Men leest dat een Herder van een ongemeene groote sterkte, *Titormus* genaamt, zyne kragten aan een grooten en zwaaren Steen beproefde; eerst hield hy zig bezig om dezelve met de hand te bewee-

 gen

gen en om te wentelen, daar na dezelve op te heffen en tot aan de knie te brengen, vervolgens tot aan de Borst, eyndelyk heeft hyze op de schouder gebragt en een halve Myl gedraagen, welke Steen de sterke *Milo Crotoniates* niet eens konde beweegen. Zoo als deze Herder met de groote Steen te werk ging moet men ook met alle zwaarschynende Kunststukken doen, men moet 'er zoo lang aan arbeyden en zig in oeffenen, tot dat menze magtig wordt en tot een behoorlyke Solutie brengt: en als men het werk volbragt heeft zal men dikwils verwondert staan dat men de regte greep niet eerder gezien nog waargenomen heeft.

Wat dit Werk betreft; ik heb ten dienste van de Leerlingen goed gevonden in de *Voorbereyding* de gantsche grond der *Algebra* voor te stellen, en schoon zulks kort en in weynig Bladen begrepen is, ben ik egter verzekert dat het genoeg zal zyn om eene behoorlyke aanleyding tot alles te geven; elk Liefhebber kan het met meerder Exempelen uytbreyden om door zulken oeffening in allendeele des te vaster te worden.

De Regelen van de *Quadraat* en *Cubicq-Æquatien* heb ik na myn beste vermogen zoo duydelyk en verstaanbaar ingerigt datze een

ieder

ieder in zyn geheugenis kan bewaaren, het welk men van de laatste tot hier toe voor onmogelyk heeft gehouden om dat men by dezelve altyd een Model voor zig moest hebben. Dan dewyl ik behalven de Hooft-Regel nog drie andere wegen heb aangewezen tot de *Cubicq-Æquatien*, zoo zal een verstandig Konstenaar ligt gewaar worden welke van dezelve als de bekwaamste moet ingeslagen worden, in zonderheyd wanneer hy beyde de Voorbeelden Pag. 94 en 95 nauwkeurig beschouwd. De *Vier-kants-vierkante Æquatien* zyn ook zeer klaar en duydelyk voorgesteld, en wanneer men volgens de gegeven Regel te werk gaat zoo zal men dezelve daar door, voor zoo ver het mogelyk is, in twee vierkante konnen verdeelen.

Ik ben in vertrouwen dat my de Liefhebbers wegens de nieuw uytgevonden Regel van *de hooge Æquatien in 't gemeen*, wanneer dezelve eerst regt onderzogt en geëxerceert word, zullen bedanken, dewyl zoo ver de mogelykheyd zig uytstrekt dezelve klaar en duydelyk ontdekt is. Maar wanneer iemand de hooge *Æquatien* in groote en onhandelbaare getallen wilde voorstellen, gelyk ik wel gezien heb, die mag dan ook daar by goede en practicabele Regelen geven om dezelve te ontbin-

 den,

den, anderſints moet men 't voor pochwerk en windbuellery agten, want het is wat anders iets op te geven, en wat anders zulks door geregelde konſt op te loszen.

De Vraagſtukken in dit Werk zyn meerendeels dezelve die in het *Drievoudig Snoer* bedoelt waaren. Maar gelyk een Deſert niet geheel in koſtbaare Confituuren, menigerleye ſuykerwerken en andere rariteiten beſtaat, maar ook uyt Tuynvrugten, als Appelen, Peeren, Druyven en diergelyke, zoo heeft men hier ook niet enkel hooge en zonderlinge Kunſtſtukken voorgeſteld, maar het grootſte deel beſtaan uyt gemene en ligt begrypelyke dingen, op dat de Liefhebbers, wanneerze de laage Voorſtellen ontbonden hebben, het daar na ook met de hoogere mogen waagen. Het *Arithmetiſch Zinnen-Confect*, waar van het meeſte is, is in onderſcheydene Schotels opgedraagen. Ik wil zeggen dat het in verſcheyden Afdeelingen beſtaat, en daar van kan ieder kiezen het geen beſt met zyn zinnelykheyd overeenkomt.

De onbepaalde Voorſtellen nemen zonderling den Geeſt in, en wie zig eens regt daar aan gewend die zal naderhand het overige zoo wel niet ſmaaken: zulks mag men ook zeggen van de Voorſtellen aangaande het *Maxi-*

mis

mis & Minimis die voor 't grootste gedeelte wel weynig arbeyd maar des te meer oplettenheyd vereysschen. Van het overige zal ik niets melden; elk kan zien wat hem best aanstaat. Daar zyn ook eenige Voorstellen in Rym ter gedagtenis van myn voordezen getrouwen Leermeester, de Heer *Henrich to Aspern* bygedaan, die meerendeels door hem vervaardigt zyn. Ik had nog meer van dezelve konnen bybrengen, maar om de plaats te bezuynigen, zynze agter gelaaten. Ook heb ik verscheyden Voorstellen die ik van goede Vrienden heb bekomen tot hunner gedagtenis hier bygevoegt. By de gene die ik uyt *Diophantus* heb ontleend, is de Ontbinding by gedaan. De *Geometrische* Werkstukken zyn juyst niet van hooge kunst, doch daar konnen egter eenige onder zyn die opmerking vereyschen, en des Konstlievenden Lezers onderzoek verdienen: ook zyn 'er eenige onbepaalde, als mede van de *Grootste* en *Kleynste* ondergemengt, met dat oogmerk om de zelve niet zoo zeer *Geometrice* als wel *Algebraice* te ontbinden. Van 't *Astronomische* heb ik het minste bygebragt; doch wanneer men de Voorstellen van N°. 540 en die 'er volgen, door regtlinische *Triangelen* en *Algebraische* Rekening bewerkt, zal men bevinden datze niet alleen vermaak-

lyk

lyk maar ook eenigermaaten konstig te ontbinden zyn. Sommige goede Vrienden hadden wel gaarn gezien dat myn nieuwe *Astronomische Tafelen* ter berekening der Hemelsche Lichamen hier ook waaren by gedaan, maar doordien dezelve op zoo kleynen Formaat niet konnen geplaast worden, heb ikze moeten agterhouden, en schoon het doenlyk was geweest zoudenze doch het Werk te zeer vergroot hebben.

Mogelyk hadden deez' of geene liever gezien dat dit Werk doorgaans verklaart en met volledige Solutien was in 't ligt gekomen, doch dezulke dienen indagtig te zyn dat het dan nog meer als eens zoo groot was geworden, en wanneer ik van zoo een voornemen was geweest had ik in plaats van dit het *Drievoudig Snoer* wel geheel konnen vervaardigen. Men behoorde in tegendeel welvergenoegt te zyn dat men hier zoo veel onverklaarde en ten deele geheel nieuwe zaaken tot vermaak en oeffening vind waar door men het vermogen van den Geest kan toetzen, en menig een vind meer genoegen in konst-stukken die hy zelfs ontbind dan daar de verklaaring is by gevoegd. Men rekent de Nooten ook tot het Desert of nageregt, en veele zullen dezelve weynig agten wanneerze het vermaak niet hebben omze

zelfs

zelfs te kraaken; en schoon 'er eenige wat hard zyn om te byten zoo rekent men egter zulks niet wanneer 'er maar een zoete Kern in verborgen is: ook heeft men hier toe dienstige Nootekrakers waar door dezelve zonder moeyte gebroken worden. Alzoo zyn ook de eygen vindingen veel aangenaamer dan het geen men zonder moeite bekomt. Op dat de Liefhebbers van gelykzoortige zaaken niet walgen zoo heb ik veel veranderingen opgedischt. Men vind hier niet alleen *gecomponeerde* maar ook ten grooten deele *gefingeerde* Voorstellen. Door *gecomponeerde* Voorstellen verstaat men zoodanige die uyt zekere getallen en alvorens bekende *Facits* vervaardigt en gecomponeerd zyn. Door *gefingeerde* Voorstellen worden zoodanige begrepen die na welgevallen gefingeerd en verdigt worden, en daar het *Facit* alvorens niet bekent is. By deze laatste heeft de Konstlievende Lezer even het zelve, ja nog grooter voordeel, dan ik gehad heb, door dien ik dezelve van te vooren heb moeten ontbinden om het *Facit* daar by te zetten: by sommige heb ik, om 't raaden voor te komen, het *Facit* agter gehouden op dat de ontbindingen vry en onbedwongen mogen zyn. 't Gebeurt ook menig een dat hy somwylen hooge en zwaare zaaken van te vooren heeft uyt-

ge-

gewerkt, en égter daar na de kleyne dingen niet kan vinden, waar van men wel voorbeelden kan bybrengen, 't gaat zulke even als de Reyzigers die op hunne reyzen de Alpen en andere hooge Bergen zyn over geklommen en eyndelyk voor kleyne Heuvelen ſtaan blyven; daarom moet men geen kleyne dingen veragten, want daar kan onder ſommige wat zonderlings verborgen zyn. Wie overzulks iets regt begeert te ontbinden, die doet het veyligſt dat hy alvorens de zaak wel overweegt en de grond navorſcht: wanneer men dan alles wel heeft gevat en doorgrond, kan men onverhindert tot de Solutie overgaan en het verborgene voor den dag brengen, het welk menig Konſtbegeerige, byzonder in ſcherpzinnige dingen, veel aangenamer is dan Geld en andere koſtbaarheden.

De geëerde Lezer gelieve dit kleyn Tractaatje goedgunſtig te ontfangen en 't niet naar zyne groote maar volgens zyn inhoud te waardeeren, dat doende ben ik in vertrouwen dat hy daar over eenigzints zal voldaan zyn, maar zoo dit tegen myne verwagting anders mogte uytvallen, en dat hy daar in niets zonderlings tot zyn genoegen konde vinden, dan denke hy dat wy alle Menſchen zyn, dat ieder zyne zwakheyd heeft, en dat in deze onvolmaakt-

heyd

heyd niets volmaakts te vinden, maar naar de leere van *Paulus* alles ten deele is, tot dat het volmaakte zal gekomen zyn, wanneer het geene ten deele is te niete gedaan zal worden, en wy even als de heylige Engelen niet alleen de Konsten en Wetenschappen zonder zoo veel moeyte volkomener zullen begrypen, maar ook den Drieëenigen God op de volmaakste wyze gelyk Hy is, van aangezigte tot aangezigte zullen aanschouwen, en Hem met alle Engelen en Uytverkoorenen toebrengen den lof, eer en heerlykheyd tot in eeuwigheyd,

A M E N.

DE VERTAALDER aan den LEZER.

Ik behoef van de zaakelyke inhoud dezes Werks weynig te zeggen, alzoo onzen Autheur in zyn Voorreden daar over niet bekrompen is geweest; alleen durf ik de Liefhebbers verzekeren datze hier veel ongemeene en nieuwe Voorstellen zullen vinden die men by andere Autheuren te vergeefs zoude zoeken. Ik heb het Werk doorgaans in dezelve orde gelaaten als het van *Halcke* geschikt is, uytgenomen dat ik in plaats van de oude Cossische Caracters of tekenen alom de nieuwe gebruyk, en daar ik het noodig agtede heb ik 't met eenige Aantekeningen opgeheldert. De Titel is merkelyk ingekort om dat men hedendaags minder aan den Gevel schryft dan het Gebouw in zig bevat, doch de naam van *Zinnen-Confect* heb ik niet verandert door dien het dus by de Liefhebbers bekent is; anders zou *Wiskundige Uytspanningen* alleen by de Nederlanders meer eygen zyn. De Geoeffende konnen dit Tractaatje als zoodanige Uytspanningen gebruyken, en het kan den Leerling verstrekken tot bevordering in deze Wetenschappen, ten welken eynde het vertaald word uytgegeven door

JACOB OOSTWOUD.

OOSTZAANDAM
den 4 Augustus 1767.

OP-

OP HET MATHEMATISCH ZINNENCONFECT Van PAUL HALCKEN,

Uyt het Hoog-in 't-Nederduytſch vertaald
Door

JACOB OOSTWOUD.

Mathematicus te Ooſtzaandam,
En
Medelid der Hamburgſche Societeyt der Mathematiſche Wetenſchappen.

Geen hoogmoed op de kunſt, maar vriendſchap dreev my aan
Om voor dit Kunſtjuweel de hand aan 't werk te ſlaan,
Want ſchoon myn Legerſtee waar gantſch met *waſch* beſtreeken
Zoo maakte ik toch geen Vers dat vry was van gebreeken. (*a*)
Dat *Halckens* hooge Geeſt 't Genoodſchap (*b*) in der daad
Geſtrekt heeft langen tyd, tot geen gering cieraad,

** Als

(*a*) Letterk. verl. van *P. Nieuwland* 1 d. p. 484, H. 1552.
(*b*) Het Kunſtgenoodſchap der loff 'lyke Rekenkunſt te Hamburg, daar onze Autheur in zyn leven een Lid van was. Mathem. Lievhebb. 2 de Duyz. No. 151.

Als in de Rekenkunst, ten hoogen top, verheven,
Is een getuygenis, van hem, voor lang gegeven.
't Lust my niet om den roem van deze Rekenheld
Voor ses-en-dertig Jaar door 't stervlot neergeveld (c)
Zoo ver myn kragt vermag, ten top van Eer, te
haalen;
Dit was de gulde Zon, slegts in 't verschiet, te
maalen:
'k Behoev geen Violier, noch lieffelyke Roos,
Te stroyen op zyn Asch, neen dat is noodeloos;
Want wie dit Boek doorleest, moet zynen maaker
roemen
Ten zy men durvt bestaan, den sneeuwvlok zwart
te noemen:
't Cieraad waar veel te min of ik met al myn kragt,
Tot luyster van het werk, een enk'le pluym aan-
bragt;
Het stil gebeente zoude in 't Grav zich noch verroe-
ren
Wen ik die Eerkroon schond, die hy zoo vry kan
voeren.
Wierd *Paul Halckens* werk van elk niet hoog geagt,
Daar was, naar zynen dood, veelligt, nooyt aange-
dagt.
Dan 't is in 't Nederduytsch gebragt voor ieders oo-
gen,
Wie spilde zoo den tyd, geen wyze zou 't gedoogen.
Maar neen, dit heerlyk werk, 't geen 't Rekenschool
bemind,
Verantwoord hier zich zelv, 't is daar in dat men
vind
De sterkste denkens kragt, die ons kan bezig houwen;
Zy is een wetsteen voor 't vernuft, in 't diep be-
schouwen,
En

(c) *Marci*, Appendix agter zyn Rekenkunstigspel P: 80.

En levert aan den Geest een schat van wetenschap,
Die onuytputbaar is, zy leerd van trap tot trap
Schoon 't somtyds moey'lyk is; Men kan hier gronden leeren
Die onverwrikbaar zyn, de kundigheyd vermeeren:
't Is merg als uyt het pit, en welgemengd met zout
Waar door het smaaklyk blyvt en zyne kragt behoud.
Is men een leereling, in stelkunst onbedreven,
Of, op den wech verward, hier is zy net beschreven,
Hier word men by de hand geleyd van stap tot stap
Langs 't steyl doch roemryk spoor van deze Wetenschap,
Zy leerd ons in het kort, door wel te samen binden
Der vergelykingen, het onbekende vinden.
Myn Held licht in dees Kunst ons op het helderst voor;
Ik volg hem onbeschroomd in deezen op het spoor.
Volmaakter leerwyz' moet een Ed'le ziel behaagen,
Uyt deezen voorraad zal men ryke winsten draagen.
Myn *Halcken* leerd niet slegts alleen het eerst begin
Van het ontbindings werk, maar dringt veel dieper in
Den Aart van de Algebra, en toest heur sterk vermogen
In allerley geval; Ja heeft die opgetogen
Tot eenen hoogen trap. Hy leerd de rekening
Van 't mog'lyk grootst en kleynst, dat voor een Aardeling
De grootst der Kunsten is, om 't kleynste stip te naaken
En hun bepaald verstand, zoo 't konde te volmaaken.

Schoon de Oudheyd roemen dorst op *Gebers* regel
veel (*d*)
't Is te onregt, ze is alleen bekend in 't minste deel
Van deeze wetenschap. Men sprak niet in die daagen
Van dat verhevene, 't geen hier word voorgedraagen.
Doorloop ik *Halckens* boek, het Logaritmital
(Een rekenwyze, die, in menig een geval,
Den noesten Rekenaar ontlast van moeylykheden,
Door menigvuldiging en deelingen, geleeden)
Is hier berekend, langs een wech, door hem gegaan
Tot vinding, ligter, als 'er, voor hem, was gedaan.
Verdient dezulke lof, wil elk zyn roem vermeeren,
Die vlyt en lust bezit, om kunst by kunst te leeren
Wen hy ter toetze brengt 't vermogen van zyn ziel
Al is 't dat hem de taak, op 't laatst te zwaar beviel,
En de arbeyd staaken moet, hy heeft zich wel ge-
kweeten;
Die nooyt iets onderzoekt, zal doorgaans weynig
weeten.
Zoo doet myn *Halcken* hier, wen hy den Quadra-
tuur
Des Cirkels ons beschryft, schoon op dit eygen uur
Van niemand net bepaald, hoe dikwerf voorgege-
ven! (*e*)
Neen, dit oneyndig kleyn heeft niemand regt be-
schreven
Dees

(*d*) Er zyn der geweest die meenden, dat, de Wysgeer *Geber* de uytvinder van de Algebra was.

Geber leefde om 't eynde der zevende Eeuw, was een Griek van geboorte, een zeer beroemd Wiskonstenaar. Zie *Cardanus* de subtilitate *Vossius*, de Mathem. C: 35

(*e*) Na hem. Liefh. 2 de Duyz. No. 382. Europ. Staat-Secretaris Dec. 1765. Pag. 710.

Dees Held in 't Rekenſchool wie die bedaagde (*f*) veel
Begroete, leed niet dat haar rok in eenig deel
Geſchonden wierd, de Wiskunſt moeſt hy niet vergeeten,
Dees is haar groot cieraad, dees moet een ieder weeten,
Hier in toond hy vernuft (*g*) en brengt naar eyſch by één
Een keur van nutte ſtof ten dienſte van 't gemeen:
De Ed'le Wiskunſt geevt een hebbelyk vermogen,
Dat hy geen waarheyd kend, dan die hy ziet betoogen.
Die kunſt die aan den menſch gelegenheden ſchenkt
Dat hy zyn Geeſt beſchouwt, en aan zyn grootheyd denkt:
Ja 't is dees groote kunſt, waar door men kan verkrygen
Een zuyv're denkens kragt, om van dees Aard te ſtygen
Ver boven 't ondermaanſch, die zyne reden ſterkt,
En het verſtand verlicht, het flaauw begrip bewerkt.
Volg ik myn *Haickens* ſpoor dan leer ik een der deelen (*h*)
Van d' Ed'le Sterrekunſt, door welkers kennis veelen

 Be-

(*f*) Doelende op de afbeelding der Rekenkunſt.

(*g*) *Vernuft* bekend by de Meetkundige eene juyſte waarneminge aan eene Meetkundige gelyk of ongelykheyd der Figuuren, in die weetenſchap gebruykelyk.

(*h*) Namentlyk dat deel, hoe het Wereld gebouw zich voor onze Oogen opdoet, wanneer wy het zelve van onzen Aard-kloot beſchouwen.

Behouden lyf en goed, in eene woeste zee,
Door kundschap van het land, of bank, of klip,
of ree,
Wen zy my onderwyst, hoe men de plaats bereken
Der Hemellichten, elk, in zyn byzonder teken,
Van hunnen Dierenkring, daar veelen in het rond
Zich drayen om heur As, in juyst bepaalde stond;
Ze ondekt my wyders die verbaazend' groote bollen
Die zoo geregeld (in het ydel) drayend rollen
Rontom de goude Zon, terwyl die Oceaan
Van vuur, in 't middenpunt blyvt onbeweeglyk
staan;
Ik sta verwondert op het zien van deze dingen,
Verbyster schier my zelv, in veel bespiegelingen,
En loov Gods Almagt, die het alzo kunstig schiep,
Zoo juyst in orden houd, als Hy 't te samen riep.
Zie dus myn Landgenoot, een aantal van veel din-
gen
In een en 't zelve boek, die door veranderingen
Van stof u bezighoud, tot aan het eynde toe;
Dit schreev myn *Halcken* in 't vermaaklyk *Boxtehoe*,
Een keurige landsdouw geevt eenen Confituur
Dat door de zinnen dringt, daar 't als een Geni-
tuur (*i*)
Zyn werkingen verrigt en zyne vrugten geeft,
Waar door men regt als mensch, in deze wereld
leeft,
Zoo schept me in iemands werk na zyne levens da-
gen,
Somtyds de Nyd ten spyt, een lust en welbehagen.
Dees Schryver tans op nieuw een dubb'le roem be-
haalt
Nu zyn uytmuntend werk in 't Neerduyts is ver-
taald, Heb

(*i*) Een Zaad.

Heb dank myn Amptgenoot, heb dank van my en allen,
Die ooyt, met eenig lust, 't vermogen der Getallen
Slegts in haar eerst begin met smaak heeft nagespeurd,
Myn, en ons al'er moed word vrolyk opgebeurd,
Daar men dit treff'lyk stuk in onze taal kan leezen:
Heb dank, noch eens heb dank, voor 't werk dat in zyn weezen
Aan u veel arbeyds kost, door al uw bezigheen,
Doch vlyt om nut te zyn zag door die tegenheen.
Alleen een laage ziel laat ligt zich tegenhouwen
Door geen of weynig werk, maar die een zaak beschouwen
In haar waardy en aart, en zoo 't gezigtpunt treft
Zal nimmer moeyte ontzien, om dat hy 't nut bezeft.
Dit was het eygen stip, 't welk u ten spoor verstrekte,
En dat uw noeste vlyt gestadiglyk opwekte,
Uw groote ervarenheyd, al overlang vermaard,
Van 't schatryk West tot daar den Indostaan (*k*) verjaard.
Uw breyn zoo wel doorkneet van 't nutst der wetenschappen
Dier Ed'le Wiskunst en der tallen eygenschappen,
Dat leverde myn Geest een overvloed van stof,
Om uyt te weyden, in uw welverdiende lof,
Hier kreeg myn Pen eerst vaard, mogte ik uw eer opzingen,
Uw oordeel en vernuft, waar door gy in kunt dringen

 Tot

(*k*) *Indostan* is het rijk van den grooten Mogol, 't grenst noordwaarts aan 't Aziatisch Tartaryen &c.

Tot 't innigst van de kunst, doch 'k kwetste uw zedigheyd,
Zoo ik ten toppunt ging, en waarom meer gezeyd?
Dit boek, door kundigheyd uw speelpop, zal u roemen,
En waar de kunst ooyt bloeyd zal men ook *Oostwoud* noemen.
Wees lang gezond in vreed: volduurd op deeze wys,
Om allen goed te zyn, leev uwen God ten prys!
Zoo zal men na uw' tyd uw roem noch meer vergrooten
En regte' een Eerzuyl op uyt best Metaal gegooten.

PIETER JOFFER.

Schoolmeester en Voorzanger
te
OOSTZAANDAM.

Anno 123213 toen de Zon
was 27 : 54 in Gemeni.
Talletters 1230.

OP

OP HET ZELFDE.

'T Weetlievend' *Neêrland* had, van HALCKENS *zin-Banket*,
Den zoeten ſmaak ontfangen;
De proefjes, nu en dan op onzen diſch gezet,
Die voedden ſteeds 't verlangen,
Naar 't volle kunſt-geregt;
Geen mind're kunſt-ſchat, als in HALCKENS ſchrand're blaaden,
Daar *Duytſchlands* roem in legt,
Vervat is, was in ſtaat ons' weetluſt te verzaden.

Nu ziet myn Landgenoot, met vroolyk handgeklap,
Voldaan aan zyn begeeren,
Die de ed'le Wiskunſt bragt op een verheven trap,
Om kennis te vermeeren,
Spreekt nu in onze taal,
Het Duitſche kunſtwerk, lang der kenn'ren luſt en leven,
Daar nyd vergeefs op ſmaal',
Word, in Neêrduitſch gewaad, ons in deez' blaên gegeven.

Kunstminnaars staan verrukt, treên zy in dezen Hof,
Daar keur van bloemtjes pryken;
Deez' Lusthof voor 't verstand verleend ons ruime stof,
Om kennis te verryken;
Hier heeft me een effen baan
Om in het diepst' geheim der Wetenschap te dringen;
Gy vind in weinig blaên,
Een keurige overvloed van kunstoefspiegelingen.

Wat krans past nu uw hoofd? myn nyv're Vriend OOSTWOUD!
Uw vlyt, in snipper uuren
Bezorgde ons dit kleinood. Een Werk dat nooit veroud,
Maar de eeuwen zal verduuren.
Uw maand'lyksche arbeid heeft
Den lust tot oeffening ontvonkt, in *Neêrlands* braaven,
Nog rust gy niet, maar geeft
Aanleiding om dat spoor aanhoudend op te draaven.

't Gaat wel, myn Vriend! 't gaat wel, men ziet in 't Vaderland
De nutte Wiskunst bloeyen;
Tot zulke *Uitspanningen ter oeff'ning van 't verstand*,
De lust en liefde groeyen;
't Kunstkweekend' HAMBURG regt
Voor U een *eerzuil* op. Daar ziet me uw kunst waardeeren,
T'wyl men hier lauwren vlecht,
En u, van elk die Tel- en Stelkunst mint, ziet eeren.

ALBERT VRYER.

OP HET ZELFDE.

Komt hier nu die de Konst beminnen,
Ziet dit Confect voor onze zinnen,
Geheel voltooyt, en opgedist:
Hier kont gy fraye regels vinden,
Die alles kort en klaar ontbinden,
't Wordt uyt de grond hier opgevist.

Men zag dit Werk by kleyne stukken, (ken,
Voor 't Maand'lyks Nieuws der Scholen Druk-
In 't Mathematisch Liefhebb'ry:
Waar door de Lust van veele vrinden,
Om stoffen van dien aart te ontbinden
Wierdt opgewekt, met die van my.

Ik volgde 's Maands met myn gedagten
Dit nuttig Werk, en bleef verwagten,

Een

Een Boekdeel op zig zelfs hier van:
Maar ik vond my wel haast bedrogen,
Ik zag niet meerder voor myne oogen,
De blaadjes van dien schrand'ren Man.

Dit deed my dugten, ik na deezen
Dit nooit zou konnen zien of leezen,
Geheel in 't Nederduytsch vertaalt:
Maar zie hier, die de Konst beminnen,
't Confect voltooyt. Kom trèe maar binnen,
Kiest uyt, tast toe, uw hart ophaalt.

Hier gaat men ons den tafel dekken,
Zou dit geen graagte in ons verwekken?
Daar men hier Spys en na-desert
Op 't keurigst voor ons op ziet dissen,
En zwaare stukken hier beslissen,
Zeer duyd'lyk, klaar en onverwert.

Heb dank Oostwoud, die van deez' schryver,
Ons door uwe onvermoeyde yver

Dit Werk hebt in 't Neerduytſch gebragt:
Leev' lang gelukkig, geeft meer Boeken,
Waar in men Wetenſchap kan zoeken,
Zoo blyft uw roem, by 't na-geſlagt.

A^N. VISSCHER.

OP

OP HET ZELFDE.

Algebraisten dankt *Oostwoud*, die *Halckens* Werk
In 't Neêrduytsch kleed vertoond; Hier vindt g' een heerlyk perk
En Bloemhof, voor die lust in rekenboeken vinden:
Hier leert men, hoe te ontbinden
Getallen, vraagen na de regels van de Kunst;
Dit Werk verdient de gunst;
Wiskunstenaaren leest en ziet hoe ver de trekken
Van nyveren *Oostwoud* uyt dezen zyn te ontdekken.

ex Amicitiâ.

Berigt voor den BINDER.

De Figuuren No. 1--4 moeten agter aan Pag. 525 geplaast, en al het wit daar aan gelaten werden, op dat dezelve na buyten komen uyt te slaan.

PAUL HALCKENS MATHEMATIS ZINNEN-CONFECT.

VOORBEREYDING.

WAar in men de *Liefhebbers* in 't gemeen, doch voornamentlyk de *Aankomelingen* in 't byzonder den *Disch* zal dekken, daar op in 't vervolg de *Confituren voor de Zinnen* zullen gebragt worden.

PRINCIPIA ALGEBRAICA, of *Stelkundige Beginselen.*

Wy geven de *Specien* met regt de voorrang, als zynde de Grondvesten van het gantsche *Algebraische Gebouw.*

NUMERATIO of (*a*) DESIGNATIO.

Benaming en Verklaring der *Algebraische Characters* en Tekenen, nevens het gene daar by is aan te merken.

o.N. *Numerus absolutus* betekent een gemeen, los of ledig Getal.

(*a*) *Afteekening.*

1. ℞. *Radix* of Wortel, betekent een Linie, of de zyde van een Figuur; dezelve word ook afgebeeld door *a*, *b*, *c*, *x*, *y*, *z*, of door een andere willekeurige quantiteit.

2. ʒ. *Zensus*, of het *Quadraat* des vorigen *Radix*, is een Vlak, wiens lengte en breete gelyk zyn; men tekentse ook met *aa*, *bb*, *cc*, of *xx*, *yy*, *zz* &c.

3. ȼ. *Cubus* is een Lichamelyk Figuur van gelyke hoogte, breete, en lengte, als een Teerling; wiens afbeelding ook is a^3, b^3, c^3, of x^3, y^3, z^3 &c.

4. ʒʒ. *Zens de Zens* of *Quadratum Quadraat*; dese, en de volgende, tekent men slegts af volgens haare maat of vermogen, dewyl men desselfs Figuur niet zoo ligt kan voorstellen; egter is dezelve niet swaar te begrypen, want se bestaat in een langwerpig vierhoekig Lichaam, daar zoo veel *Cuboos* aan malkander gevoegt zyn, als ieder zyde Punčten lang is; of het is een *Quadraat* daar op ieder Ryge of Zyde zoo veel *Quadraten* zyn als ieder Zyde-Punčten lang is; in de Rekening met Letteren steld men a^4, b^4, c^4, of x^4, y^4, z^4 &c.

5. ß, *Sursolidus* of ook a^5, b^5, c^5, x^5, y^5, z^5 &c.
6. ʒȼ, *Zensicubus*, of a^6, b^6, c^6, x^6, y^6, z^6.
7. Bß, B *Sursolidus*, of a^7, b^7, c^7, x^7, y^7, z^7.
8. ʒʒʒ, *Zens-Zens de Zens*, a^8, b^8, c^8, x^8, y^8, z^8.
9. ȼȼ, *Cubus de Cubo*, a^9, b^9, c^9, x^9, y^9, z^9.

en zoo voort tot in 't oneyndige.

Waar by is aan te merken, dat de voorste *Characteren* ℞, ʒ, ȼ, ʒʒ. ß &c. de oude

tekenen worden genaamt, om dat onse Voorvaderen zig van dezelve hebben bedient; dezelve zyn ook heden daags nog by sommige in gebruyk, byzonder in de *Algebra numerosa*, uyt hoofde dat men met zulke tekenen gemeenlyk in de Algebra den aanvang komt te maken: (*a*) men behoudse ook nog om de Boeken der vorige tyden des te beter te verstaan, dewyl die tekenen daar doorgaans in voorkomen, en het staat aan ieders believen, wanneer men een Voorstel niet algemeen, maar (*b*) byzonder berekenen wil, of men de oude *Cossische* Tekenen, of in desselfs plaats, de AB Letteren, als de nieuwe, gebruyken wil, dewyl het aan de zaak geen voor of nadeel toebrengt, indien men na beyde wysen, gelyke, of eenderleye arbeyt doen moet. Maar wanneer de zaak generaal zal voorgesteld worden, zoo moet men de *Algebra Speciosa* gebruyken, als wanneer dan zoo wel voor de bekende, als onbekende quantiteyten, alleen AB Letteren gesteld worden, waar mede men werkt, na vereysch der zaake.

Begeert iemand de vorige oude Tekenen verder uyt te breyden, die kan zig van het volgende bedienen;

(*a*) *Dit is byna uytgesleten.*
(*b*) *Specialiter.*

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
ʒß. Cß. ʒʒ𝔠. Dß, ʒBß. 𝔠ß. ʒʒʒʒ. Eß. ʒ𝔠𝔠. Fß.

20. 21, 22. 23. 24. 25. 26. 27. &c.
ʒʒß. 𝔠Bß, ʒCß Gß. ʒʒʒ𝔠. AßAß. ʒDß. 𝔠𝔠𝔠.

’t Is niet noodig deze verder uyt te breyden, om dat men zelden zulke hooge *Quantiteyten* gebruykt; doch zoo iemand uyt nieuwsgierigheyt daar van nog meerder begeerde te weten, die kan uyt ’t bygebragte lichtelyk af nemen, hoe men daar in zal voortgaan, wanneer maar de (*a*) Eerste of ondeelbare getallen in acht genomen worden, die enkel *Surfolide* zyn, en welker order door de Letteren A, B, C, D &c. word aangeduyd. By voorbeeld; men vraagt wat *Cossische Character* tot de hondertste *Quantiteit* behoort? Zoo verdeeld 100 in zyn deelen, die men bevind te zyn 2, 2, 5, 5. dat is ʒʒAßAß. Als mede 345 heeft deze (*b*) deelen 3, 5, 23. derhalven is zyn *Character* 𝔠AßGß.

Let ook op de volgende Tekenen.

+, Het Teken van *Additio*, betekent *plus* of meer.

÷ of

(*a*) *Numeri primi.*
(*b*) *Partes.*

÷ of — het teken van *Substractio*, *minus* of min.

× Het Teken van (a) *Multiplicatio*, als *a×b*, toond aan dat *a* met *b* vermenigvuldigt word.

) of (het Teken van *Divisio*, als *a*)(*b* toond aan dat *a* door *b* gedivideert word.

„ 't Teken van (b) *Proportio*, als *a*, *b* „ *c*, *d*, dat is, gelyk *a* staat tot *b*, alzoo staat *c* tot *d*,

√, *Extractie* of *Radicaal* Teken; als √ʒ. √cc, √ʒʒ, &c. of $\sqrt{}^2$, $\sqrt{}^3$, $\sqrt{}^4$ &c. duyd aan wat *Radix* uyt een voorgesteld getal of *Quantiteit* moet getrokken, of daar door verstaan worden.

= *Æquatie*-Teken, toond aan in de Vergelyking, dat de Quantiteyten aan weerzyden, elkander gelyk zyn.

ADDITIO.

Wanneer de Tekenen of *Characters* gelyk zyn, soo plaatst men dezelve onder elkander, en addeertse na de gemene wyse; maar zynse ongelyk zoo voegt men die door het Teken + te samen.

(a) *De Autheur heeft* ✱

(b) *De Autheur heeft* ::

Als

Tot	5 ℞.	7 ʒ.	8 ¢	3 x	5 y	6 z
Add.	4 ℞.	9 ʒ.	4 ¢	6 x	2 y	4 z
komt	9 ℞.	16 ʒ.	12 ¢	9 x	7 y	10 z

3 *aa*	8 *ab*	9 *xy*	5 *ax*	12 *yz*
5 *aa*	6 *ab*	7 *xy*	9 *ax*	10 *yz*
7 *aa*	4 *ab*	5 *xy*	8 *ax*	4 *yz*
15 *aa*,	18 *ab*,	21 *xy*.	22 *ax*.	26 *yz*

6 ¢	8 *a*	11 *x*	9 *aa*	10 *xy*
4 ʒ	5 *b*	9 *y*	6 *ab*	8 *z*
6 ¢ + 4 ʒ.	8*a* + 5*b*.	11*x* + 9*y*.	9*aa* + 6*ab*.	10*xy* + 8*z*

Omtrent de Tekenen + en — is aan te merken.

Wanneer men addeert + tot + komt +; addeert men — tot — komt —. Maar + tot —, of — tot + zoo ſubſtraheert men het kleynſte van het grootſte getal, en behoud het Teken van het grootſte.

7 ℞ + 8	5*a* + 3*b*	12*x* − 10*y*	9*ax* − 5*by*
4 ℞ + 6	10*a* + 4*b*	8*x* − 14*y*	6*ax* − 7*by*
11 ℞ + 14	15*a* + 7*b*	20*x* − 24*y*	15*ax* − 12*by*

$8\mathfrak{z}+4\mathfrak{x}$	$5p-9q$	$9y+16z$	$6b-4c$
$7\mathfrak{z}-9\mathfrak{x}$	$8p+3q$	$7y-8z$	$5b+7c$
$15\mathfrak{z}-5\mathfrak{x}$	$13p-6q$	$16y+8z$	$11b+3c$

$5\frac{1}{4}\mathfrak{z}-8\mathfrak{x}+7\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}ab+4\frac{3}{8}ac-3\frac{1}{5}bc+6$
$4\frac{1}{2}\mathfrak{z}+13\mathfrak{x}-6\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{4}ab-7\frac{1}{8}ac+3\frac{4}{5}bc-2\frac{1}{3}$
$7\frac{3}{4}\mathfrak{z}-5\mathfrak{x}-9\frac{1}{6}$	$4\frac{1}{2}ab+5\frac{1}{4}ac-2\frac{3}{5}bc-8\frac{1}{6}$
$17\frac{1}{2}\mathfrak{z}+0\mathfrak{x}-8$	$16\frac{1}{4}ab+2\frac{1}{2}ac\qquad -4\frac{1}{2}$

$$
\begin{array}{l}
12xx+10xy-7xz-9yz+5x-3y+6z \\
8xx+6xy+5xz-3yz-7x+10y-4z \\
7xx-9xy+6xz+13yz-8x-9y+11z \\
3xx-4xy-10xz+7yz+3x+11y-3z \\
\hline
30xx+3xy-6xz+8yz-7x+9y+10z.
\end{array}
$$

Maar wanneer men gebrokens heeft, zoo moet men dezelve na de gemene manier der gebrokens alvorens onder een algemenen Noemer brengen, en dan adderen als volgt.

$$
\frac{1\mathfrak{c}}{} \qquad\qquad\qquad\qquad \frac{aa+3a+2}{}
$$

$\dfrac{1\mathfrak{x}+7}{1\mathfrak{z}}$	$1\mathfrak{z}+7\mathfrak{x}$	$\dfrac{12b}{a+1}$	$12ab+24b$
$\dfrac{3\mathfrak{x}-9}{1\mathfrak{c}}$	$3\mathfrak{x}-9$	$\dfrac{18b}{a+2}$	$18ab+18b$
	$\dfrac{1\mathfrak{z}+10\mathfrak{x}-9}{1\mathfrak{c}}$		$\dfrac{30ab-42b}{aa+3a+2}$

$x^3+9xx+26x+24$

$\frac{2y}{x+2}$	$2xxy+14xy+24y$
$\frac{3y}{x+3}$	$3xxy+18xy+24y$
$\frac{4y}{x+4}$	$4xxy+20xy+24y$
	$9xxy+52xy+72y$
	$x^3+9xx+26x+24.$

SUBSTRACTIO.

Indien de *Characters* gelyk zyn, zoo kan de Substractie werkelyk geschieden; maar zynse ongelyk, zoo verricht men zulks door het Teken —,

Als;

Van	9 ℨ	12 ß	11 a	16 b	14 x	20 y
Subst.	5 ℨ	4 ß	3 a	9 b	8 x	11 y
	4 ℨ	8 ß.	8 a	7 b	6 x	9 y.

Van	7 œ	5 ß	4 ab	8 xx	6 yz
Subst.	6 æ	3 ℨ	6 a	4 yy	7 z
Rest	7 œ − 6 æ.	5 ß − 3 ℨ.	4 ab − 6 a.	8 xx − 4 yy.	6 yz − 7 z.

Aan-

Aanmerkinge wegens de Tekenen + ende ÷.

Wanneer de Tekenen gelyk zyn, namentlyk, beyde + of beyde ÷, en men het onderste van het bovenste kan substraheren, zoo behoud men het zelve Teken; maar zoo het onderste grooter is als het bovenste, dan subs. men het bovenste van het onderste, en zet daar by het contrarie Teken, namentlyk ÷ in plaats van +, en + in plaats van ÷. Doch zyn de Tekenen ongelyk, zoo addeert dezelve, en behoud het bovenste Teken.

Van	$9\mathfrak{x}+10$	$7a+8b$	$12x-11y$	$10y-9z$
Subs.	$5\mathfrak{x}+4$	$4a+3b$	$5x-6y$	$8y-6z$
Rest	$4\mathfrak{x}+6.$	$3a+5b.$	$7x-5y.$	$2y-3z$

Van	$8\mathfrak{y}+4\mathfrak{x}$	$9\text{ß}+3\mathfrak{y}\mathfrak{y}$	$15r-7s$	$12p-10q$
Subs.	$3\mathfrak{y}+9\mathfrak{x}$	$7\text{ß}+8\mathfrak{y}\mathfrak{y}$	$6r-12s$	$6p-14q$
Rest	$5\mathfrak{y}-5\mathfrak{x}.$	$2\text{ß}-5\mathfrak{y}\mathfrak{y}.$	$9r+5s.$	$6p+4q.$

V.	$10\mathfrak{y}+8\mathfrak{x}-6$	$8xx-5xy+7yy-11yz$
S.	$5\mathfrak{y}-3\mathfrak{x}-9$	$6xx+3xy+10yy-15yz$
R.	$5\mathfrak{y}+11\mathfrak{x}+3.$	$2xx-8xy-3yy+4yz.$

V.	$12aa-7ab+3bb-2ax+10by+6pq$
S.	$8aa-4ab+9bb+6ax+3by-4pq$
R.	$4aa-3ab-6bb-8ax+7by+10pq.$

De Gebrokens in de Algebra brengt men onder eenen Noemer, en Substraheert dan dezelve, als volgt.

$$\frac{aa+8a+15}{}\qquad\qquad \frac{yy+5y+6}{}$$

$$\frac{4b}{a+3}\Big|\ 4ab+20b \qquad \frac{5x+4y}{y+2}\Big|\ 5xy+4yy+15x+12y$$

$$\frac{3b}{a+5}\Big|\ 3ab+9b \qquad \frac{3x+2y}{y+3}\Big|\ 3xy+2yy+6x+4y$$

$$\frac{ab+11b}{aa+8a+15} \qquad\qquad \frac{2xy+2yy+9x+8y}{yy+5y+6}$$

$$\frac{xx-x-6}{}$$

$$\frac{3xx+4x+5}{x+2}\Big|\ 3x^3-5xx-7x-15$$

$$\frac{2xx+3x+4}{x-3}\Big|\ 2x^3+7xx+10x+8$$

$$\frac{x^3-12xx-17x-23}{xx-x-6}$$

MULTIPLICATIO.

Hier moet men wel agt geven op de Characteren, want daar men de gemene Getallen met elkander multipliceert, worden hier de quantiteiten geaddeert. Als, wanneer men x^3 met x^2 of xx multipliceert, zoo addeert men derzelver magten, als 3 en 2, maken 5, dewelke is x^5, gelyk uyt het volgende nader zal blyken.

Mult. 4 œ	3 ꝛꝛ	9 ß	8 œ	9 ꝛ œ
met 5 ꝛ	6 ꝛ	3 ꝛ	4 ß	2 œ
Fac. 20 ß.	18 ꝛ œ.	27 B ß.	32 ꝛꝛꝛ.	18 œœœ.

$4aa$	$6ab$	$5x^3$	$7xxy$	$3z^4$
$3a$	$5aa$	$2bx$	$4xy$	$5z^3$
$12a^3$,	$30a^3b$	$10bx^4$,	$28x^3yy$,	$15z^7$.

Wegens de Tekenen + ende — heeft men dit volgende aan te merken.

Wanneer men multipliceert gelyke Tekenen, 't zy + met + of — met —, zoo komt altyd +.

Maar zyn de Tekenen ongelyk, als + met —, of — met +, zoo komt 'er altyd ÷, (a)

(a) *Volgens deze bekende Regel; Twee Positive, of*

2ℨ+3ℭ	3a—2b
2ℭ+4	2a— b
6α+9ℨ	6aa—4ab
8ℨ+12ℭ	—3ab+2bb
6α+17ℨ+12ℭ	6aa—7ab+2bb

5x+4

of twee Negative maken altyd een Positive; maar in tegendeel komt van een Positive en een Negative altyd een Negative.

Het welk men op een lichte wyze door Getallen bewyzen kan, want

multpl. 4 met	4	16
	3	12
	2	8
	1	4
	o komt	o
	—1	—4
	—2	—8
	—3	—12
	—4	—16

Dus ziet men dat 4 gemult. met 4, maaken 16, met 3, 12, met 2, 8. met 1, 4, zynde altemaal Positiven, aflaande met 4: met nog één minder, komt o, met nog één minder, (dat is één minder als o) komt al wederom 4 minder, dat is 4 minder als o, zynde Negatif of denkbeeldig &c. Derhalven het gemultipliceerde van + met — maakt —.

Dat het gemultipliceerde van twee minnen, plus word, blykt aldus; men ziet hier boven dat het gemult. van 4 met —4 is —16 of 16 minder als niet; gevolglyk dezelve —4 gemult. met

$5x + 4$	$1ℨ + 2𝓇 ÷ 3$
$3x - 2$	$4𝓇 ÷ 5$
$15xx + 12x$	$4𝒸 + 8ℨ ÷ 12𝓇$
$- 10x - 8$	$÷ 5ℨ ÷ 10𝓇 + 15$
$15xx + 2x - 8$	$4𝒸 + 3ℨ - 22𝓇 + 15$

met 3 komt — 12, met 2 komt — 8, met 1 heeft men — 4, en met o komt o, welke producten telkens 4 vergroten, indien men de multiplicator één vermindert; derhalven die nog één minder makende, dat is één minder als o, of — 1, en daar — 4 mede gemult. moet insgelyks 4 vermeerderen, dat is 4 meer als o worden, en dus een Positive of + dat te bewysen was. Zie ook *A. de Graaf's*, Math. pag. 253 A°. 1694. en Wisk. pag. 114 A°. 1706. of Algebra pag. 8 A°. 1672. *S. Panser's*, Math. Rarit. Kamer, pag. 4 Gron. 1747. en één ander bewys by *G. Kinckbuyzen*, in zyn Algebra pag. 11 A°. 1723. In de Nieuwe beginselen der Meetkonst pag. 12 & seqq. Amst. 1723. *C. Wolf*, Math. pag. 1560 en 1561, Halle 1737. of desselfs uyttreksel pag. 698 & seqq. Franckf. en Leipz. 1737. Amsterd. 1745. 2 deel pag. 397. *H. Meisnern*, Kern der Algebra, pag. 18—22. Hamb.

```
3ℭ ÷ 4ℨ ÷ 5℞ + 6
2ℨ + 3℞ ÷ 4
─────────────────────────────
6ß ÷ 8ℨℨ ÷ 10ℭ + 12ℨ
     9ℨℨ ÷ 12ℭ ÷ 15ℨ + 18℞
          ÷ 12ℭ + 16ℨ + 20℞ ÷ 24
─────────────────────────────
6ß + 1ℨℨ ÷ 34ℭ + 13ℨ + 38℞ ÷ 24
```

Multipliceert $2x^4 + 3x^3y - 4xxyy - 5xy^3 + 6y^4$ met $xx + 2xy - 3yy$. Facit $2x^6 + 7x^5y - 4x^4yy - 22x^3y^3 + 8xxy^4 + 27xy^5 - 18y^6$.

De Algebraische breuken multipliceert men op dezelve wyze als de gemene, namentlyk Teller met Teller, en Noemer met Noemer.

Als, multipliceert

(1ℨ + 3℞) / (2℞ ÷ 3) met 5ℨ / (1℞ + 2), komt (5ℨℨ + 15ℭ) / (2ℨ + 1℞ ÷ 6).

Multipliceert $\frac{3aa + 5ab + 4bb}{a + b}$ met $\frac{2a - 3b}{a - b}$,

zoo komt $\frac{6a^3 + aab - 7abb - 12b^3}{aa - bb}$.

Mult.

Mult. nog $\frac{4xx - 3xy - 2yy}{2y + 5z}$ met $\frac{x + 2y}{3y - 4z}$,

Facit $\frac{4x^3 + 5xxy - 8xyy - 4y^3}{6yy + 7yz - 20zz}$.

D I V I S I O.

De Getallen worden na de gemene manier Gedivideert, maar de Characteren of Quantiteiten worden van malkander gesubstraheert. Als wanneer men x^5 door x^3 divideert, komt xx. Want de groote of 't vermogen van x^5 is 5, en van x^3 is 3, dewelke gesubstraheert zynde, blyft voor derzelver groote of vermogen 2, dat is x^2 of xx, gelyk uyt het volgende verder is af te leyden.

Divid.	20 ß	18 ʓcc	27 Bß	32 ʓʓʓ	18 cccc
door	4 cc	6 ʓ	3 ß	4 ß	2 ʓcc
komt	5 ʓ,	3 ʓʓ,	9 ʓ,	8 cc,	9 cc,

Divid.	$12a^3$	$30ab^3$	$10x^4b$	$28x^3yy$	$15z^7$
door	$3a$	$5ab$	$2bx$	$4xy$	$5z^3$
komt	$4aa$,	$6bb$,	$5x^3$,	$7xxy$,	$3z^4$.

Maar wanneer de Quantiteiten onderscheyden zyn, zoo dat de deeling niet wer-

kelyk geschieden kan, dan plaatst men den deeler Breuksgewyze daar onder, of ook wel met het divisions Teken daar neven.

Als;

Divid.	$3x$	$5aab$	$6yyz$	$2ab+3b$
door	$2y$	$4ax$	$7ay$	$5yz$
komt	$\frac{3x}{2y}$,	$\frac{5ab}{4x}$,	$\frac{6yz}{7a}$,	$\frac{2ab+3b}{5yz}$.

Of $3x(2y$. $5ab(4x$. $6yz(7a$. $2ab+3b(5yz$

Met de Tekenen van + en — is 't even als in de Multiplicatio, want beyde Tekens gelyk zynde, is het +, maar ongelyk zynde, altyd ÷.

$$4x$$
$$1xx+9x+20 \,\}\, 1x+4$$
$$1x+5 \quad +5$$
$$1x$$

$$-4ab$$
$$6aa-7ab+2bb \,\}\, 3a-2b$$
$$2a-b-b$$
$$2a$$

$$-15aab+20abb$$
$$10a^3-3aab+2abb+24b^3 \,\}\, 2aa-3ab+4bb$$
$$5a+6b.+6b.+6b$$
$$5a \quad 5a$$

÷ 10x + 12y
÷ 8yy ÷ 22x ÷ 3y + 18z
6ß + 1yy ÷ 34x + 13y + 38z ÷ 24 | 3x
2y + 3z ÷ 4
2y + 3z ÷ 4 . . . . . | ÷ 4y
2y + 3z − 4 . . . | ÷ 5z
2y + 3z − 4 . | + 6

Wanneer men in de *Algebra* breuken zal divideren, zoo keert men na de wyse der gemene Breuken, de Divisoor om, en multipliceerd als dan Teller met Teller, en Noemer met Noemer, gelyk uyt het volgende blykt.

Laat ons divideren $\frac{3ax}{4by}$ door $\frac{2c}{3d}$,

het zelve staat aldus; $\frac{3ax}{4by} * \frac{3d}{2c} \Big| \frac{9adx}{8bcy}$ of

$9adx\,(8bcy.$

Als ook $\frac{2x+3y}{4y-5z}$ door $\frac{5a-4b}{2c-d}$.

Facit $\frac{4cx+6cy-2dx-3dy}{20ay-25az-16by+20bz}$.

E X T R A C T I O.

De *Extractie* in gemene Getallen wel verstaande kan men het zelve licht met *Algebrasche quantiteiten* werkstellig maken, derhalven zullen wy daar van maar een paar Exempelen by brengen.

Extraheert de Quadraat Wortel uyt $25\,aa + 60\,ab + 36\,bb$.

```
25 aa + 60 ab + 36 bb }  5 a + 6 b
 5 a  + 10 a  + 6 b   }
```

Trekt de $\sqrt[2]{}$ uyt 1 zz ÷ 6 c + 19 z ÷ 30 ℞ + 25.

```
            + 10 z
  1 zz ÷ 6 c + 19 z ÷ 30 ℞ + 25  |
  1 z  . . . . . . . . . . . .   |  1 z
       + 2 z ÷ 3 ℞ . . . . . .   | ÷ 3 ℞
             2 z ÷ 6 ℞ + 5 . .   | + 5
```

Trekt de Cubicq-Wortel uyt $8\,b^3 + 36\,byy + 54\,byy + 27\,y^3$.

Facit $2\,b + 3\,y$.

Wat is de Cubicq-Wortel uyt $x^6 + 6\,x^5 + 0\,x^4 - 40\,x^3 + 0\,xx + 96\,x - 64$? *Facit* $xx + 2\,x - 4$.

Volgen verder de

S P E C I E N

I N

IRRATIONALE GETALLEN.

Door *Irrationale Getallen*, worden zulke Getallen verſtaan, daar uyt men een Wortel begeerd te trekken, maar daar de Extractie niet werkelyk kan geſchieden, waarom men 'er het Radicaal-Teken $\sqrt{}$. $\sqrt[3]{}$. $\sqrt[4]{}$. $\sqrt[5]{}$ &c. voorzet, daar door dan word aangeduyt, wat Wortel uyt zoo een Getal verſtaan zal worden.

Maar de *Irrationale Getallen* beſtaan in onderſcheyden ſoorten, als uyt *Surdiſche*, *Binomiſche*, *Trinomiſche*, env. Eenige zyn *Commenſurabiles*, welke een gemene Maat of *Menſuur* hebben, en gemakkelyk te behandelen zyn, maar andere zyn *Incommenſurabiles*, hebbende geen gemeenſchap met elkander, en daarom in 't Adderen en Subſtraheren niet laaten geleyden, derhalven men zulks door het Teken + of − moet verrichten.

Wy zullen ſlechts de *Specien* der gemene *Surdiſche* en *Binomiſche* getallen beſchryven, als meeſt voorkomende, en men kan na zulke opening verder alle de ove-

rige *Irrationale* Getallen, zy mogen gefchapen zyn zoo als zy willen, gemakkelyk verftaan en verklaren, om datſe op het zelfde fondament moeten ruſten.

ADDITIO.

Addeert men $\sqrt{aa}$ tot $\sqrt{bb}$, zoo komt 'er $a+b$,

$a+b$
———— quadrateert.
komt $aa+2ab+bb$.

Hier uyt volgt de *Regel* hoe men de vierkante *Surdi* adderen zal, want de Vierkante Wortel getrokken uyt $aa+2ab+bb$ komt het begeerde *Facit* $a+b$.

Verklaring door Getallen.

Addeert $\sqrt{18}$ tot $\sqrt{50}$. *Facit* $\sqrt{128}$.

$aa = 18$, $bb = 50$ } mult. $aabb = 900$

$\sqrt{}$ ————
$ab = 30$
———— 2
$2ab = 60$

$2ab = 60$
———— adt.
$aa+2ab+bb = 128$
$\sqrt{}$ ————
$a+b = \sqrt{128}$

Uyt deze *Regel* blykt genoegſaam hoe men alle *Surdiſche* Getallen addeert. Men kan het zelve nog op een ander wyſe verrigten, zynde in 't gebruyk eenigzints gemakkelyker. Men neemt de gemene Meter, door wel-

welke beyde gegevene Surdische Getallen konnen gedeelt worden, zoodanig, dat 'er Rationale Quadraten komen; dezelve is in dit geval $\sqrt{2}$, daar mede $\sqrt{18}$ en $\sqrt{50}$ gedivideert, komen de twee Quadraten 9 en 25 wiens Wortelen zyn 3 en 5.

Zoo is dan $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
en $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
——————— adt.
Facit $8\sqrt{2}$ of $\sqrt{128}$ gelyk voren.

Addeert $\sqrt{45}$ tot $\sqrt{80}$. *Facit* $\sqrt{245}$.

Na de eerste Regel

is $aa = 45$, $bb = 80$ } mult. $aa\,bb = 3600$

$\sqrt{}$ ———————

$ab = 60$
——————— 2
$2\,ab = 120$

$2\,ab = 120$
———————
$aa + 2\,ab + bb = 245$
$\sqrt{}$ ———————
$a + b = \sqrt{245}$

Na de tweede Regel

is de gemene Tal-maat of Meter $\sqrt{5}$.
derhalven is $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
——————— adt.
Facit $7\sqrt{5}$ of $\sqrt{245}$

Add. $\sqrt{75}$ tot $\sqrt{192}$. *Facit* $\sqrt{507}$.

$\left.\begin{array}{l}\sqrt{75}\\ \sqrt{192}\end{array}\right\}$ mult. $\sqrt{14400}$ of $5\sqrt{3}$

120    $8\sqrt{3}$

240   ——— 2   ——— adt.

240   *Facit* $13\sqrt{3}$ of $\sqrt{507}$

Facit $\sqrt{507}$.

Addeert verder $\sqrt{252}$ tot $\sqrt{448}$. *Facit* $\sqrt{1372}$.

$24\sqrt{11}$ tot $38\sqrt{11}$. *Facit* $62\sqrt{11}$.

Als mede $\sqrt{18}$ tot $\sqrt{20}$. *Facit* $\sqrt{20}+\sqrt{18}$.

$\sqrt{35}$ tot $\sqrt{48}$. *Facit* $\sqrt{48}+\sqrt{35}$.

Wanneer men addeert $\sqrt[3]{a^3}$ tot $\sqrt[3]{b^3}$, zoo komt 'er $a+b$, wiens Cubicq is $a^3+3aab+3abb+b^3$. Waar uyt de *Regel* blykt, hoe de *Cubische Surdi* moeten geaddeert worden, want de Cubicq-Wortel getrokken uyt $a^3+3aab+3abb+b^3$ komt het begeerde *Facit* $a+b$.

Addeert $\sqrt[3]{24}$ tot $\sqrt[3]{81}$. *Facit* $\sqrt[3]{375}$.

$a^3=24$ 24   81

——— $\sqrt{}$ ——— $\sqrt{}$

$b^3=81$ 576   6561

———   81   24

105   ——— mult.   ———

$\sqrt[3]{46656}$ $\sqrt[3]{157464}$

$3aab=108$ 36   54

——— 3   ——— 3

$3aab=108$ $3abb=162$

$3abb=162$

———

Facit $\sqrt[3]{375}$

Door

Door de gemene Talmaat, welke hier is $\sqrt[3]{3}$, werd het korter en lichter gedaan,

en is dan $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$

$\sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3}$ adt.

Facit $5\sqrt[3]{3}$ of $\sqrt[3]{375}$.

Addeert $\sqrt[3]{256}$ tot $\sqrt[3]{864}$. *Facit* $\sqrt[3]{4000}$.

Hier is de Meter $\sqrt[3]{4}$, derhalven ſtaat aldus

$4\sqrt[3]{4}$

$6\sqrt[3]{4}$ adt.

$10\sqrt[3]{4}$ of $\sqrt[3]{4000}$.

Item, Addeert $\sqrt[3]{750}$ tot $\sqrt[3]{2058}$. *Facit* $\sqrt[3]{10368}$.

IN BINOMISCHE GETALLEN.

Addt.	$5+\sqrt{12}$	$7+\sqrt{45}$	$\sqrt{96}-8$
tot	$6+\sqrt{27}$	$12+\sqrt{125}$	$\sqrt{216}-9$
Facit	$11+\sqrt{75}$,	$19+\sqrt{320}$,	$\sqrt{600}-17$.

Men addeert de volkomen Getallen, na de gemene wyſe, en dan ook de Surdiſche, gelyk te voren geleerd is.

Addt.

Add:	$7+\sqrt{63}$	$12-\sqrt{250}$	$14+\sqrt{176}$
tot	$8-\sqrt{28}$	$10+\sqrt{90}$	$24-\sqrt{539}$
Facit	$15+\sqrt{7}$,	$22-\sqrt{40}$,	$38-\sqrt{99}$.

Om dat het eene Surdische Teken +, en het ander — is, zoo substraheert men het kleynste van het grootste, (gelyk hier na by de Substractie geleerd zal worden) behoudende het grootste Teken,

$4+2\sqrt{2}$	$10-5\sqrt{3}$	$15-5\sqrt{7}$
$5-3\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{3}$	$18-6\sqrt{7}$
$7+4\sqrt{2}$	$14-8\sqrt{3}$	$39+14\sqrt{7}$
$16+3\sqrt{2}$,	$36-7\sqrt{3}$,	$72+3\sqrt{7}$.

SUBSTRACTIO.

Substraheert men van $\sqrt{aa}$ de $\sqrt{bb}$ zoó rest 'er $a-b$, wiens Quadraat is $aa-2ab+bb$. Hier uyt ziet men de *Regel*, hoe de *Quadratische Surdi*, gesubstraheert worden; want wanneer men van $aa+bb$ substraheert $2ab$, en uyt de rest de $\sqrt{}$ trekt, zoo komt het *Facit* $a-b$.

Men begeert $\sqrt{50}$ te Substraheren van $\sqrt{128}$.

$$\left.\begin{array}{l} aa = 128 \\ bb = 50 \end{array}\right\}\text{mult. } 6400 = aa\,bb$$

$$80 = ab$$

$$\underline{}\,2$$

$$160 = 2ab$$

$$aa + bb = 178$$
$$2ab = 160$$
$$\underline{}\text{ſubſ.}$$
$$aa - 2ab + bb = 18$$
$$\surd\,\underline{}$$

Facit $a - b = \surd\,18$

Uyt deze demonſtratie ziet men klaarlyk hoe alle *quadratiſche Surdi* te ſubſtraheren zyn. Maar door een gemene Talmaat, (die in dezen $\surd\ 2$ is) kan men dit nog beknopter uytwerken,

zynde als dan $\surd\ 128 = 8\surd\ 2$
$\surd\ 50 = 5\surd\ 2$
$\underline{}$ ſub:
Facit $3\surd\ 2$ of $\surd\ 18$.

Subſtraheert $\surd\ 75$ van $\surd\ 507$. Reſt $\surd\ 192$.

$$\left.\begin{array}{l} \surd\ 507 \\ \surd\ 75 \end{array}\right\}\text{mult. } \surd\ 38025$$

$$\begin{array}{r} \underline{} \\ 582 \\ \underline{390} \\ 192 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{} \\ 195 \\ 2 \\ \underline{} \\ 390 \end{array}$$

$$\surd\ \underline{}$$

Facit $\surd\ 192$.

Anders.

$13\surd\ 3$
$\underline{5\surd\ 3}$
Facit $8\surd\ 3$ of $\surd\ 192$.

Trekt $\surd\ 252$ van $\surd\ 1372$. Reſt $\surd\ 448$.
Trekt $24\surd\ 11$ van $62\surd\ 11$. Reſt $38\surd\ 11$.
Trekt $\surd\ 20$ van $\surd\ 30$. Reſt $\surd\ 30 - \surd\ 20$.
Trekt $\surd\ 52$ van $\surd\ 84$. Reſt $\surd\ 84 - \surd\ 52$.

 Wan-

Wanneer men van van $\sqrt[3]{a^3}$ subſtraheert $\sqrt[3]{b^3}$ zoo reſt 'er $a-b$, wiens Cubicq is $a^3 - 3\,abb + 3\,abb - b^3$, waar uyt ligt is af te leyden hoe de *Cubiſche Surdi* geſubſtraheert worden, want als men van de ſom $a^3 + 3\,abb$ ſubſtraheert de ſom $3\,aab + b^3$, en uyt de reſt treke de $\sqrt[3]{\ }$, zoo komt het *Facit* $a-b$.

Subſtraheert $\sqrt[3]{81}$ van $\sqrt[3]{375}$. Reſt $\sqrt[3]{24}$.

$$a^3 = 375 \qquad \sqrt{\ }$$
$$140625$$
$$81 \quad \text{mult.}$$
$$11390625$$
$$\sqrt[3]{\ }$$
$$225$$
$$3$$
$$3\,aab = 675$$
$$b^3 = 81$$
$$756$$

$$b^3 = 81 \qquad \sqrt{\ }$$
$$6561$$
$$375 \quad \text{mult.}$$
$$2460375$$
$$\sqrt[3]{\ }$$
$$135$$
$$3$$
$$3\,abb = 405$$
$$a^3 = 375$$
$$780$$
$$756$$
$$24$$
$$\sqrt[3]{\ }$$

Facit $\sqrt[3]{24}$.

Maar

Maar veel gemakkelyker doet men het door een gemene Talmaat, die in dezen is $\sqrt[3]{3}$,

Zoo is dan $\sqrt[3]{375} = 5\sqrt[3]{3}$

en $\sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3}$

$2\sqrt[3]{3}$ of $\sqrt[3]{24}$.

Trekt $\sqrt[3]{256}$ van $\sqrt[3]{4000}$. Reſt $\sqrt[3]{864}$, en ſtaat aldus;

$10\sqrt[3]{4}$

$4\sqrt[3]{4}$ ſubſ.

Facit $6\sqrt[3]{4}$ of $\sqrt[3]{864}$.

IN BINOMISCHE GETALLEN.

Van	$11+\sqrt{75}$	$19+\sqrt{320}$	$\sqrt{600}-17$
Subſtr.	$5+\sqrt{12}$	$12+\sqrt{125}$	$\sqrt{96}-8$
Reſt	$6+\sqrt{27}$,	$7+\sqrt{45}$,	$\sqrt{216}-9$.

Van	$15+\sqrt{7}$	$22-\sqrt{40}$	$38-\sqrt{99}$
Subſtr.	$7+\sqrt{63}$	$10+\sqrt{90}$	$24-\sqrt{539}$
Reſt	$8-\sqrt{28}$,	$12-\sqrt{250}$,	$14+\sqrt{176}$.

MULTIPLICATIO,

Multipliceert $\sqrt{7}$ met $\sqrt{5}$, zoo komt 'er $\sqrt{35}$.

Als ook, $\sqrt{12}$ met $\sqrt{8}$, komt $\sqrt{96}$.

Men multipliceert de Quadraten, dat is de bloote Getallen met elkander; en voor 't product zet men wederom het Radicaal-teken.

Maar zyn de *Quadratische Surdi* tegen elkander (a) Meetbaar, zoo is deszelfs product altyd een Rationaal Getal,

Als, multipl. $\sqrt{27}$ met $\sqrt{12}$. *Facit* 18.

$\sqrt{27}$
$\sqrt{12}$
———
$\sqrt{324}$ of 18.

Anders.

$3\sqrt{3}$.
$2\sqrt{3}$
———
6×3 *Facit* 18.

Multipl. $\sqrt{80}$ met $\sqrt{45}$. *Facit* 60.

Item, $8\sqrt{7}$ met $6\sqrt{7}$. *Facit* 336.

Multipl. men $\sqrt{5}$ met $\sqrt[3]{7}$. zoo komt 'er $\sqrt[6]{6125}$.

Wanneer de Radicaal-Tekenen (gelyk hier) onderscheiden zyn, zoo moetense alvorens eer men Multipl. onder gelyke tekenen gebragt worden.

$\sqrt[2]{5}$ Cubeer	$\sqrt[6]{125}$
$\sqrt[3]{7}$ Quadr.	$\sqrt[6]{49}$

——— mult.

Facit $\sqrt[6]{6125}$.

(a) *Commensurabel.*

IN BINOMISCHE GETALLEN.

Multipl. $5+\sqrt{}\,18$ met $3+\sqrt{}\,8$. *Facit* $27+\sqrt{}\,722$.

Na de gemene Manier.	*Op beter wyze.*
$5+\sqrt{}\,18$	$5+3\sqrt{}\,2$
$3+\sqrt{}\,8$	$3+2\sqrt{}\,2$
$15+\sqrt{}\,162$	$15+9\sqrt{}\,2$
$12+\sqrt{}\,200$	$12+10\sqrt{}\,2$
Facit $27+\sqrt{}\,722$.	$27+19\sqrt{}\,2$.

Multpl. $12+\sqrt{}\,125$ met $6-\sqrt{}\,20$. *Facit* $22+\sqrt{}\,180$.

$12+\sqrt{}\,125$	$12+5\sqrt{}\,5$
$6-\sqrt{}\,20$	$6-2\sqrt{}\,5$
$72+\sqrt{}\,4500$	$72+30\sqrt{}\,5$
$-50-\sqrt{}\,2880$	$-50-24\sqrt{}\,5$
Facit $22+\sqrt{}\,180$	$22+6\sqrt{}\,5$

Multipl. $11-\sqrt{}\,108$ met $10+\sqrt{}\,75$. *Facit* $20-\sqrt{}\,75$.
Item, $14+5\sqrt{}\,7$ met $8-3\sqrt{}\,7$. *Facit* $7-2\sqrt{}\,7$.

D I V I S I O.

Divideert $\sqrt{}\,60$ door $\sqrt{}\,6$. komt $\sqrt{}\,10$.

Men divideert de Quadraten, dat is de bloote getallen door elkander, en voor de Quotienten zet men wederom het Radicaal-teken,

Divid. $\sqrt{}\,112$ door $\sqrt{}\,8$. komt $\sqrt{}\,14$.

Maar wanneer de *Surdi* tegen elkander meetbaar zyn, zoo is deszelfs Quotient altyd een Rationaal-getal.

Als, Divid. $\sqrt{108}$ door $\sqrt{12}$. komt 3

$$\left.\begin{matrix}\sqrt{108}\\ \sqrt{12}\end{matrix}\right\} \sqrt{9}=3 \quad \text{Of} \quad \left.\begin{matrix}6\sqrt{3}\\ 2\sqrt{3}\end{matrix}\right\} 3$$

Divid. $\sqrt{320}$ door $\sqrt{20}$. komt 4.

Item, $18\sqrt{7}$ door $3\sqrt{7}$. komt 6.

IN BINOMISCHE GETALLEN.

Hier moet men den divisor Multipliceren met zyn (a) tegendeel, om een Rationaal getal te bekomen, en met gemelde tegendeel multipliceert men ook het Dividendum, het komende word gedivideert door 't genoemde Rat. Getal, gelyk uit het volgende blykt.

Divideert $27+\sqrt{722}$ door $5\sqrt{+18}$. *Facit* $3+\sqrt{8}$.

$$\begin{array}{lr} \text{Divisor } 5+\sqrt{18} & \text{Dividendus } 27+\sqrt{722} \\ \text{Tegendeel } 5-\sqrt{18} & \text{met } 5-\sqrt{18} \\ \hline 25+\sqrt{450} & 135+\sqrt{18050} \\ -18-\sqrt{450} & -114-\sqrt{13122} \\ \hline 7 & 21+\sqrt{392} \\ & 7\,\overline{} \\ & \textit{Facit } 3+\sqrt{8}. \end{array}$$

Of

(a) *Residuum.*

Of beter en ligter aldus;

$$\begin{array}{rr} & 5 + 3\sqrt{2} \\ \text{met} & 5 - 3\sqrt{2} \\ \hline & 25 + 15\sqrt{2} \\ & -18 - 15\sqrt{2} \\ \hline & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 27 + 19\sqrt{2} \\ \text{met} & 5 - 3\sqrt{2} \\ \hline & 135 + 95\sqrt{2} \\ & -114 - 81\sqrt{2} \\ \hline 7 & \dfrac{21 + 14\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \text{ of } 3 + \sqrt{8}. \end{array}$$

Divid. $22 + \sqrt{180}$ door $6 - \sqrt{20}$. *Facit* $12 + \sqrt{125}$.

$$\begin{array}{rr} \text{Divisor} & 6 - 2\sqrt{5} \\ \text{Tegend.} & 6 + 2\sqrt{5} \\ \hline & 36 - 12\sqrt{5} \\ & -20 + 12\sqrt{5} \\ \hline & 16 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} \text{Dividendus} & 22 + 6\sqrt{5} \\ \text{met} & 6 + 2\sqrt{5} \\ \hline & 132 + 36\sqrt{5} \\ & 60 + 44\sqrt{5} \\ \hline 16 & \dfrac{192 + 80\sqrt{5}}{12 + 5\sqrt{5}} \text{ of } 12 + \sqrt{125}. \end{array}$$

Divid. $20 - \sqrt{75}$ door $11 - \sqrt{108}$. *Facit* $10 + \sqrt{75}$.
Item $7 - \sqrt{28}$ door $14 + \sqrt{175}$. *Facit* $8 - \sqrt{63}$.

Van

Van de uittrekkinge der vierkante Wortel UIT

BINOMISCHE GETALLEN.

DEMONSTRATIO.

Wy zullen hier in plaats van eenen *Regel*, de *Demonstratie* ter neer stellen. waar uit men, zonder een wytloopige beschryvinge, de behandeling terstont zal kunnen afleyden.

Laat $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ de Radix zyn.

Zoo is $a + b + \sqrt{4ab}$ desselfs Quadraat.

Hier is $a + b$ het *rationale* en $\sqrt{4ab}$ het *Surdische deel* des *Binomii*. Wil men hier uit wederom de vierkante Wortel trekken, zoo moet men de Quadraaten van beide deelen van elkander Substraheren, en uit de rest extraheren &c.

$$a + b \quad \text{———} \sqrt{} \qquad \sqrt{4ab} \quad \text{———} \sqrt{}$$

$$aa + 2ab + bb \qquad 4ab$$

$$4ab \quad \text{———} \text{ sub.}$$

$$aa - 2ab + bb$$

$$\sqrt{\text{———}}$$

komt $a - b$ of $-a + b$. Dezen Radix moet men tot het rationale deel adderen, en ook daar van Substraheren; de som en de rest halveren, en uit ieder nogmaal de vierkante Wortel trekken, zoo komen beide deelen der Binomische Quadraat Wortel.

$$\begin{array}{rcl} a+b & & a+b \text{ het rationale deel} \\ a-b & & -a+b \\ \hline 2a & & 2b \\ 2\overline{} & & 2\overline{} \\ \text{komt } a & \text{en} & b \end{array}$$

$$\surd\overline{}$$

$\surd a \quad + \quad \surd b$ de Binomische Quadr. Wortel.

VERKLARINGE IN GETALLEN.

Extrah. Rad. Quad. uyt $37+\surd 1200$. *Facit* $5+\surd 12$.

$$\begin{array}{rl} 37 & +\surd 1200 \\ 37 & \\ \hline 1369 & \\ 1200 & \\ \hline 169 & \text{subst.} \\ \surd\overline{} & \\ \pm 13 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} 37 & 37 \\ +13 & -13 \\ \hline 50 & 24 \\ 2\overline{} & \overline{} \\ 25 & 12 \\ \surd\overline{} & \overline{} \\ \textit{Facit}\ 5 & +\surd 12. \end{array}$$

Maar was het gegevene *Binomium* $37-\surd 1200$, zoo was desselfs Radix $5-\surd 12$.

Extr. Rad. Quad. uyt $28 + \sqrt{720}$. *Facit* $\sqrt{18} + \sqrt{10}$.

$$
\begin{array}{l}
28 + \sqrt{720} \\
28 \\
\hline
784 \\
720 \\
\hline
64 \\
\sqrt{} \\
\hline
\pm 8
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
28, & 28 \\
+8 & -8 \\
\hline
36 & 20 \\
2 \\
\hline
18 & 10 \\
\sqrt{} \\
\hline
\end{array}
$$

Facit $\sqrt{18} \quad + \quad \sqrt{10}$

Uyt deze beyde Exempelen kan men genoegzaam afleyden hoe de vierkante wortel uyt een *Binomium* getrokken word, om zig in alle voorvallen daar na te reguleren: doch tot oeffening der aanvangeren zullen wy nog eenige Exempelen laten volgen.

Trekt de Vierkante $\sqrt{}$ uyt $151 - \sqrt{14520}$. *Facit* $11 - \sqrt{30}$.
Item, uyt $109 + \sqrt{9072}$. *Facit* $9 + \sqrt{28}$.
en uyt $84 - \sqrt{6912}$. *Fac.* $\sqrt{48} - 6$.
nog uyt $72 + \sqrt{5120}$. *Fac.* $\sqrt{40} + \sqrt{32}$.

Van

Van de uittrekkinge der Cubicq Wortel

UIT

BINOMISCHE GETALLEN.

Dit zal niet zoo licht vlotten als het vorige, dewyl men daar by een haperingvind die niet geheel uyt de weg is te ruymen, (a) het welke men niet moet toeschryven aan gebrek van onderzoek, nadien veel beroemde Mannen van over lang haar daar mede bemoeit hebben, en 't heeft ons goet gedagt de eerst beginnende (want geoeffende is 't alrede bekent) zulks aan te toonen, op datze de regte geschapenheid van zaaken mogen kundig zyn: egter behoeft men zig deswegen niet t'laten afschricken, of de zaak voor onzeker, of te swaar houden. Men heeft slegts maar een getal na genoegen te nemen, het welk door de Regel dermaten bepaald word, dat men dezelve zoo onfeilbaar kan aantreffen als men weet dat 7 tusschen 6 en 8 staat. Wy zullen hier geen beschryving geven van de oude beken-

(a) S. Panzer *zegt in zyn Rarit. Kamer, pag.* 20. *Gron.* 1747. „ *Zoo men 't werk by 't regte* „ *eynde aanvat, zoo zal men alle binderpalen kon-* „ *nen uyt de weg ruymen.*

kende Regel, daar men het bedagte Getal toevallig raden moet, dewyl over dat ſtuk reets veel boeken voorhanden zyn, byzonder vind de geëerde Lezer zulks in *Henr. Meisners* Stern & Kern pag. 60 & ſeqq. Maar wy zullen hier een ander Regel voorſtellen die ons by deze beſchouwing is te binnen gekomen, en die wy tot het gebruik een weinig gemakkelyker bevonden hebben; niet dat wy daar mede de oude Regel verwerpen, maar op dat de Liefhebbers het onderſcheid mogen zien, en dan gebruiken dat haar het beſt gevald. Doch alvorens zullen wy by brengen desſelfs

DEMONSTRATIE.

Laat $a + \sqrt{b}$ de Binomiſche Cubicq Wortel zyn.

Zoo is $a^3 + 3ab + \overline{3aa + b}\sqrt{b}$ deszelfs Cubicq.

Hier is $a^3 + 3ab$ het Rationale, en $\overline{3aa + b}\sqrt{b}$ het Surdiſche deel van de Binomiſche Cubus. Wanneer men hier uit de Cubicq Wortel begeert te trekken, zoo moet men de Quadraten der beide deelen van malkander ſubſtraheren, en uit de reſt de Cubicq Wortel extraheren, &c.

ae

$a^6 + 6a^4b + 9aabb$ } de Quadraat van beide Deelen.
$9a^4b + 6aabb + b^3$

subſ.

$\sqrt[3]{a^6 - 3a^4b + 3aabb - b^3}$

$aa - b$ 't verſchil der Quadraaten van beide Wortel deelen.

3

$3aa - 3b$ deſſelfs drievoud

$aa + 3b$ het Rationale deel der Cubicq gedeelt door a het Rationaal deel der Wortel.

add.

$\sqrt{4aa}$

$2a$, wiens helft is a, zynde het bovenſtaande Rationale deel der Wortel, dienende tot een Proeve. Hier uit volgt deze

REGEL.

Subſtraheert de Quadraaten van beide deelen van 't *Binominm*; de Cubicq Wortel uyt de reſt is het verſchil der Quadraaten van dezelve deelen; met 3 vermenigvuldigt, heeft men deszelfs drievout.

Neemt vervolgens het Rationaale deel der Wortel (*a*), 't welk kleinder moet zyn als de Cubicq Wortel uit het Rationaale deel des *Binomiums*, en Divideert daar mede het gemelde

(*a*) S. Panſer, *voegt 'er by, en trekt 'er de naaſte Teerling-Wortel uit.*

de Rationaale deel (a), tot deszelfs Quotient addeert het even genoemde drievout, waar door dan een Quadraat getal moet komen, wiens halve Wortel is het Rationaale deel der begeerde Cubicq Wortel.

In de bewerking gaat dit tamelyk kort en ligt.

Extrah. Rad.Cub.uit $215 + \sqrt{39366}$. *Facit* $5 + \sqrt{6}$.

$$\sqrt{\frac{215 + \sqrt{39366}}{}}$$

46225   39366
39366

$$\sqrt[3]{\frac{6859}{}}$$

19 't verschil der Quadraaten.
met 3

57 deszelfs drievout.

Om na de gemelde Regel uit het bovenstaand *Binomium* de Cubicq-Wortel gemackelyk en voordeelig te vinden, zoo is de Cubicq-Wortel uit 215 byna 6. Nu moet men een getal nemen dat kleinder is dan 6, en daar mede men 215 zonder overschot kan deelen, dat hier niet anders kan zyn als 5 of $2\frac{1}{2}$, want de deelen daar een half bykomt, moet men ook in agt nemen, dewyl somwylen de Wortel met een half aangedaan is.

Di-

(a) *Indien dit zonder overschot kan gedeelt worden, zoo addeert hier toe het genoemde drievoud.*

Divideert men 215 door 5, komt 43, daar toe addeert 57, zynde het bovenstaande drievout, komt 100, dat een Quadraat getal is, wiens Radix doet 10, daar van de helft is 5, zynde het Rationaale deel der Wortel, en vermits het verschil der Quadraaten 19 is zoo komt voor 't Surdische deel $\sqrt{6}$, en vervolgens de Cubicq Wortel $5 + \sqrt{6}$.

TWEEDE DEMONSTRATIE,

Dewyl het *Rationaale* deel hier grooter is als het *Surdische*, zoo is ook het *Rationaale* deel der *Wortel* grooter. Stelt daarom voor 't *Rat.* deel x, zoo is het *Surdische* $xx-19$.

$$xx-19$$
$$\underline{\qquad\qquad 3}$$
$$3xx-57$$
add. xx het Quad. van 't *Rat.* deel

$$\underline{\qquad\qquad}$$
$$4xx-57$$
$$\underline{\qquad\qquad x}, \text{'t Rat. deel}$$
$4x^3-57\,x = 215$. 't Rat. deel van 't *Binom.*

5 . 100 . . 43 × 5. is 215.

Ergo 5 't *Rat.* deel, wiens *Quadraat* is 25; daar af substraheert 19, 't verschil der *Quadraaten*, resteerd 6 voor 't *Surdische* deel, derhalven is de begeerde *Cubicq-Wortel* $5 + \sqrt{6}$. Door welke *Demonstratie* de vorige *Regel* andermaal bevestigt word.

En op dat aan de kunst beminnende Lezer zal blyken hoe men in deze zaake, daarop het *fondament* der geheele *Cubicq-Cos* berust, geen

moei-

moeite ontzien heeft, zoo zullen wy hier nog by voegen de

DERDE DEMONSTRATIE.

Stelt een *vierkante vergelyking*, als deze

$$xx - ax + b = 0$$

Wanneer men deszelfs *Wortel Cubeert*, zoo bekomt men deze *Vergelyking*; $yy - a^3 y + b^3 = 0$
$+ 3aby$

Hier door kan men insgelyks uit een *Binomium* de *Cubicq-Wortel* trekken.

Stelt $y = 215 + \sqrt{39366}$, het vorige *Binomium*.

$$y - 215 = \sqrt{39366}$$

$$yy - 430y + 46225 = 39366 \quad \sqrt{}$$

$yy - 430y + 6859 = 0$, deze is de bovenstaande *gecubeerde vergelyking* gelyk, en is alzoo

$$a^3 - 3ab = 430 \qquad {}_3\sqrt{}\; b^3 = 6859$$

$$b = 19$$

$$3ab = 57a \quad (3a)$$

$$a^3 - 57a = 430$$

derhalven $a = 10$

Nu staat de bovenstaande eerste *Vergelyking* aldus,

$xx - 10x + 19 = 0$, heelt het □

$$xx - 10x + 25 = 6$$

$$\sqrt{}\quad x - 5 = \sqrt{6}$$

of $x = 5 + \sqrt{6}$ de begeerde *Cubicq* $\sqrt{}$.

Schoon

Schoon men hier door geen meerder voordeel bekomt, dewyl de *Cubische vergelyking* niet kan worden mis gegaan, zoo ziet men egter hoe na alle de drie *demonstratien* in de grond overeen stemmen, want hier heeft men

$$a^3 - 57\,a = 430$$

4 . 1 . 2).

wanneer men de *wortel* in 2 divideert, zoo komt 'er $4\,a^3 - 57\,a = 215$ 't geen het zelfde is als men by de tweede *demonstratie* heeft gehad.

Maar om dat een *Cubus* drie (a) afmetingen heeft, zoo konnen uyt ieder (b) getal drie *Cubicq-wortelen* getrokken worden: overzulks zullen wy hier kortelyk toonen, hoe men uyt $215 + \sqrt{39366}$ de twee overige *Cubicq-wortelen* vind, het welk door de reets gevonden *wortel* op de volgende wyze geschiet.

$5 + \sqrt{6}$ de gem. wortel, 't □ is $31 + \sqrt{600}$,
$2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{2}}$ de halve wort., 't □ is $7\frac{3}{4} + \sqrt{37\frac{1}{2}}$,
subs. 't bov. van 't onderste

trekt de $\sqrt{q}$ uyt $-23\frac{1}{4} - \sqrt{337\frac{1}{2}}$

$-23\frac{1}{4}$

8649 (16
— 5400 (16

3249 (16

$\sqrt{}$ ———

$\pm$ 57 (4

—93

(a) Dimensien. (b) verstaat *Cubicq getal*.

F

$$\begin{array}{rr} -93(4 & -93(4 \\ +57(4 & -57(4 \\ \hline -36(4 & -150(4 \end{array}$$

$$2\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$+\sqrt{-4\tfrac{1}{2}} \;-\; \sqrt{-18\tfrac{3}{4}}$$

$$\text{of} -\sqrt{-4\tfrac{1}{2}} \;+\; \sqrt{-18\tfrac{3}{4}}$$

Hier van substraheert de bovenstaande halve wortel $2\tfrac{1}{2} + \sqrt{1\tfrac{1}{4}}$, zoo komen

$$-2\tfrac{1}{2} - \sqrt{1\tfrac{1}{4}} + \sqrt{-4\tfrac{1}{2}} - \sqrt{-18\tfrac{3}{4}}$$

$$-2\tfrac{1}{2} - \sqrt{1\tfrac{1}{4}} - \sqrt{-4\tfrac{1}{2}} + \sqrt{-18\tfrac{3}{4}}$$

de beyde overige *Cubicq wortels* uyt $215 + \sqrt{39366}$.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt $40 + \sqrt{1573}$. *Facit* $2\tfrac{1}{2} + \sqrt{3\tfrac{1}{4}}$.

en uyt $40 - \sqrt{1573}$. *Facit* $2\tfrac{1}{2} - \sqrt{3\tfrac{1}{4}}$

$$\begin{array}{rl} 40 + \sqrt{1573}. & \\ 40 & \\ \hline 1600 & \\ 1573 & \\ \hline & \text{sub.} \\ \sqrt[c]{27} & \\ \hline 3 & \text{'t verschil der Quadraaten.} \\ 3 & \\ \hline 9 & \text{deszelfs drievoud.} \end{array}$$

De naaste *Cub. wortel* onder 40 is 3; derhalven moet men een getal nemen dat minder is als 3, om daar mede 40 te divideren, het welk hier niet

niet anders kan zyn als $2\frac{1}{2}$ of 2. Neemt men $2\frac{1}{2}$, het zelve kan 16 maal in 40, daar toe addeert 9 (het bovenstaande *drievoud*) komt 25, zynde een Quadraat getal wiens wortel is 5, waar van de helft gelyk is aan het genomen getal $2\frac{1}{2}$, daarom is dat het *Rationaale* deel, en dewyl het verschil der Quadraaten is 3, zoo komt voor 't Surdische deel $\sqrt{3\frac{1}{4}}$, overzulks $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$ de begeerde *Cubicq-wortel*.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt $720 + \sqrt{517888}$. *Facit* $6 + \sqrt{28}$.

$$
\begin{array}{l}
720 + \sqrt{517888} \\
720 \\
\hline
518400 \\
517888 \\
\hline
\sqrt[3]{512} \\
\hline
8 \text{ 't verschil der Quadraaten.} \\
3 \\
\hline
24 \text{ 't drievoud.}
\end{array}
$$

De naaste *Cub. wortel* uyt 720 is 9. Neemt een getal dat minder is als 9, en daar mede 720 gedeelt kan worden, 't geen hier kan zyn 8, $7\frac{1}{2}$, 6, 5, $4\frac{1}{2}$, 4 &c.

Neemt men 8, die kan 90 maal in 720, daartoe het *drievoud* 24, komt 114, dit moest niet alleen een Quadraat getal, maar zelfs wel 256 zyn, derhalven is 8 de regte niet. Neemt men $7\frac{1}{2}$, die kan 96 maal in 720, daar by 24,

komt 120, zynde ook geen *Quadraat* getal, daarom neemt het *Rationaale* deel 6, en divideert daar mede 720, komt 120, daar toe 24, komt 144, een *Quadraat* getal, wiens *wortel* is 12, waar van de helft 6, is het genomene *Rationaale* deel; en dewyl het verschil der *Quadraaten* is 8, zoo is het *Surdische* deel $\surd$ 28, en alzoo de *Cubicq-wortel* 6 + $\surd$ 28.

By deze *Cubische Binomiums* ontmoet men onderscheydene voorvallen, daar van de eerste is wanneer het *Rationaale* deel grooter is als het *Surdische*, dewelke zoo even afgehandelt zyn, waarop volgt.

HET TWEEDE VOORVAL.

Daar het *Surdische* deel grooter is als het *Rationaale*; en hier van zullen wy ook eenpaar Exempels bybrengen.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt 100 + $\surd$ 10125. *Facit* $2\frac{1}{2}$ + $\surd$ $11\frac{1}{4}$.

100 + $\surd$ 10125
100

10000
10125

---

c. ÷ 125
$\surd$ ———
÷ 5 't verschil der Quadraaten.
3

÷ 15 't drievoud.

Neemt

Neemt een getal dat kleynder is als de *Cubicq-wortel* uyt 100, en dat in 100 deelbaar is; het zelve kan zyn 4, 2½ en 2. Neemt men 4, die kan 25 maal in 100, hier af substraheert 15, (om dat het *drievoud* onder een — teken is) komt 10 dat een *Quadraat* getal, en 64 moest zyn, derhalven 4 het regte niet. Neemt daarom 2½ en divideert daar mede 100, komt 40, hier van het *drievoud* 15, rest 25, zynde een *Quadraat-getal*, wiens wortel is 5, diens helft 2½ het *Rationaale deel*: tot dit Quadraat, als 6¼, addeert 5, 't verschil der *Quadraaten*, komt 11¼ het *Surdische* deel, en is alzoo de begeerde *Cubicq-wortel* 2½ + √ 11¼.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt 2023 + √ 4122320. *Facit* 7 + √ 80.

2023 + √ 4122320
——— √

4092529
4122320
———
— 29791

c√ ———

— 31 't verschil der Quadraaten, diens drievoud is — 93. Hier kan 't *Rationaale deel* zyn, 8½. 7. 3½. Wy nemen 7. daar 2023 mede gedivideert, komt 289, hier af substraheert het *drievoud* 93, rest 196, een Quadraat-getal, wiens *wortel* is 14 en halve wortel 7, zynde het gestelde *Rationaale deel*, dewyl het verschil der *Quadraaten* is ÷ 31, zoo is het Surdische deel √ 80, overzulks de begeerde *Cubicq-wortel* 7 + √ 80, en aldus doet men ook met andere.

'T DERDE VOORVAL.

Nu komen wy vervolgens ter plaatze daar de Paarden gemenelyk aan den Berg gewoon zyn halte te houden, en de eerst beginnende doorgaans komen te stuyten; daar ook de Autheuren veeltyds (om dat de zaak zulk een verward aanzien heeft) over heen stappen, en niet gaarn mede willen te doen hebben. Doch wanneer men de *Cubic-Cos* grondig zal verstaan, kan men hier niet buyten om, dewyl dezelve daar in dikwils voorkomen. Het word van sommige ook moeijelyker gehouden, en swaarder aangezien, als het in der daat is, want wanneer men slegts wel agt geeft op de + en — tekenen, zoo kan men 't na de voorige *Regel* schielyk vinden, gelyk uyt de volgende Exempelen blykt.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt 80 + √ — 15552. *Facit* — 4 + √ — 12 — 1 — √ — 27 + 5 + √ — 3.

80 + √ — 15552
80
―――
6400
— 15552
――――― subst.
c 84 + 21952
√ ―――――
28 't verschil der *Quadraaten*, en 84 deszelfs *drievoud*.

Alhier kan het *Rationaale* deel somwylen grooter zyn als de *Cubicq-wortel* uyt het gemeen getal. Neemt daarom voor de deelders 5, 4, 2½ en 1, (wel aanmerkende, dat het *Rationaale* deel hier zoo wel kan + als − zyn). Laat ons + 4 nemen, daar mede 80 gedivideert, komt + 20, hier toe addeert het *drievoud* + 84, komt + 104, dit is geen *Quadraat* getal, derhalven + 4 het regte niet. Neme verder ÷ 4, daar mede 80 gedivideert, komt − 20: en om dat dit − is, zoo substraheert 20 van 't *drievoud* 84, rest 64, een *Quadraat* getal, wiens *wortel* is ÷ 8, en de helft − 4, zynde het gestelde *Rationaale* deel: van dit *Quadraat*, als + 16. sub: 28, 't verschil der *Quadraaten*, en uyt de rest de √, zoo is het *Surdische* deel √ − 12; en alzoo d'eene *Cubicq-wortel* − 4 √ − 12.

Om uyt 80 + √ − 15552 ook beyde overige *Cubicq-wortelen* te hebben, zoo neemt de reets gevonden *wortel*, met deszelfs helfte.

Als − 4 + √ − 12 | + 4 + √ − 768 } de □.ten
− 2 + √ − 3 | + 1 + √ − 48 }
sub. 't bov. v. 't ond. |
− 3 + √ − 432, hier uyt de √ q
− 3
\+ 9
− 432
sub.
\+ 441
√
± 21

$-3 \qquad -3$

$+21 \qquad -21$

$+18 \qquad -24$

2

$+9 \qquad -12$

$\sqrt{}$

komt $+3+\sqrt{-12}$

of $-3-\sqrt{-12}$, hier van fub. de vorige halve wort.

$-2+\sqrt{-3}$. Zoo komen voor de beyde overige *Cub. wort.* $+5+\sqrt{-3}$

en $-1-\sqrt{-27}$

d'eerstgevonden $\sqrt{}^c$ is $-4+\sqrt{-12}$

t'zamen o, derhalven zyn de gevondene *Radices* de regte.

Hier by is aan te merken, dat d'eene *Radix*, wiens *Rationaale*-deel het kleynste, en het *Surdische* getal het grootste is, de *Surdische* tekenen t'eenemaal contrarie veranderen, gelyk hier aan $-1-\sqrt{-27}$ te zien is.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt $-280+\sqrt{-62208}$. *Facit* $5+\sqrt{-27}$.

$-280+\sqrt{-62208}$

-280

$+78400$

-62208 fubf.

c $+140608$

$\sqrt{}$

$+52$ 't verschil der *Quadraaten*.

3

$+156$ deszelfs drievoud.

Neemt

Neemt het *Rationaale* deel + 5, daar mede divideert — 280, komt — 56; dewyl dit teken $-\!\!\div$ is, zoo substraheert 56 van het *drievoud* 156, rest 100, zynde een *Quadraat* getal, wiens wortel is 10, waar van de helft is + 5, het *Rationaale* deel; en door 't verschil der *Quadraten* dat 52 is, bekomt men voor 't *Surdische* deel $\sqrt{}$ — 27, zynde alzoo d'eene *Cubicq wortel* + 5 + $\sqrt{}$ — 27.

Neemt verder het *Rationaale* deel + 2, divideert daar mede — 280, komt — 140, dit substraheert van 156, rest 16, diens $\sqrt{}$ is + 4, waar van de helft is + 2, het *Rationaale* deel, en het *Surdische* $\sqrt{}$ — 48, derhalven is de tweede *Cubicq Wortel* + 2 — $\sqrt{}$ — 48. Hier geld wederom de vorige aanmerking, namentlyk, dat de *Surdische* tekenen contrarie veranderen.

Eindelyk, neemt het *Rationaale* deel — 7, daar mede — 280 gedivideert, komt + 40, om dat dit + is, zoo addeert 40 tot het *drievoud* 156, komt 196; de helft van derzelver $\sqrt{}$ *q* is — 7, het *Ratinaale* deel, en vervolgens $\sqrt{}$ — 3 het *Surdische*, zynde alzoo de derde *Cubicq wortel* — 7 + $\sqrt{}$ — 3.

+ 5 + $\sqrt{}$ — 27 }
+ 2 — $\sqrt{}$ — 48 } de drie *Cubicq* wortelen.
— 7 + $\sqrt{}$ — 3 }

t'Samen o, het welk tot een Proef verstrekt.

Trekt de *Cubicq wortel* uit — 49 — $\sqrt{}$ — 6860.

Facit + 3½ — $\sqrt{}$ — 8¾

— 49 — $\sqrt{}$ — 6860
— 49

+ 2401

$+ 2401$
$- 6860$
———— subſtraheert

$\sqrt[3]{+ 9261}$
———
21 't verſchil der $\square$ten, en 63 het (drievoud.

Neemt het *Rationaale* deel $+ 3\frac{1}{2}$, daar mede divideert $- 49$, komt $- 14$.

Dewyl dit $-$ is, zoo ſubſtraheert 14 van het *drievoud* 63, reſt 49, wiens halve $\sqrt{q}$ is $+ 3\frac{1}{2}$ het *Rationaale* deel; van deszelfs $\square$, zynde $12\frac{1}{4}$ ſubſtraheert 21, en trekt de $\sqrt{q}$, zoo komt voor 't *Surdiſche* deel $\sqrt{-8\frac{3}{4}}$, over zulks is de *Cubicq wortel* $+ 3\frac{1}{2} - \sqrt{-8\frac{3}{4}}$.

Trekt de *Cubicq wortel* uit $- 40 + \sqrt{- 4232}$.

Facit $- 4 + \sqrt{- 2}$.

$- 40 + \sqrt{- 4232}$
$- 40$
———
$+ 1600$
$- 4232$
———— ſubſtraheert

$\sqrt[3]{+ 5832}$
———
18 't verſchil der $\square$ten, en 54 deszelfs drievoud.

Neemt het *Rationaale* deel $- 4$, daar mede divideert $- 40$, komt $+ 10$, addeert tot 54, komt 64, de halve $\sqrt{q}$ is $- 4$, het *Rationaale* deel van welker $\square$ ſubſtraheert 18, en ſteld voor de reſt het $\sqrt{}$ teken, zoo komt voor 't *Surdiſche* deel $\sqrt{- 2}$; en is alzo de *Cubicq wortel* $- 4 + \sqrt{- 2}$.

Uit

Uit $-40-\sqrt{-4232}$ is de *Cubicq wortel* $-4-\sqrt{-2}$.
$+40+\sqrt{-4232}$ —— —— $+4+\sqrt{-2}$.
$+40-\sqrt{-4232}$ —— —— $+4-\sqrt{-2}$.

Uit deze Exempelen, ende daar bygevoegde verklaringen kan de kunst beminnende Lezer, derzelver behandeling genoegzaam afmeten, ik weet ook niet iets tot de zaak dienende verzwegen te hebben: en schoon 'er nog 't een of ander mogt overgebleven zyn, zal men zulks gemakkelyk konnen nagaan; indien men slegts aan de gestelde *Regel* houdt, en daar by de tekenen + en — wel in acht neemt, zoo moet onfeilbaar de wortel te voorschyn komen. Maar dewyl de zaak intricaat is, vereischt dezelve met omzigtigheit behandeld te worden, waarom voor dezen twee beroemde Wiskunstenaars, namentlyk *Johan Stampioen* en *Jacob van* (a) *Wassenaar* daar over in groot disput geraakt zyn.

Waar van de eerste A°. 1639 een geheel Tractaat in Quarto over de *Cubicq Cos* heeft in 't licht gegeven, daar in, onder anderen, ook *Regelen* gesteld zyn, hoe uit zulke *Binomiums* de *Cubicq wortel* getrokken zal worden; doch die op alle gevallen niet doorgaan, waar over zy elkander, als te onrecht hebben doorgestreken. Dewyl d'een voor d'ander niet wilde swigten, hebben zy 't op een weddenschap laten aankomen van 600 Guldens; verkiezende tot Scheids-Lieden de zeer ervaarne Professoren in de Mathesis *J. Gool* en *F. van Scho-*

(a) *of* Waessenaar.

Schooten, dewelke de zaak van *Stampioen* hebben afgekeurt; verkrygende alzoo voor zyn aangewende moeite, en zuuren arbeid, in 't vervaardigen van dat Boek, niet anders ten Loon, als schimp en schaade. Derhalven behoort men in zulke dingen niet te haastig te zyn, maar tragten geduurig de grond daar van na te vorschen, en die niet vindende, zig ook wel wagten om 'er een zeker besluit uit op te maaken, daar mede men geen mistreé doe, en alzoo in ongelegenheit geraaken, dewyl dikwils Meester boven Meester komt: ook zyn 'er die gaarn oordeelen over een geringe misslag van hun evennaasten, schoon zy zelfs met veel grooter gebrek behebt zyn.

Men heeft nog een soort van *Binomiums* daar beyde deelen *Surdisch* zyn, maar die by de *Cubicq-Cos* zelden voorkomen: doch het mogt gebeuren dat het ledige Getal in de Vergelyking een *Numerus surdus* was, daarom zal ik het zelve slegts door een eenig Exempel verklaaren en voorstellen door de *Algebra*, om dat die hier toe de regte weg aantoond.

Trekt de *Cubicq-wortel* uyt $\sqrt{3388} + \sqrt{3380}$: *Facit* $\sqrt{7} + \sqrt{5}$.

$\sqrt{3388} + \sqrt{3380}$

$\sqrt{}$

3388

3380 substr.

8

$\sqrt[3]{}$ ——

2 't verschil der □ten wiens driev. is 6.

Steld

Steld het Getal gelyk x, en neemt na de tweede *Demonstratie* $4x^3$, daar by 't getal $6x$, namentlyk,

$$4x^3 - 6x = \sqrt{3388}$$

$$\sqrt{7} \quad . \quad .28. \quad .22. \times \sqrt{7}. \text{ of } \sqrt{3388}.$$

Zynde alzoo het grootste deel der wortel $\sqrt{7}$. Van desselfs □ substrah. 2, en daar wederom het $\sqrt{}$ Teken voorgesteld, komt $\sqrt{5}$ voor 't kleynste deel. Of men vind het kleynste deel ook aldus:

$$4x^3 + 6x = \sqrt{3380}$$

$$\sqrt{5}. \quad 20 \quad , \quad 26 \times \sqrt{5} \text{ of } \sqrt{3380}.$$

zynde alzoo de begeerde *Cub.* wortel $\sqrt{7} + \sqrt{5}$.

Men kan dit nog wel op (*a*) andere manieren voorstellen, doch wy zullen ons daar niet verder mê ophouden.

Trekt nog de *Cub.* wortel uyt $\sqrt{2312} + \sqrt{2187}$. (*Facit* $\sqrt{8} + \sqrt{3}$.

OPLOSSING
DER
ÆQUATIEN.

Hoe men uyt een Æquatie de waarde van deszelfs Radicis zal vinden.

Dit is als de Algebraische Waag, die altoos aan wederzyden in gelyke *Balance* of gewigte staan. Men mag aan beyde zyden een gelyke

(*a*) *Gelyk men ziet by* S. Panser. *pag.* 24 *en* 25.

ke waarde by doen of afnemen, of men mag aan beyde zyden met gelyke Getallen of *Quantiteyten* multipliceren of divideren, of weerzyds *extraheren*, zonder dat dezelve daar door buyten den Evenaar gebragt word, en is een van de voornaamste en noodigste stukken der *Algebra*, daar aan het meeste gelegen is, want wat zoud het iemand veel baten, dat hy met zyn *Solutie* tot aan de *Æquatie* gekomen was, en wist de waarde van deszelfs *Radicis* daar uyt niet te vinden. Dienvolgens behoord de konstlievende Lezer wel toe te leggen om de oplossinge der *Æquatien* hem volkomen eygen te maaken, op dat hy in 't vervolg zonder hinder in de *Algebra* mag voortgaan. Hier toe zal ik de noodige aanleyding geven, en tragten alle swarigheden die daar by te voorzien zyn uyt den weg te ruymen. Ik zal van de *Reductie* niet spreeken, dewyl zulks tot de afhandeling der Opgaven behoort, alwaar vereyscht word dat men de Zaak tot een geschikte *Æquatie* moet brengen. Maar de *Æquatien* hebben onderscheyden trappen, en daar uyt ontstaan de onderscheyden benamingen der *Cossen* (a), als *gemene Cos*, *Quadraat-Cos*, *Cubicq-Cos* &c. Wy zullen na ieders order afzonderlyk handelen, en ten

I. VAN

(a) *De Oude hebben de naam van* Cos *aan deze Wetenschap gegeven, maar heden word die benaming weinig gebruikt.*

I.

VAN DE SIMPELE VERGELYKING OF GEMENE COS.

Wanneer twee *Quantiteiten* vergeleken worden, of een *quantiteit* met een gemeen getal, zoo is 't een *gemene Cos* (*b*) alwaar het werk door een eenvoudige divisie, en vervolgens na vereysch der grootste *quantiteyt*, door een gemene *Extractie* geschied, als;

Laat zyn $9p = 54$ als ook $8q = 60a$

$$9p = 54 \quad (9) \qquad \textit{Facit } p = 6.$$

$$8q = 60a \quad (8) \qquad q = 7\tfrac{1}{2}a.$$

$$11xx = 539 \quad (11) \qquad xx = 49 \quad (\surd) \qquad x = 7.$$

$$6xx = 72b \quad (6) \qquad xx = 12b \quad (\surd) \qquad x = \surd 12b.$$

$$5y^3 = 1080 \quad (5) \qquad y^3 = 216 \quad (\surd c) \qquad y = 6.$$

$$4z^3 = 500\,(c^3 \quad (4) \qquad z^3 = 125\,(c^3 \qquad z = 5\,c.$$

$$7ax^4 = 56bxx \qquad xx = 8b\,(a \quad (\surd) \qquad x = \surd\, 8b\,(a.$$

$$3bcy^3 = 12aey \qquad yy = 4\;ae\,(bc \quad (\surd) \qquad y = 2\surd ae\,(bc.$$

Om dat dit alles licht en vaardig te doen is, zoo agte het onnoodig daar van meerder voorbeelden by te brengen.

II. VAN

(*b*) *Simpele Vergelyking.*

II.

VAN DE QUADRAAT-COS OF VIERKANTE VERGELYKINGEN.

Klaare en grondige Verklaringe van dezelve.

Alle *Vierkante Vergelykingen*, onbepaalt van wat gedaante, wanneer die op behoorlyke wyze gereduceert en aangelegt zyn, dat de grootste *quantiteit* met de eenheyd is aangedaan, als $1\,xx$ of xx &c. worden aangemerkt als onvolkomen *Quadraaten*, welker gemis men vergoed met by te voegen het geen 'er ontbreekt; komende alzoo aan de eene zyde een volkomen *Quadraat*, en aan de andere zyde een gemene *quantiteit* of ledig getal. Wanneer men dan aan beyde zyden trekt de vierkante Wortel, en eyndelyk reduceert, zoo komt $1x$ of x gelyk het begeerde getal, waar mede het werk verrigt is.

Men kan de *vierkante Vergelykingen* aanmerken ten aanzien van de tekenen + en —, voornamentlyk drie'erley, als

1. $xx + ax - b = 0$
2. $xx - ax - b = 0$
3. $xx - ax + b = 0$, deze laatste heeft twee ware *Radices*.

Hier kan men nog by doen.

4. $xx + ax + b = 0$

Deze laatste heeft twee *Negative* of verdichte wortelen, dewelke staan onder het teken —, en alzoo minder zyn als niets; derhalven komen dezelve in 't gebruyk zelden voor, ten ware gehandelt word van zaken, daar de Getallen minder als niet beduyden.

Hier

Hier op zal ik aantoonen hoe de bovenstaande *Æquatien* gesolveert worden.

1. $xx + ax - b = 0$. Heelt het □.

$$\begin{array}{l} xx + ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa + b \\ \sqrt{} \quad x + \frac{1}{2}a = \pm\sqrt{\frac{1}{4}aa + b} \\ x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}aa + b} - \frac{1}{2}a \end{array}$$

de begeerde (wortel.

Men heelt het *Quadraat* in dezer voegen; De middelste *Quantiteit* x, is met a aangedaan, diens helft als $\frac{1}{2}a$ gequadrateert, komt $\frac{1}{4}aa$, en aldus is het volkomen *Quadraat* aan de eene zyde $xx + ax + \frac{1}{4}aa$. Dewyl over $\frac{1}{4}aa$, staat $-b$, zoo addeert b tot $\frac{1}{4}aa$, komt $\frac{1}{4}aa + b$, gelyk het vorige *Quadraat*. Wanneer men vervolgens aan beide zyden de vierkante wortel trekt, zoo komt aan de eene zyde $x + \frac{1}{2}a$, en aan de andere zyde $\sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$. Dit *Radicaal-teken* kan + en − zyn, en dus zyn de beide wortelen $x = +\sqrt{\frac{1}{4}aa + b} - \frac{1}{2}a$, of $-\sqrt{\frac{1}{4}aa + b} - \frac{1}{2}a$, Daar van is de eerste de eenige ware wortel; de ander voldoet ook in de proeve, maar dewyl dezelve *Negatif* of minder als niet is, laat men dezelve varen.

2. $xx - ax - b = 0$, heelt het □.

$$\begin{array}{l} xx - ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa + b \\ \sqrt{} \quad x - \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}aa + b} \end{array}$$

$x =$

$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, zynde de eenige ware wortel, de verdichte laaten wy agter.

3. $xx - ax + b = 0$, heelt het □.

$$xx - ax + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa - b$$

$$\sqrt{}$$

$$x - \tfrac{1}{2}a = \pm\sqrt{\tfrac{1}{4}aa - b}$$

Ergo $x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$

of $x = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$

Hier komen altyd twee ware Wortelen, die beide aan de opgave beantwoorden, en proef houden.

In de Solutie is hier anders geen verandering, als dat over $\frac{1}{4}aa$ staat $+b$, derhalven moet men b van $\frac{1}{4}aa$ substraheren, zoo komt aan de andere zyde $\frac{1}{4}aa - b$ enz.

4. $xx + ax + b = 0$, heelt het □.

$$xx + ax + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa - b$$

$$\sqrt{}$$

$$x + \tfrac{1}{2}a = \pm\sqrt{\tfrac{1}{4}aa - b}$$

Ergo $x = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$

of $x = -\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$

Deze beide Wortelen zyn altyd minder als niets, waarom dezelve ook zelden gebruikt worden, uitgenomen datze in de *Geometrische Constructien* zomwylen voorkomen, daarze de ware Wortel tegen zich over stellen.

In-

Indien de grootste *quantiteit* xx met eenig getal buiten de éénheit aangedaan is, moet men dezelve verschikken en reduceren op dat 'er voor de éénheit komt, werkende dan verder, als reets geleert is, gelyk by het volgende *Exempel* blykt.

Laat zyn $c\,xx + ax - b = 0$

$c)$ 1. met c

$xx + ax - bc = 0$, heelt het □.

$xx + ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa + bc$

$\surd$

$x + \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bc}$

of $x = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bc} - \frac{1}{2}a$

(gedeelt door c

Om dat men de *Radices* alvorens met c gemultipliceert heeft, moet de waarde der Wortel wederom door c gedivideert worden, waardoor zy haar ware groote bekomt.

Uit deze algemene Verklaring kan men de grond en kennis der *Quadraat Cos* (a) licht afmeten: zoo egter zulks den Leerling nog eenigzints duister mogt voorkomen zal ik, dezelve ten dienste, deze eenvoudige verklaaring in getallen daar by voegen.

(a) *Vierkante vergelykingen.*

NA DE EERSTE REGEL

Laat zyn $xx + 8x - 65 = 0$ heelt het □.

$$xx + 8x + 16 = 81$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x + 4 = 9$$

of $x = 5$ de juiste waarde van de *Radix*.

Maar wanneer 't getal der tweede Term oneven is, zoo multipliceert men het doorgaans met 2, om de breuken te vermyden, gelyk by 't volgende blykt.

$$4yy + 7y - 57 = 0 \quad 2$$

$$8yy + 14y - 114 = 0$$

8) 1 met 8

$$yy + 14y - 912 = 0$$ heelt het □.

$$yy + 14y + 49 = 961$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$y + 7 = 31$$

$y = 24$ (ged. door 8.

of $y = 3$ de ware *Rad.*

Indien de Getallen met breuken aangedaan zyn, zoo moet men 't zoo schikken dat het Getal der tweede Term even word, want dan werkt men in geheele getallen, als

$$2\tfrac{1}{3}xx + 8\tfrac{1}{2}x - 135 = 0$$

12

$$28xx + 102x - 1620 = 0$$

met 28, zynde het xx Getal

$$xx + 102x - 45360 = 0$$ heelt het □.

$$xx + 102x + 2601 = 47961$$

$\sqrt{}$

$$x + 51 = 219$$

$$x = 168$$ (ged. door 28.

of $x = 6$ de ware *Radix*.

Als de *Extractie* by het ledige Getal niet net opgaat, zoo is de waarde van de *Radix* een *Binomium*. Als,

$$xx + 12x - 20 = 0$$ heelt het □.

$$xx + 12x + 36 = 56$$

$\sqrt{}$

$$x + 6 = \sqrt{56}$$

of $x = \sqrt{56} - 6$.

De *vierkante Vergelykingen*, die in een hooger graad staan worden even als de vorige ontbonden. Als,

$$x^4 + 10xx - 875 = 0$$

$$x^4 + 10xx + 25 = 900$$

$\sqrt{}$

$$xx + 5 = 30$$

$$xx = 25$$

$\sqrt{}$

Facit $x = 5$.

NA DE TWEEDE REGEL.

$$xx - 8x - 32 = 0$$ heelt het □.

$$xx - 8x + 16 = 48$$

$$\sqrt{}$$

$$x - 4 = \sqrt{48}$$

Facit $x = 4 + \sqrt{48}$.

EEN ANDER.

$$2xx - 17x - 117 = 0 \quad 2$$

$$4xx - 34x - 234 = 0$$

met 4, 't xx getal

$$xx - 34x - 936 = 0$$ heelt het □.

$$xx - 34x + 289 = 1225$$

$$\sqrt{}$$

$x - 17 = 35$, of $x = 52$ (ged. door 4. (zynde 13.

NOG EEN VERGELYKING.

$$5\tfrac{1}{2}yy - 18\tfrac{1}{4}y - 573 = 0 \quad 8$$

$$44yy - 146y - 4584 = 0$$

met 44 het yy getal.

$yy - 146\,y - 201696 = 0$ heelt het □.

$yy - 146\,y + 5329 = 207025$

$\sqrt{}$

$y - 73 = 455$

$y = 528$ (ged. door 44.

Ergo $y = 12$

IN HOOGER TRAPPEN.

$x^6 - 36\,x^3 - 1792 = 0$

$x^6 - 36\,x^3 + 324 = 2116$

$\sqrt{}$

$x^3 - 18 = 46$

$x^3 = 64$

$\sqrt[3]{}$

$x = 4$

NA DE DERDE REGEL.

$xx - 14\,x + 45 = 0$ heelt het □.

$xx - 14\,x + 49 = 4$

$\sqrt{}$

$x - 7 = +2$ of -2

$x = 9$ of 5.

Wy hebben reets te vooren gezegt, en 't is ook hier oogschynelyk, dat uit de Vergelykingen van deze derde *Regel* altyd twee waare Wortelen komen.

Uit

Uit $yy - 16y + 34 = 0$ is $y = 8 + \sqrt{30}$, of $8 - \sqrt{30}$.

Laat zyn $3zz - 31z + 70 = 0$

$$2$$

$$6zz - 62z + 140 = 0$$

met 6 't zz getal.

$$zz - 62z + 840 = 0$$

$$zz - 62z + 961 = 121$$

$\sqrt{}$

$$z - 31 = +11 \text{ of } -11$$
$$+31 \quad +31$$

$z = 42$ of 20 (ged. door 6.

Ergo $z = 7$ of $3\frac{1}{3}$.

NOG EEN EXEMPEL.

$$3\tfrac{1}{2}xx - 20\tfrac{1}{15}x + 28 = 0$$

30

$$105xx - 602x + 840 = 0$$

7

$$15xx - 86x + 120 = 0.$$

met 15 't xx getal.

$xx - 86x + 1800 = 0$ heelt het $\square$.

$$xx - 86x + 1849 = 49$$

$\sqrt{}$

$$x - 43 = +7 \text{ of } -7$$
$$+43 \quad +43$$

$x = 50$ of 36 (gedeelt door 15.

Ergo $x = 3\frac{1}{3}$ of $2\frac{2}{5}$

Uit

Uyt deze duydelyke verklaaring blykt genoegſaam de grond van de *Quadraat Cos.*

III.

VAN DE CUBICQ COS.

Doct. Hieronymus Cardanus en zyn navolgers hebben van de *Cubicq Cos* 13 Regelen geſteld, maar die men hier niet noodig heeft, dewyl veel Regelen en onnoodige wytloopigheyd meer na als voordeel komen toe te brengen. Want als men de tweede Term uyt de *Æquatie* weg werkt zo blyven eyndelyk ſlegts drie Regelen, dewelke na de onderſcheyden tekenen van + en — afzonderlyk moeten verklaart worden. Om in dezen behoorlyk te ſlagen zullen wy alvorens aantoonen hoe men de tweede Term uyt de *Æquatie* kan weg nemen.

In acht genomen wanneer de tweede Term + is, dat men dan de *Radices* $\frac{1}{3}$ van 't getal dezer tweede quantiteit grooter maakt, maar is de tweede Term $\div$ zoo maakt men de *Radices* $\frac{1}{3}$ uyt het zelve getal kleynder, het welk op de volgende wyſe geſchied.

Laat zyn gegeven deſe *Æquatie*

$$x^3 - 12xx + 63x - 572 = 0$$

Om dat hier de tweede Term is $-12xx$, zoo moet men die *Radices* om $\frac{1}{3}$ uyt 12, zynde 4 kleynder maken, dienvolgens ſteld men het contrarie teken, als $x + 4$, dit gemult. met 63.

$$xx + 8x + 16 \text{ het } \square\text{, met } \div 12.$$

$$x^3 + 12xx + 48x + 64 \text{ deſſelfs } \textit{Cubicq.}$$
$$- 12xx - 96x - 192$$
$$+ 63x + 252$$
$$- 572$$

$$x^3 \quad + 15x - 448 = 0$$

EEN ANDER SCHOONE EN LIGTE MANIER.

$$x^3 - 12xx + 63x - 572 = 0\text{, heelt de } \textit{Cubus}$$

$$x^3 - 12xx + 48x - 64 = - 15x + 508$$

$$\sqrt[3]{}$$

$$x - 4 = \sqrt[3]{- 15x + 508}$$

$$x = + 4 + \sqrt[3]{- 15x + 508}$$
$$\text{met } + 4 \quad - 60$$
$$- 60 \quad + 448$$

Derhalven is de veranderde *Æquatie*

$$x^3 = - 15x + 448.$$

of $x^3 + 15x - 448 = 0$, als voren.

Hier uyt is de *Radicis* waarde 4 minder als in de eerſt gegevene *Æquatie*, en om dat in dezen $x = 7$ is, zoo als in 't vervolg zal worden aangetoond, moet men 4 daar toe adderen, komt 11 voor de *Radicis* waarde uyt

$$x^3 - 12xx + 63x - 572 = 0$$

Maar

Maar wanneer de tweede Term der *Æquatie* niet door 3 deelbaar is zoo moet men alvorens derzelver *Radices* met 3 multipliceren op dat de bewerking in heele getallen geschied, waar toe het volgende tot een voorbeeld dient.

$$y^3 + 8yy - 23y - 210 = 0$$
met 3 . 9 . 27

$$y^3 + 24yy - 207y - 5670 = 0$$

Om dat hier de tweede Term $+24yy$ is, zoo moet men die *Radices* met 8 (zynde ⅓ uyt 24) vergrooten.

Steld $y = x - 8$. met -207

$$yy = xx - 16x + 64, \text{ met } +24$$

$$\begin{aligned} y^3 = x^3 - 24xx &+ 192x - 512 \\ +24xx &- 384x + 1536 \\ &- 207x + 1656 \\ &\qquad - 5670 \end{aligned}$$

$$x^3 \qquad - 399x - 2990 = 0$$

NA DE ANDERE MANIER WERKT ALDUS;

$$y^3 + 24yy - 207y - 5670 = 0, \text{ heelt de } \textit{Cubus}.$$

$$\sqrt[3]{y^3 + 24yy + 192y + 512} = \sqrt[3]{399y + 6182}$$

$$y + 8 = \sqrt[3]{399y + 6182}$$

$$y = \sqrt[3]{399y + 6182}, - 8$$

$$8, \quad - 3192$$

$$y \quad - 3192 \quad + 2990.$$

Dienvolgens is de veranderde Vergelyking

$$x^3 = 399x + 2990$$

of $x^3 - 399x - 2990 = 0$, als boven.

Hier uyt is $x = 23$, of $x - 8 = 15$, dat is $3y = 15$, om dat alvorens de *Radices* met 3 gemultipliceert is, overzulks $y = 5$ de *Radices* waarde uyt de gegeven *Æquatie*

$$y^3 + 8yy - 23y - 210 = 0.$$

Wanneer in diervoegen uyt alle voorkomende *Cubicq Æquatien* de tweede Term word weg gewerkt (ten waare dezelve daar niet in was, want dan heeft men desen arbeyd niet noodig) zoo zal een van deze drie *Æquatien* te voorschyn komen, welk de drie Grond-Regelen der *Cubicq-Cos* voorstellen, namentlyk;

I.

1. $x^3 + ax - b = 0$
2. $x^3 - ax - b = 0$
3. $x^3 - ax + b = 0$

Door *a* en *b* worden alle voorkomende getallen verbeeld.

Zoo men zulken *Æquatie* ($x^3 + ax + b = 0$) vond, dat somwylen wel geschieden kan, zoo werkt men die na de eerste Regel, en is dan de waarde van $x \div$.

Hier op zal ik tot een wegwyzer deze drie *Regelen* kort, doch klaar en grondig verklaaren, alzoo iemand een zaak te eerder zal te binnen komen wanneer men een klaar en grondig bewys voor oogen ziet.

DE EERSTE REGEL.

Een Cubicq Vergelyking in een Vierkante te veranderen.

In de vorige Eeuw hebben zig verscheyden Telkunstenaars getracht de Cubicq-Vergelykingen tot Vierkante te brengen door aan beyde zyden iets toevalligs te adderen of te substraheren, en dan weerzyds door $x +$ of $\div$ een ledig Getal dividerende, om alzoo een Vierkante Vergelyking te bekomen. Zy hebben ook wel beloften gedaan hier van zekere Regelen te geven, maar waar van tot nog toe niets is te voorschyn gekomen, en die ook wel verder na die manier mogten agter blyven. Trou-

wens zulke Operatien zyn niet anders als Blindwerk en Spiegelgevegten, en kan de genoemde Divisio terstond geschieden, als men de quantiteit $= 0$ steld, zonder dat men iets behoeft te adderen of te substraheren, doch zulk divideeren moet door een bekende *Radicem* geschieden, maar van waar zal men die bekomen? Ik zal nu aantoonen hoe men een Cubicq-Vergelyking in een Vierkante kan veranderen, of schoon zulks wel niet in vorigen opzigt geschiet, nadien de natuur der zaake niet toelaat de Lichamelyke Solutie te vermyden, en van de Cubicq Extractie te ontdoen.

DEMONSTRATIE.

Laat zyn $x^3 + 3ax - 2b = 0$

Steld $pp - px - a = 0$, zoo is $x = \frac{pp - a}{p}$, dit in plaats van x in de gegevene Æquatie, men heeft

$$\frac{p^6 - 3ap^4 + 3aapp - a^3}{p^3} + \frac{3app - 3aa}{p} \div 2b = 0,$$

alles met p^3 gemult. zoo komt

$$\begin{array}{l} p^6 - 3ap^4 + 3aapp - a^3 \\ \quad + 3ap^4 - 3aapp \\ \quad\quad - 2bp^3 \\ \hline p^6 \quad - \quad 2bp^3 - a^3 = 0 \end{array}$$

Dit

Dit is een Vierkante Vergelyking, ſchoon dezelve ſtaat onder de ſesde groote. Hier uyt is $p = \sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}}$.

Alvorens was $x = \frac{pp - a}{p} = p - \frac{a}{p}$. In plaats van p ſteld deſſelfs gevonden waarde, zoo is

$$x = \sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}} \div \frac{a}{\sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}}}$$

Divideert deſe laatſte breuk aldus;

$$\frac{\sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}}}{b + \sqrt{bb + a^3}} \;,\; \frac{\div a}{-a^3} \text{ Cubeert ieder.}$$

$$\begin{array}{ll} b - \sqrt{bb + a^3} & -a^3 \\ \hline bb & \text{komt } 1 \end{array}$$

ſubſ. $bb + a^3$ $\qquad \frac{b - \sqrt{bb + a^3}}{\quad}$ mult.

$\overline{\div a^3}$, de deler $\sqrt[3]{\frac{b - \sqrt{bb + a^3}}{\quad}}$

$\sqrt[3]{b - \sqrt{bb + a^3}}$, Dit in plaats van $\frac{-a}{\sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}}}$, men heeft

$$x = \sqrt[3]{b + \sqrt{bb + a^3}}, + \sqrt[3]{b - \sqrt{bb + a^3}},$$

waar na alle Æquatien van deſe Eerſte Regel mogen ontbonden worden. Schoon deſſelfs bewer-

werking hier door middag klaar is voorgesteld; zal ik tot des te beter begrip een paar Exempelen in getallen daar van ter neer stellen.

't Is best dat x^3 en x aan de eene, en het ledige Getal aan de andere zyde gesteld word, want dan toonen de tekenen $+$ en $-$ hoe dat men werken moet.

Als, $x^3 + 15x = 448$

hier is $3a = 15$ en $2b = 448$

$$a = +5 \qquad b = 224$$

$$a^3 = +125 \qquad bb = 50176$$

$$+a^3 = 125$$

$$\sqrt{2}\; bb + a^3 = 50301$$

$\pm\sqrt{50301}$ dit geaddeert tot $b = 224$, zynde de helft van het ledige Getal, zoo komt een *Binomium* en een *Residium*, als

$$\begin{array}{r|l} & \sqrt{c} \\ 224 + \sqrt{50301} & 3\tfrac{1}{2} + \sqrt{17\tfrac{1}{4}} \\ 224 - \sqrt{50301} & 3\tfrac{1}{2} - \sqrt{17\tfrac{1}{4}} \end{array}$$

addr.

Facit $x = 7$

Hoe men uyt $224 + \sqrt{50301}$, of desselfs tegenovergestelde, de Cubicq-wortel kan vinden, is alvorens zeer duydelyk aangewezen; ik zal het zelve hier nog een maal ter neer stellen.

224

$224 + \sqrt{50301}$
224

50176
50301
——— subſ.

$\sqrt[3]{-125}$

komt — 5 't verſchil der Quadraaten, wiens (drievoud is — 15.

Het Rationaale deel kan hier zyn 4, 3½, en 2; ik neem 4, en divid. daar mede 224, komt 56, daar van ſubſ. het driev. 15. om dat het — is, reſt 41. Dit is geen Quadraat, derhalven is 4 het regte niet. Neemt daarom 3½, en divid. daar mede 224, komt 64, daar van 15, reſteerd 49, de helft van derzelver Quadraat $\sqrt{}$ is 3½, het Rationaale deel, en dewyl 't verſchil der Quadraaten — 5 is, zoo is het Surdiſche deel $\sqrt{17\frac{1}{4}}$, overzulks de begeerde Cubicq wortel $3\frac{1}{2} + \sqrt{17\frac{1}{4}}$.

Moet hier by nog herinneren dat de meeſte Telkunſtenaars gewoon zyn by dees eerſte Regel het *Binomium* en zyn *Reſidium* aldus te zetten;

	Rad. Cub.
$\sqrt{50301} + 224$	$\sqrt{17\frac{1}{4}} + 3\frac{1}{2}$
$\sqrt{50301} - 224$	$\sqrt{17\frac{1}{4}} - 3\frac{1}{2}$
	——— subſ.

Facit $x = 7$.

Schoon de waarde van x hier ook wel uytkomt, zo word het nogtans na de Regel niet recht bewerkt, want het blykt uyt de Formule, dat beyde *Cubicq-wortelen* moeten geaddeert, maar niet gesubstraheert worden: daar en boven heeft het Rationaale deel des *Binomiums* het + of — Teken niet maar het surdische. Ik breng dit by op dat de aanvangers wegens dit onderscheyt niet in verwarde gedagten mogten gebragt worden.

$$x^3 + 42x = 2232$$

$$\begin{array}{cc} 3\overline{\quad\quad} & 2\overline{\quad\quad} \\ +14 & 1116 \\ \overline{\quad\quad}\,\sqrt{}^{3} & \overline{\quad\quad}\,\sqrt{} \\ +2744 & 1245456 \\ & +2744 \\ & \overline{\quad\quad} \\ & 1248200 \\ & \sqrt{}\,\overline{\quad\quad} \\ & \pm\sqrt{1248200} \end{array}$$

$$\sqrt[3]{}$$

$$\begin{array}{l|l} 1116 + \sqrt{1248200} & 6 + \sqrt{50} \\ 1116 - \sqrt{1248200} & 6 - \sqrt{50} \end{array}$$

$\overline{\quad\quad\quad\quad}$ add.

komt $x = 12$.

$y^3 + 40y = 1089$

$3 \overline{\quad} \qquad 2 \overline{\qquad}$

$+13\frac{1}{3} \qquad 544\frac{1}{2}$

$\overline{\qquad} \sqrt{}^3 \qquad \overline{\qquad} \sqrt{}$

$+3270\frac{10}{27} \qquad 296480\frac{1}{4}$

$+2370\frac{10}{27}$

$\overline{\qquad\qquad}$

$298850\frac{67}{108}$

$\sqrt{} \overline{\qquad\qquad\qquad}$

$\pm\sqrt{298850\frac{67}{108}}$

$\sqrt[3]{}$

$544\frac{1}{2} + \sqrt{298850\frac{67}{108}} \;\Big|\; 4\frac{1}{2} + \sqrt{33\frac{7}{12}}$

$544\frac{1}{2} - \sqrt{298850\frac{67}{108}} \;\Big|\; 4\frac{1}{2} - \sqrt{33\frac{7}{12}}$

$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ add.

komt $y = 9$.

Of schoon het *Binomium* en zyn *Residium* in breuken staan zulks kan niet hinderen, want dewyl de getallen in de *Æquatie* zyn heele zoo volgt daar uyt dat des Radicis waarde ook een heeltal moet zyn, overzulks moet ook het Rationaale deel der *Cubicq-wortel* wederom in heele of met een $\frac{1}{2}$ komen.

$544\frac{1}{2} + \sqrt{298850\frac{67}{108}}$

$544\frac{1}{2}$

$\overline{\qquad\qquad}$

$296480\frac{1}{4}$

$298850\frac{67}{108}$

$\overline{\qquad\qquad}$ subs.

$-2370\frac{10}{27}$

$\sqrt[3]{} \overline{\qquad\qquad}$

$-13\frac{1}{3}$ 't verschil der Quadraaten wiens (drievoudt is -40.

H 2 De

De naaste Cubicq-wortel uyt $544\frac{1}{2}$ en die in dit getal deelbaar is, is $5\frac{1}{2}$, daar mede gedivid. komt 99, hier van subs. het driev. 40, rest 59, dewyl dit geen Quadraat is zoo is het 't regte niet. Neemt daarom $4\frac{1}{2}$, daar mede $544\frac{1}{2}$ gedivid. komt 121, daar van subs. 40, rest het Quadraat getal 81, wiens halve wortel is $4\frac{1}{2}$ het Rationaale deel: en om dat — $13\frac{1}{3}$ het verschil der Quadraaten is, zoo is het Surdische deel $\sqrt{33\frac{7}{12}}$ dienvolgens de Cubicq-wortel $4\frac{1}{2} + \sqrt{33\frac{7}{12}}$.

Item, $x^3 + 31x = 560$. *Facit* $x = 7$.

$y^3 + 52y = 1520$. *Facit* $x = 10$.

Maar wanneer men uyt het *Binomium* de Cubicq-wortel niet kan trekken, zoo zet men 'er het $\sqrt[3]{}$ teken voor. Als

$$x^3 + 24x = 48$$

$$\frac{+8}{3} \quad \frac{24}{2}$$

$$+512 \;\; \sqrt[3]{} \qquad 576 \;\; \sqrt{}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ +512 \\ \hline 1088 \end{array}$$

$$\sqrt{}$$

$$\pm\sqrt{1088}$$

$$\sqrt[3]{}$$

$$24 + \sqrt{1088} \;\Big|\; \sqrt[3]{24 + \sqrt{1088}}$$

$$24 - \sqrt{1088} \;\Big|\; \sqrt[3]{24 - \sqrt{1088}}$$

add.

komt $x = \sqrt[3]{24 + \sqrt{1088}} + \sqrt[3]{24 - \sqrt{1088}}$.

In-

Indien men dit Rationaal maakt zoo kan men x zoo na vinden als men begeert, maar in kleyne getallen isse byna $= 1\frac{1}{2}$.

TWEEDE REGEL.

DEMONSTRATIE.

Laat zyn $x^3 - 3ax - 2b = 0$.

Steld $pp - px + a = 0$, zoo is $x = \frac{pp+a}{p}$,

dit in plaats van x in de gegeven *Æquatie*, men heeft $\frac{p^6+3ap^4+3aapp+a^3}{p^3} \div \frac{3app+3aa}{p} \div 2b = 0$,

alles met p^3, komt

$$\begin{array}{l} p^6 + 3ap^4 + 3aapp + a^3 \\ \quad - 3ap^4 - 3aapp \\ \qquad - 2bp^3 \\ \hline p^6 \quad - 2bp^3 \quad + a^3 = 0 \end{array}$$

Komt wederom een Vierkante Vergelyking waar van de grootste waarde van $p = \sqrt{b + \sqrt{bb - a^3}}$ is.

Alvorens was $x = \frac{pp+a}{p}$ of $x = p + \frac{a}{p}$. Steld in plaats van p de gevonden Radicem zoo is

$$x = \sqrt[3]{b + \sqrt{bb - a^3}} + \frac{a}{\sqrt[3]{b + \sqrt{bb - a^3}}},$$

 Di-

Divideert a door $\sqrt[3]{b+\sqrt{bb-a^3}}$ aldus;

$$\frac{\sqrt[3]{b+\sqrt{bb-a^3}} \qquad +a}{\begin{array}{ll} b+\sqrt{bb-a^3} & +a^3 \\ b-\sqrt{bb-a^3} & +a^3 \end{array}}$$ Cubeert ieder

$b-\sqrt{bb-a^3}$ ——— $+a^3$ —— komt $+1$

$$\begin{array}{l} bb \\ bb-a^3 \\ \hline +a^3 \end{array}$$ sub.

$$\frac{b-\sqrt{bb-a^3}}{}$$ mult. (en trekt $\sqrt[3]{}$.

$\sqrt[3]{b-\sqrt{bb-a^3}}$ dit in plaats van $\dfrac{a}{\sqrt[3]{b+\sqrt{bb-a^3}}}$, komt $x =$.

$$\sqrt[3]{b+\sqrt{bb-a^3}} + \sqrt[3]{b-\sqrt{bb-a^3}},$$

het welk is de juyste waarde des wortels uyt $x^3 - 3ax - 2b = 0$.

VER-

VERKLARING IN GETALLEN.

Laat zyn $x^3 - 39x = 200$

hier is $-3a = 39$ en $2b = 200$

$-a = 13$, $b = 100$

$\sqrt[3]{}$ $\sqrt{}$

$-a^3 = 2197$ $bb = 10000$

$-a^3 = 2197$

$bb - a^3 = 7803$

$\sqrt{}$

$\pm\sqrt{7803}$, wanneer dit tot $b = 100$, zynde de helft van het ledige Getal, wort gezet, komt het volgende *Binomium* en zyn *Residium*.

$$\sqrt[3]{100 + \sqrt{7803}} = 4 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{100 - \sqrt{7803}} = 4 - \sqrt{3}$$

add.

komt $x = 8$.

Schoon alvorens genoegzaam is aangewesen hoe men uyt zulke *Binomiums* de Cubicq-wortel zal trekken, zal ik echter tot meerbevestiging dit hier nog byvoegen.

$100 + \sqrt{7803}$

100

10000

10000
7803
———— fubf.
2197
$\sqrt[3]{}$ ————
13 't verfchil der Quadraaten wiens drievoud is 39.

De naaste Cubicq-wortel beneden 100 is 4, daar mede gediv. komt 25, add. het drievoud 39, komt het Quadraat getal 64, wiens halve wortel is 4, het Rationaale deel; 't verfchil der Quadraaten is 13, overzulks 't Surdifche deel $\sqrt{3}$, en de begeerde Cubicq-wortel $4+\sqrt{3}$.

Vind de waarde van y uyt $y^3-72\,y=864$.

3 —— 2 ——
—24 432
—— $\sqrt{}^3$ —— $\sqrt{}$
—13824. 186624.
—13824
————
172800
$\sqrt{}$ ————
$\pm\sqrt{172800}$

$\sqrt[3]{}$
$432+\sqrt{172800}$ | $6+\sqrt{12}$
$432-\sqrt{172800}$ | $6-\sqrt{12}$.

Item uyt $z^3-45\,z=324$. *Facit* $z=9$.

In de vorige Exempelen is 't Quadraat van de helft des ledigen Getals grooter als de Cubus van 't derdendeel van 't x-Getal, maar is 't in tegendeel zoo geeft het verandering van welken aard het volgende Exempel is,

x^3

$$x^3 - 39x = 70$$

$$3 \quad \underline{} \qquad 2 \quad \underline{}$$

$$-13 \qquad\qquad 35$$

$$\underline{}\sqrt{}^3 \quad \underline{}\sqrt{}$$

$$-2197 \qquad\qquad 1225$$

$$-2197$$

$$\underline{}$$

$$-972$$

$$\sqrt{}\;\underline{}$$

$\mp\sqrt{-972}$., wanneer dit tot de helft van 't ledige getal word by gedaan namentlyk 35, zoo komt dit *Binomium* en zyn *Residium*.

hier uit $\sqrt[3]{}$	komt	of	of
$35+\sqrt{-972}$	$3\tfrac{1}{2}+\sqrt{-\tfrac{3}{4}}$	$-2\tfrac{1}{2}+\sqrt{-6\tfrac{3}{4}}$	$-1-\sqrt{-12}$
$35-\sqrt{-972}$	$3\tfrac{1}{2}-\sqrt{-\tfrac{3}{4}}$	$-2\tfrac{1}{2}-\sqrt{-6\tfrac{3}{4}}$	$-1+\sqrt{-12}$

komt $x = 7$, of $\div 5$. of $\div 2$

Als een *Æquatie* drie Rationaale wortelen heeft, zoo kan men in zulken geval uit het *Binomium*, en zyn *Residium* drie onderscheiden Cubicq wortelen trekken dewelke op de volgende wyze gevonden worden;

$$
\begin{array}{l}
35 + \surd - 972 \\
\underline{35} \\
1225 \\
\underline{-972} \quad \text{sub.} \\
\sqrt[3]{\underline{2197}} \\
13 \ \text{'t verschil der Quadraten} \\
\underline{3} \\
39 \ \text{'t drievoud.}
\end{array}
$$

Ik neem eerst het Rationaale deel + 3½, het welk 10 maal in 35 kan, tot dit quotient add. het driev. 39, komt 49, zynde een Quaadraat getal, wiens halve √ is 3½ het gem. Rationaale deel, om dat het verschil der Quadraaten 13 is, zoo is het Surdische deel √ − ¾, en alzoo de eene Cubicq wortel 3½ + √ − ¾.

Ten tweeden, Neem − 2½, dat − 14 maal in 35 kan, en dewyl dit quotient min is, zoo subs. het zelve van 39, rest het Quadraat getal 25, wiens halve √ is − 2½, zynde het Rationaale deel: van dit Quadraat, namentlyk 6¼, sub. 13, en trekt uit de rest de √ zoo komt voor 't Surdische deel √ − 6¾, en is alzoo de tweede Cubicq Wortel − 2½ + √ − 6¾.

Ten

Ten derden, neem het Rationaale deel − 1 daar mede Divid. 35, komt − 35, ſubſ. dit van 39, reſt het Quadraat 4, wiens halve $\surd$ is − 1 het gem. Rationaale deel en vervolgens het Surdiſche deel $\surd - 12$, derhalven de derde Cubicq Wortel − 1 − $\surd$ − 12, ik heb alvorens gezegt, dat by zulke drie Cnbicq Wortelen, die gene, wiens Rationaale deel de kleinſte, en 't Surdiſche de grootſte Cyfferletter heeft, aldaar het Surdiſche Teken contrarie verandert, waarom men dan ook hier − $\surd$ − 12 heeft.

PROEVE VAN DEZE DRIE CUBICQ WORTELEN.

$3\frac{1}{2} + \surd - \frac{3}{4}$	$- 2\frac{1}{2} + \surd - 6\frac{3}{4}$	$- 1 - \surd - 12$
$3\frac{1}{2} + \surd - \frac{3}{4}$	$- 2\frac{1}{2} + \surd - 6\frac{3}{4}$	$- 1 - \surd - 12$
$12\frac{1}{4} + \surd - \frac{147}{16}$	$+ 6\frac{1}{4} - \surd - \frac{675}{16}$	$+ 1 + \surd - 12$
$- \frac{3}{4} + \surd - \frac{147}{16}$	$- 6\frac{3}{4} - \surd - \frac{675}{16}$	$- 12 + \surd - 12$
$11\frac{1}{2} + \surd - \frac{147}{4}$	$- \frac{1}{2} - \surd - \frac{675}{4}$	$- 11 + \surd - 48$
$3\frac{1}{2} + \surd - \frac{3}{4}$	$- 2\frac{1}{2} + \surd - \frac{27}{4}$	$- 1 - \surd - 12$
$40\frac{1}{4} + \surd - \frac{7203}{16}$	$+ 1\frac{1}{4} + \surd - \frac{16875}{16}$	$+ 11 - \surd - 48$
$- 5\frac{1}{4} + \surd - \frac{1587}{16}$	$+ 33\frac{1}{4} - \surd - \frac{27}{16}$	$+ 24 + \surd - 1542$
$35 + \surd - 972.$	$35 + \surd - 972.$	$35 + \surd - 972.$

Dewyl de genoemde Cubus uit alle drie wederom uitkomt, zoo betoond het dat de *Proeve* recht is.

Vind de waarde van x uit deze *Æquatie*.

$x^3 - 33x = 40$

3 ——— 2 ———

-11 20

——— $\sqrt{}^3$ ——— $\sqrt{}$

-1331 400

-1331

———

-931

$\sqrt{}$ ———

$\pm\sqrt{-931}$

$$\sqrt[3]{\begin{matrix} 20 + \sqrt{-931} \\ 20 - \sqrt{-931} \end{matrix}} \;\Big|\; \begin{matrix} -2\tfrac{1}{2} + \sqrt{-4\tfrac{3}{4}} \\ -2\tfrac{1}{2} - \sqrt{-4\tfrac{3}{4}} \end{matrix}$$

komt $x = -5$.

de $\sqrt[3]{}$ uit $20 + \sqrt{-931}$

20

———

400

-931

——— fubf.

1331

$\sqrt[3]{}$ ——— (33 't driev.

11 't verfchil der Quadraaten en

Neem

Neem het Rationaale deel — $2\frac{1}{2}$, divid. daar mede 20, komt — 8, om dat dit — is, zoo fubf. 8 van 33, reft een Quadraat getal, namentlyk 25, wiens halve $\sqrt{}$ is — $2\frac{1}{2}$, 't gem. Rationaale deel, van deszelfs Quadraat $6\frac{1}{4}$ fubf. 11, en ftelt daar voor het $\sqrt{}$ teken, zoo komt voor 't Surdifche deel $\sqrt{— 4\frac{3}{4}}$, zynde alzoo de Cubicq Wortel — $2\frac{1}{2} + \sqrt{-\frac{3}{4}}$.

Item, $x^3 - 51x = 104$

$$
\begin{array}{cc}
3 \text{———} & 2 \text{———} \\
—17 & 52 \\
—\sqrt{3} & —\sqrt{} \\
—4913 & 2704 \\
 & —4913 \\
\hline
 & —2209 \\
\sqrt{} & \text{———} \\
\pm & \sqrt{—2209.}
\end{array}
$$

$$
\sqrt[3]{\begin{array}{l} 52 + \sqrt{— 2209} \\ 52 - \sqrt{— 2209} \end{array}} \;\Big|\; \begin{array}{l} 4 + \sqrt{— 1} \\ 4 - \sqrt{— 1} \end{array}
$$

komt $x = 8$.

In diervoegen ook met deze $y^3 - 30y = 36$. *Facit* $y = 6$.
$z^3 - 45z = 28$. *Facit* $z = 7$.

DERDE REGEL.
DEMONSTRATIE.

Laat zyn $x^3 - 3ax + 2b = 0$
Steld gelyk in 't voorgaande $pp - px + a = 0$

Zoo is $x = \frac{pp+a}{p}$, dit in plaats van x in de gegeven *Æquatie*,

komt $\frac{p^6 + 3ap^4 + 3aapp + a^3}{p^3} \div \frac{3app + 3aa}{p} + 2b = 0$

Alles met p^3 gemult. en gereduceert, zoo komt $p^6 + 2bp^3 + a^3 = 0$.

Uit deze vierkante vergelyking is de waarde van $p = \sqrt[3]{-b + \sqrt{bb - a^3}}$; boven is $x = \frac{pp+a}{p}$, of $x = p + \frac{a}{p}$. Indien men in plaats van p, steld $\sqrt[3]{-b + \sqrt{bb - a^3}}$ en de breuk als in vorige divideert, dan komt $x = \sqrt[3]{-b + \sqrt{bb - a^3}} + \sqrt[3]{-b - \sqrt{bb - a^3}}$.

Deze derde Regel heeft veel overeenkomst met de naast voorgaande; hebbende slechts dit onderscheit, dat de ware Wortel in d'eene is de verdichte in d'andere, derhalven behoeft men maar de *Æquatie* die by de tweede Regel gesteld is, alhier te herhalen, zoo kan men de veranderinge dies te beter bemerken, als;

Daar is gegeven $x^3 - 39x = -200$

$3 \overline{\quad}$ $\quad 2 \overline{\quad}$

-13 $\quad -100$

$\overline{\quad} \sqrt{c}$ $\quad \overline{\quad} \sqrt{}$

-2197 $\quad +10000$

$\quad -2197$

$\quad \overline{\quad 7803 \quad}$

$\sqrt{\quad}$

$\quad \pm \sqrt{7803}$.

hier uit de $\sqrt[3]{}$

$-100 + \sqrt{7803} \mid -4 + \sqrt{3}$

$-100 - \sqrt{7803} \mid -4 - \sqrt{3}$

komt $x = -8$.

Dit is een verdigte *Radix* die minder als niet is. In de voorgaande Regel was dezelve 8.

Item,

Item, uit $y^3 - 6y = -40$

$$\begin{array}{ll} 3 \overline{\quad\quad} & 2 \overline{\quad\quad} \\ -2 & -20 \\ \overline{\quad\quad} \sqrt{c} & \overline{\quad\quad} \sqrt{} \\ -8 & 400 \\ & -\ \ 8 \\ & \overline{\quad\quad} \\ & 392 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{-20+\sqrt{392}} & -2+\sqrt{2} \\ \sqrt[3]{-20-\sqrt{392}} & -2-\sqrt{2} \end{array} \quad \sqrt{\overline{392}} \ \pm\sqrt{392}$$

$y = -4$ zynde wederom verdigt.

Begeert men ook de twee andere Wortelen te hebben, zoo divideert de gegeven *Æquatie* $y^3 - 6y + 40 = 0$ door de gevonden Wortel $y + 4 = 0$, komt $yy - 4y + 10 = 0$; Hier uit zyn beide Wortelen $2 + \sqrt{-6}$, en $2 - \sqrt{-6}$.

Insgelyks uit $z^3 - 18z = -108$ is $z = -6$

't Quadraat van de helft des Ledigen Getals is in deze vorige *Æquatien* grooter als de Cubus van 't $\frac{1}{3}x$ getal.

Wy zullen nog een paar Exempelen ter neder stellen, daar deszelfs Cubus grooter is als 't gemelde Quadraat, op dat men alle voorvallen moge zien.

Vind

Vind de waarde waar van x uyt

$$x^3 - 33x = -40.$$

$$3 \,\underline{\quad}\; -11 \;\; \underline{\quad} \sqrt{c} \;\; -1331 \qquad 2 \,\underline{\quad}\; -20 \;\; \underline{\quad} \sqrt{\;} \;\; 400$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ -1331 \\ \hline -931 \end{array}$$, hier uyt de $\sqrt{\;}$.

komt $\pm \sqrt{-931}$

$$\sqrt[3]{\;}\;\begin{array}{r|l} -20 + \sqrt{-931} & +2\tfrac{1}{2} + \sqrt{-4\tfrac{3}{4}} \\ -20 - \sqrt{-931} & +2\tfrac{1}{2} - \sqrt{-4\tfrac{3}{4}} \\ \hline \end{array} \text{ add.}$$

komt $x = 5$

By de tweede Regel is alvorens gevonden $x = -5.$

Laat nog gegeven zyn $x^3 - 54x = -80$

$$3 \,\underline{\quad}\; -18 \;\; \underline{\quad} \sqrt{c} \;\; -5832. \qquad 2 \,\underline{\quad}\; -40 \;\; \underline{\quad} \sqrt{\;} \;\; 1600$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ -5832 \\ \hline -4232 \end{array}$$

$\sqrt{\;}$ $\underline{\qquad}$ $\pm \sqrt{-4232}.$

$$\sqrt[3]{\;}\;\begin{array}{r|l} -40 + \sqrt{-4232} & -4 + \sqrt{-2} \\ -40 - \sqrt{-4232} & -4 - \sqrt{-2} \\ \hline \end{array}$$

komt $x = -8.$

 Om

Om de *Cubicq* $\sqrt{}$ te vinden uyt

$$-40+\sqrt{-4232}.$$

$$\begin{array}{r} -40 \\ \hline +1600 \\ -4232 \\ \hline \text{subs.}\ 5832 \\ \sqrt[3]{} \hline 18 \text{ 't verschil der Quadraaten} \\ -3 \\ \hline 54 \text{ 't drievoud.} \end{array}$$

Neemt het Rationaale deel —4, en divid. daar mede —40, komt +10, dit geadd. tot het driev. 54, komt 64, een Quadraat Getal wiens $\sqrt{}$ is —8, zynde desselfs helft —4, 't Rationaale deel, en dewyl het verschil der Quadraaten, is 18, zoo is het Surdische deel $\sqrt{-2}$. Derhalven de begeerde wortel $-4+\sqrt{-2}$, en zoo met anderen.

Item, $y^3-15y=-4$. *Facit* $y=-4$.
$z^3-63z=-98$. *Facit* $z=+7$.

Tot hier toe is aangetoond hoe men de Cubicq-Æquatien op een Wiskundige wyse ontbinden zal; waar toe het trekken der Cubicq wortel uyt de Binomiums, het moeyelykste is, dat egter door de bygebragte Regel tamelyk ligt en vaardig geschieden kan. By de tweede en derde Regel is aangemerkt, als de Cubus von 't $\frac{1}{3}$ x getal grooter is, als 't Quadraat van de helft des ledigen Getals, dat

dat dan Benomiums komen waar aan het Surdifche deel, ($\surd - a$) zich zeer wanfchiklyk vertoond, waarom ook de Tal-kunftenaaren met dezelve niet garen willen te doen hebben, gelyk een Timmerman zig myd van een onaartig quaftig ftuk hout.

De beroemde *Cordanus* heeft, om zulke weerbarftige bonken uyt de weg te ruymen in 't 25e Cap. van zyn 10de Boek 16 byzondere Regelen gefteld, waar van hy ook handeld in 't 2de Cap. van zyn Boek *De Regula Aliza*; maar de zaak werd daar door niet verholpen, want als men na die Regelen volgens de Algebra gaat werken, komt men wederom tot foort gelyke Binomiums, en dus blyft de Kar in de modder fteken, derhalven is 'er niet beter op, als het werk te volvoeren zoo als het zelve uyt een ordentelyke Solutie vloeit.

Dat nu zulke *Binomiums* na onze Regel zig wel laten fchikken, is door de bygebragte Exempelen genoegzaam aangetoond.

Schoon dit in alles doorgaat, zyn egter de drie gemelde Regelen der Cubicq Vergegelykingen, eenigermaten ongemakkelyk, inzonderheyt als de *Æquatien* in groote Getallen beftaan, waarom Wylen *Peter Roth*, beroemd Rekenmeefter te *Neurenburg* in plaats van defe, drie andere byzondere Regelen gefteld heeft, die in 't gebruyk van minder omflag zyn.

Wy zullen dezelve hier kortelyk ter neerftellen.

NA DE EERSTE REGEL.

$$x^3 + 80x - 1449 = 0$$

komt $x = 9 \cdot 81 \cdot\cdot\cdot 161 \times 9$

Daar mede men niet zoo lange te vergeefs behoeft te zoeken of te raden; aanmerkende dat de waarde van x kleynder moet zyn, als de Cubicq-Wortel uyt het ledige Getal, en dat ook in het zelve ledige Getal deelbaar is. De naaste Cubicq-Wortel beneden 1449 is 11, maar om dat 11 nog 10 in 1449 niet deelbaar zyn, zoo neemt 9, wiens Quadraat geadd. tot 80, het x getal, komt 161, dit met 9 gemult. maakt wederom het ledige getal 1449. derhalven is 9 het begeerde.

Item $x^3 + 121x - 3770 = 0$

$x = 13 \cdot 169 \cdot\cdot 290 \times 13.$

NA DE TWEEDE REGEL.

$$x^3 - 85x - 2100 = 0$$

$14 \cdot\cdot 196 \cdot\cdot\cdot 111$

$x = 15 \cdot 225 \cdot\cdot\cdot 140 \times 15$

x moet hier grooter zyn als de Cubicq-Wortel uyt het ledige Getal, en ook in het zelve zig late deelen. Wanneer men eerst 14 neemt, en van desselfs Quadraat 196 het x getal 85 subst. rest 111, dit met 14 gemult. maakt

maakt niet het ledige Getal, derhalven is 14 het regte niet, neemt daarom 15, van desselfs Quadraat 225, subs. 85, rest 140, dit met 15 gemult. komt 2100, derhalven is $15 = x$.

Item, $y^3 - 104y - 3960 = 0$
$y = 18 \ldots 324 \ldots 220 \times 18$.

Maar wanneer x — is, zoo vind men zulks na de volgende derde Regel.

NA DE DERDE REGEL.

$x^3 - 180x + 432 = 0$
$8 \ldots 64 \ldots 116$
$9 \ldots 81 \ldots 99$
$x = 12 \ldots 144 \ldots 36 \times 12$

x Moet hier wederom grooter zyn als de Cubicq-Wortel uyt het ledige Getal, egter moet desselfs Quadraat kleynder zyn als het x getal 180. Wanneer men neemt 8 of 9, die in 480 deelbaar zyn, zoo zal men bevinden datse de regte niet zyn, daarom neemt 12, diens Quadraat 144 gesubs. van 180, rest 36, dit met 12 gemult. komt 432, derhalven $x = 12$.

Item $z^3 - 499z + 1218 = 0$
$z = 21 \ldots 441 \ldots 58 \times 21$.

Maar wanneer x — is, zoo werd zulks na de voorgaande tweede Regel gevonden.

OM DE CUBICQ ÆQUATIEN OP EEN ANDERE LICHTE MANIER OP TE LOSSEN.

Is men doch genöotzaakt in dezen iets te raaden, zoo zal het beſt zyn zulks op het kortſte en ligtſte te doen, en dus vermag men de *Æquatie* zonder eenige Veranderring ter neerſtellen zonder dat men behoeft de tweede Term eerſt weg te werpen. Wanneer men heeft nagegaan hoe veel x ongevaar doet, het gene door aannadering vry ſchielyk geſchieden kan, zoo neemt men dezelve, zoo als die in 't ledige Getal op 't naaſte deelbaar is, na dat nu de quantiteiten in de Vergelykinge hier mede geresolveert zyn, zoo moeten de tekenen + en — malkander gelyk komen, het welk zoo bevindende, te kennen geeft dat x gevonden is. By voorbeeld;

Laat zyn gegeven

$$x^3 + 8xx - 205x - 420 = 0$$

1728,	144,	12	1.
1728	1152	2460	
1152		420	

$+2880 = -2880$, en dus is $x = 12$.

Men

Men ziet ligt dat x meer als 10 moet zyn, daarom heeft men 12 genomen, die in 420 deelbaar is.

Maar 't gebeurt somtyds dat de regte waarde van x Irrationaal is, waarom dan ook de Rationale Wortel moet ÷ zyn, het geen men in den eersten opslag aan de *Æquatie* niet kan zien. Hoe x in zulken geval gevonden word, blykt uyt het volgende;

Laat $x^3 + 4xx - 276x - 432 = 0$ zyn.

Men bevind dat x hier moet zyn tusschen 15 en 16: het ledige Getal 432 is in 16 deelbaar, indien men nu met 16 resolveert, zoo gaat het niet aan; derhalven moet de Rationaale Wortel denkbeeldig zyn, en de *Æquatie* verandert worden, zoo, dat de ware *Radices* verwisselt in een verdigtte.

Men heeft dan

$$x^3 - 4xx - 276x + 432 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \underline{5832}, & \underline{324}, & & \underline{18} \\ 5832, & 1296 & & 4968 \\ \underline{432} & & & \underline{1296} \\ +6264 & & = & -6264 \end{array}$$

hier is $x = 18$.

en gevolglyk uyt de gegeven *Æquatie* $x + 18 = 0$, divideert daar mede

x^3

$$x^3 + 4xx - 276x - 432 = 0,$$

komt $xx - 14x - 24 = 0$, hier uyt is de waare

Wortel of $x = 7 + \sqrt{73}$.

Maar als in een Cubicq-Æquatie geen Rationaale Wortel is opgesloten, 't zy een waare of denkbeeldige, zoo bestaat de Wortel uyt een Cubise Surdis. en moet door de oneyndige nadering gevonden worden.

Wy zullen in 't vervolg by de Regel over de hooge Æquatien in 't gemeen, nog een fraaye weg vinden, om zoo wel de Cubicq, als zulke Æquatien te ontbinden.

HOE DE CUBICQ ÆQUATIEN DOOR KEGEL-SNEDEN WORDEN AFGETEKENT.

De Wiskunstenaaren stellen ook wel de Wortel der Cubicq-Vergelykingen voor, in een Parabole, door een Cirkel-Snee, waar van kortelyk iets tot aanleyding zullen byvoegen.

NA DE EERSTE REGEL.

Hier komen voor drie gevallen; Ten eersten, als D in het Toppunt A valt; Ten tweeden als D daar boven komt; en ten derden als D onder het Toppunt staat. En is na alle de drie voorvallen

A D

$$AD = \tfrac{1}{2}l - \frac{r}{2l} \text{ of } \frac{r}{2l} - \tfrac{1}{2}l$$

$$HD = \frac{n}{2l^2}$$

$AC = l$ of *Latus rectum.* *

$r =$ het x getal

$n =$ het ledige getal

1. Als D in het Toppunt valt. *Fig.* 1.

Men begeert dese *Æquatie* in een *Parabole* voor te stellen.

$$x^3 + 16x - 312 = 0. \qquad x = 6$$

Nota. Het *Latus rectum* of l word na believen genomen, egter zoo, dat het een geschikt Figuur geeft.

Ik neem hier het *Latus rectum* $l = 4$. AC

zoo is $AD = 0$, gelyk het Top.

en $HD = \frac{39}{4}$.

H is 't middelpunt des Cirkels; steld de eene voet des Passers in H, en beschryft met AH als Radius, de Boog AN; dezelve snyd de Parabole in N, alzoo is NO de ware wortel $= 6$.

M 2. Als

* *Anders* Parameter *of regte zyde.*

2. Als D boven het Toppunt komt. *Fig.* 2.

Laat zyn $x^3+32x-408=0$

Ik neem wederom AC of het *Latus rectum* $=4$

$$\text{zoo is } \frac{r}{2l} - \tfrac{1}{4}l = 2 \text{ voor AD}$$

$$\frac{n}{2l^2} = 5\tfrac{1}{4} \text{ voor HD}$$

Na deze proportie het Figuur voltrokken zynde, zoo is wederom NO, de eenige ware wortel $=6$.

3. Als D onder het Toppunt staat *Fig.* 3.

$x^3+4x-240=0$, $x=6$.

Neem nogmaals het *Latus rectum*, of $l=4$.

$$\text{zoo is } \tfrac{1}{8}l - \frac{r}{2l} = 1\tfrac{1}{2} \text{ voor AD}$$

$$\frac{n}{2l^2} = 7\tfrac{1}{2} \text{ voor HD}$$

Hier uyt komt het Figuur voort, en is NO, de waarde van $x=6$.

Men zoude alle drie *Æquatien* wel na het eerste geval hebbe konnen voorstellen, want als men volgens de tweede *Æquatie*, het *Latus rectum* of l genomen had $=\sqrt{32}$, en na de derde $=2$, namentlyk, by ieder de $\sqrt{}$ uyt het x getal. zoo was telkens het punt D, in de

de Top by A gekomen. Doch wy hebben 't gevoeglyker geagt alle drie veranderingen te vertoonen.

NA DE TWEEDE REGEL.

$$x^3 - 19x - 30 = 0 \quad , \quad x = \begin{cases} -2 \\ -3 \\ +5. \end{cases}$$

Laat het *Latus Rectum* of *l* wederom = 4 zyn,

$$\text{zoo is } \tfrac{1}{2} l + \frac{r}{2l} = 4\tfrac{3}{8} \text{ voor AD},$$

$$\frac{n}{2l^2} = \tfrac{15}{16} \text{ voor HD}$$

Na deze proportie is *Fig.* 4 opgemaakt, en is daar in NO de waare Wortel = 5, PI en QS zyn Negative, de eene = −3, en de ander = −2.

NA DE DERDE REGEL.

$$x^3 - 19x + 30 = 0 \quad ; \quad x = \begin{cases} +2 \\ +3 \\ -5. \end{cases}$$

Fig. 4. Het Figuur en de Constructie is wederom als voren, en is aan te merken dat de tweede en derde Regel altyd gelyke Figuren hebben, waar in alleen dit onderscheyd is, dat na de tweede Regel NO is de waare,

maar PI en QS verdigte wortelen, daar in tegendeel na de derde Regel NO is de verdigte, maar PI en QS beyde waare wortelen.

Wanneer ook by de tweede en derde Regel de Cubus van 't derde deel des x Getals grooter is als 't Quadraat van 't halve Ledige Getal, zoo kan men de Wortel zeer aartig voorstellen in een Cirkel, en dezelve door de *Sinus* berekenen.

By voorbeeld; na de derde Regel gegeven zynde dese *Æquatie*.

$$x^3 - 75x + 88 = 0.$$

Fig. 5. De Radius AB $= r$, de Pesen der drie Bogen, die malkander gelyk zyn, als BC, CD en DE ieder $= x$, en de Pees BE $= q$.

Nu heeft men dese *Æquatie* $\dfrac{3rrx - x^3}{rr} = q$

of $x^3 - 3rrx + rrq = 0$, dit is de gegeven *Æquatie* in alles gelyk, dienvolgens

$3rr = 75$ $rrq = 88$

3 ——— $rr = 25$ ——— divid.

$rr = 25$ $q = 3\frac{13}{25}$ voor de

$\sqrt{}$ ———   (Pees BE.

$r = 5$, de Radius.

Nota, het Figuur is ongevaar, en niet juyst na de proportie getrokken.

AB 5 − BE $3\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ − AB 100000 ? k. BE 70400

$$\frac{70400}{2} = 35200$$

Sinus 20° : 36′ : 35″

2

de Boog BCDE 41 : 13 : 10

3

de Boog BC 13 : 44 : $23\frac{1}{3}$

2

6 : 52 : $11\frac{2}{3}$

Sinus 11961$\frac{1}{2}$

2

23923 Pees BC

360° de geheele Cirkel,

3

120° de Boog CBG

13° : 44′ : $23\frac{1}{3}$″ de Boog BC

106 : 15 : $36\frac{2}{3}$ de Boog BG

2

53 : 7 : $48\frac{1}{3}$

Sinus 80000

2

160000 de Pees BG

Ten laatsten

Radius			
100000 — AB 5	23923	1. 1961$\frac{1}{2}$	BC
	160000	8.	BG
		9. 1961$\frac{1}{2}$	BF.

Aldus zyn BC en BG de beyde waare, en BF de verdigte Wortelen. In Irrationale getallen doet BC $\surd 27-4$, en BF $-\surd 27-4$. Wil men in diervoegen een *Æquatie* na de tweede Regel Geometrisch solveren, zoo steld men dezelve gelyk $x^3 - 3rrx - rrq = 0$, en werkt als vooren.

IV.

VAN DE ZENS DE ZENS OF VIERKANTS-VIERKANTE VERGELYKINGEN.

Waar in word aangewezen hoe dezelve in twee vierkante Vergelykingen kan verandert worden.

Alvorens moet men onderzoeken of de voorgestelde *Æquatie* ook een Rationale Wortel heeft, en zoo men bevind van maar één, zoo zal het overige Cubisch zyn, in welken geval deze Regel geen plaats heeft, want dezelve is alleen geschikt tot *Æquatien* die in twee Vierkante konnen gedeeld worden, waar van sommige van zulken natuur zyn, dat men 'er niet wel door andere wegen kan by komen, en dus verdiend deze Regel byzondere aanmerking.

Twee gevallen komen hier in voor; Eerstelyk wanneer de tweede Term in de *Æquatie* ontbreekt, en ten tweeden als al de Termen voor handen zyn, 't welk wy beyde door een Generale Oplossing zullen voorstellen.

Ten

Ten eerſten als de tweede Term in de Æquatie *ontbreekt.*

$$x^4 \ast \ast + axx + bx + c = 0$$

Steld voor beyde deelen

$$\begin{array}{l} xx + yx + p = 0 \\ xx - yx + q = 0 \\ \hline \end{array} \text{ mult.}$$

$$\begin{array}{lll} x^4 & \ast & + pxx - ypx + pq = 0 \\ & & - yyxx + yqx \\ & & + qxx \end{array}$$

Dit is gelyk de gegeven *Æquatie*, derhalven is

$$p - yy + q = a \qquad yq - yp = b$$

$$q = a + yy - p, \text{ zoo is } yq = ay + y^3 - yp$$

$$p = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}yy - \frac{-b}{2y} \qquad\qquad - yp$$

$$2y \quad ay + y^3 - 2yp = b$$

$$q = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}yy + \frac{-b}{2y} \qquad \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}yy - p = \frac{b}{2y}$$

$$\text{of } p = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}yy - \frac{b}{2y}$$

De-

Deze gevonden waarde van p en q ſteld in plaats van dezelve, zoo zyn beyde Vierkante deelen

$$xx + yx + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}yy - \frac{b}{2y} = 0$$

$$xx - yx + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}yy + \frac{b}{2y} = 0$$

OM DE WAARDE VAN y TE VINDEN.

In 't voorgaande is $p = y^3 + ay - b(2y$

$q = y^3 + ay + b(2y$

mult.

$pq = y^6 + 2ay^4 + aayy - bb(4yy = c$

$$y^6 + 2ay^4 + aayy - bb = 0$$
$$-4cyy$$

Uyt deze Generaale Solutie worden de byzondere *Æquatien* met 'er haaſt ontſwagteld. Als a en c, (namentlyk de getallen) $\div$ zyn, en de Letteren enkeld ſtaan, zoo ſteld men het contrarie teken, maar als de Letteren aa en bb dubbel ſtaan, (dat is quadraat,) zoo behoud men het zelve teken, gelyk de Cubiſche *Æquatie* aanduydt. By voorbeeld.

Laat zyn gegeven $x^4 \,..\, - 9xx - 12x - 4 = 0$

De-

Deze begeert men in twee vierkante deelen te deelen,

zoo is $a = -9$ $b = -12$ $c = -4$

$+2a = -18$ $-bb = -144$ $-4c = +16$

$+aa = +81$ $+aa = +81.$

$+97.$

Steld nu in de voorheen gevonden Cubise *Æquatie* in plaats van Letteren, de hier gevonden getallen, zoo komt $y^6 \ast - 18y^4 + 97yy - 144 = 0$.

Men vind $yy = 9$, en $y = 3$.

Overzulks zynde deelen $xx + 3x + 2 = 0.$
$xx - 3x - 2 = 0.$

Laat nog gegeven zyn
$x^4 \ast\ast - 29xx + 40x - 12 = 0$

$a = -29$ $b = +40$ $c = -12$

$+2a = -58$ $-bb = -1600$ $-4c = +48$

$+aa = +841.$ $aa = +841$

$+889.$

Nu heeft men deeze *Æquatie.*

$$y^6 - 58y^4 + 889yy - 1600 = 0.$$

komt $yy = 25$ en $y = 5$.

Dus zyn de deelen $xx + 5x - 6 = 0$.
$xx - 5x + 2 = 0$.

EEN ANDER REGEL.

Wanneer de tweede Term in de Æquatie *ontbreekt.*

Laat wederom zyn
$$x^4 \;.\;.\; + axx + bx + c = 0.$$

of $x^4 = -axx - bx - c$

Addeert weerzyds $yxx + \frac{1}{4}yy$, komt

$$x^4 + yxx + \tfrac{1}{4}yy = \overline{y-a}.xx - bx + \tfrac{1}{4}yy - c$$

$$\surd\;\; xx + \tfrac{1}{2}y \quad = \pm\surd\overline{y-a},x \mp \frac{\tfrac{1}{2}b}{\surd\overline{y-a}}$$

Dienvolgens zyn de deelen.

$$xx - \surd\overline{y-a}.x + \tfrac{1}{2}y + \frac{\tfrac{1}{2}b}{\surd\overline{y-a}} = 0$$

$$xx + \surd\overline{y-a}.x + \tfrac{1}{2}y - \frac{\tfrac{1}{2}b}{\surd\overline{y-a}} = 0$$

OM

OM DE WAARDE VAN y TE VINDEN.

$\frac{1}{4}yy - c$, het Ledige getal — $\frac{1}{2}b$ 't $\frac{1}{2}x$ getal
$y - a$ 't xx getal — $\frac{1}{2}b$
mult.

$\frac{1}{4}y^3 - \frac{1}{4}ayy - cy + ac = \frac{1}{4}bb$

$$y^3 - ayy - 4cy + 4ac = 0$$
$$\qquad\qquad\qquad - bb$$

Dit zullenwe ook met een paar Exempelen ophelderen.

Gegeven zynde $x^4 .. - 38xx + 96x - 63 = 0$
zoo is $a = -38$ $c = -63$ $b = +96$

$-a = +38$ $-4c = +252$ $-bb = -9216$

$+4ac = +9576$

$+ 360.$

Nu heeft men deze Vergelyking.

$$y^3 + 38yy + 252y + 360 = 0$$

men vind $y = -2$, of -6, of -30.

Daar van -2 het geschikste is, want de twee andere brengen Surdische deelen voort, schoon van al de drie eenderleye Wortel moet komen.

zoo is dan $y - a = 36$, de $\surd$ hier uyt is 6.

$$\frac{\frac{1}{2}b}{\surd\overline{y-a}} = 8. \qquad \frac{1}{2}y = -1.$$

Alzoo zyn beyde deelen.

$$xx - 6x + 7 = 0$$
$$xx + 6x - 9 = 0.$$

Peter Roth begeert in zyn Slot-queftie, twee Getallen te vinden; wanneer men ieder met 56 multipliceert, van 't Product 15 fubftraheert, uyt de reft trekt $\sqrt{}^4$ dat wederom dezelve Getallen komen.

Steld dat ieder getal zy $= x$ zoo bekomt men defe *Æquatie*;

$$x^4 + 0x^3 + 0xx - 56x + 15 = 0.$$

Of fchoon hier de tweede en derde term ontbreekt, zoo blyft men egter by de Regel,

zyndc $a = 0$ $\quad b = -56$ $\quad c = 15$

$-bb = -3136 \quad -4c = -60$

Daar uyt ontftaat deze Vergelyking;

$$y^3 - 60y - 3136 = 0, \text{ komt } y = 16.$$

Ergo beyde deelen

$$xx - 4x + 1 = 0$$
$$xx + 4x + 15 = 0$$

Uyt de eerfte komt voor de begeerde Getallen $2 + \sqrt{}3$ en $2 - \sqrt{}3$.

TEN

TEN TWEEDEN

Wanneer al de Termen in de Æquatie voorhanden zyn.

Laat zyn $x^4 + ax^3 + bxx + cx + d = 0$

of $x^4 + ax^3 = -bxx - cx - d$

Men moet aan beyde zyden eenige quantiteiten adderen op dat 'er de $\sqrt{q}$ uyt kan getrokken worden.

Neem $\sqrt{xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}y}$

$$x^4 + ax^3 + \frac{1}{4}aaxx + \frac{1}{2}ayx + \frac{1}{4}yy$$
$$+ yxx$$

Addeert $\overline{\frac{1}{4}aa + y}.xx + \frac{1}{2}ayx + \frac{1}{4}yy$ tot $-bxx - cx - d$.

en trekt aan weer zyden de $\sqrt{q}$.

komt $xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}y = \sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y,\ xx + \frac{1}{2}ay - c,\ x + \frac{1}{4}yy - d.}$

Of zoo men dit werkelyk extraheert, komt

$$\pm\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}.x \pm \frac{\frac{1}{4}ay - \frac{1}{2}c}{\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}} = 0$$

Derhalven zyn de beyde deelen,

$$xx + \frac{1}{2}ax - \sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}.x + \frac{1}{2}y - \frac{\frac{1}{4}ay - \frac{1}{2}c}{\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}} = 0.$$

$$xx+\tfrac{1}{2}ax+\sqrt{\tfrac{1}{4}aa-b+y}.\,x+\tfrac{1}{2}y+\frac{\tfrac{1}{4}ay-\tfrac{1}{2}c}{\sqrt{\tfrac{1}{4}aa-b+y}}=0.$$

OM DE WAARDE VAN y TE VINDEN.

$\frac{1}{4}yy-d$ het Ledige getal, $\frac{1}{4}ay-\frac{1}{2}c$ de helft
$y-b+\frac{1}{4}aa$ het xx getal (van 't x getal. $\surd$

$$\tfrac{1}{4}y^3-\tfrac{1}{4}byy-dy+bd=\tfrac{1}{16}aayy-\tfrac{1}{4}acy+\tfrac{1}{4}cc$$
$$+\tfrac{1}{16}aayy\quad-\tfrac{1}{4}ad$$

gereduceert, en alles met 4 gemultipliceert, komt

$$\begin{aligned}y^3-byy-4dy&+4bd=0\\ +acy&-aad\\ &-cc\end{aligned}$$

BY EXEMPEL.

Laat zyn gegeven deze *Æquatie*

$$x^4-13x^3+33xx+51x-36=0$$

$a=-13.$ $b=+33.$ $c=+51.$ $d=-36.$

$-b=-33.$ $-4d=+144$ $+4bd=-4752$

$+ac=-663$ $-aad=+6084$

$-519.$ $-cc=-2601$

$-1269.$

Hier

Hier uyt bekomt men deze Vergelyking;

$y^3 - 33yy - 519y - 1269 = 0$,

men vind $y = -9$.

$\frac{1}{4}aa - b + y = \frac{1}{4}$, de $\surd$ hier uyt is $\frac{1}{2}$ addeert dit tot, en ſubſtraheert van $\frac{1}{2}a = -6\frac{1}{2}$.

$\dfrac{\frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}c}{\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}} = 7\frac{1}{2}$, add. dit tot en ſubſtrah.*

(* van $\frac{1}{2}y = -4\frac{1}{2}$,

zoo zyn de Deelen

$xx - 6x + 3 = 0$

$xx - 7x - 12 = 0$.

Laat nog gegeven zyn

$x^4 - 20x^3 + 10xx + 12x + 200 = 0$

$a = -20$, $b = +10$, $c = +12$, $d = +200$

$-b = -10$	$-4d = -800$	$+4bd = +8000$
	$+ac = -240$	$-aad = -80000$
		$-cc = -144$
	-1040	-72144

Nu heeft men deze Vergelyking

$y^3 - 10yy - 1040y - 72144 = 0$

hier uyt vind men $y = 54$.

$\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y} = 12$. $\frac{1}{2}a = -10$.

$\dfrac{\frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}c}{\sqrt{\frac{1}{4}aa - b + y}} = -23$. $\frac{1}{2}y = +27$.

over-

overzulks zyn de beyde deelen.

$$xx + 2y + 4 = 0$$
$$xx - 22y + 50 = 0.$$

en zoo ook met andere.

Men konde hier nog andere Regelen met hun Demonstratiën of algemeene Verklaringen byvoegen, daar door de Biquadratische Æquatien in twee Vierkante verandert worden, doch ik mag 'er my niet langer mede ophouden, alzoo door het reets bygebragte alles zeer gevoeglyk kan verrigt worden. Begeert iemand hier van meerder, die zie de eerste Brief van den beroemden Heer *Job. Huddeni*, Burgermeester te *Amsterdam*, en beschouw onder andere ook die Regel daar 't werk door divideren gedaan word. Volgt ten

V.

EEN ZONDERLINGE REGEL.

OVER DE HOOGE VERGELYKINGEN IN 'T GEMEEN.

Ik heb my in de Voorreden van de *Kunst-Spiegel* verplicht een *Regel* gemeen te maken, waar door men de hooge *Æquatien* zeer gevoeglyk kan solveren, en in hun Partes of deelen ontledigen, daar van hier ge-

gehandeld en het werk na de beste mogelykheyt zal voorgedraagen worden. Doch 't is noodig alvorens het Fondament te toonen waar op deze Regel gegrond is.

HOE DE STELKUNDIGE DEELEN ZIG VERHOUDEN TOT DERSELVER GEHEEL.

Deze verhouding is als in de gemeene Getallen, uytgenomen dat de Stelkundige *deelen* nog wat byzonders hebben, namentlyk een zoete overeenstemming met haar Geheel, dat bespeurt word wanneer men de quantiteiten met een zeker getal resolveert. By voorbeeld;

Uyt $xx+8x+15$ zyn beyde *deelen* $x+3$ en $x+5$.

Het Product van 3 met 5 geeft 15, het eerste ledige Getal. Laat $x=1$ zyn, zoo is het bovenstaande Getal 24. Beyde *deelen* zyn dan 4 en 6, die gemultipliceert ook 24 doen. Maar neemt men $x=2$, en resolveert daar mede het voorn. getal dan komt 'er 35, en voor beyde *deelen* 5 en 7, welker product ook 35 doet, en zoo vervolgens.

In dezer voegen is de verhouding in alle hooge quantiteiten. Als wanneer men multipliceert

$$xx + 4x + 6. \quad A$$
$$\text{met } xx + 7x + 8. \quad B$$

$$\text{komt } x^4 + 11x^3 + 42xx + 74x + 48. \quad C$$

't Product van de ledige Getallen by A en B, (namentlyk 6 maal 8) doet 48, zoo veel is ook het ledig Getal by C. En wanneer men de Getallen zonder aanzien der Stelkunstige Tekenen addeert, dat is, als $x = 1$ is, zoo doet A 11 en B 16, gemultipliceert komt 176, zoo veel doen ook de Getallen by C.

Maar laat men $x = 2$ zyn zoo doet het Getal A 18, en B 26, deze gemultipliceert komt 468, zoo veel doet ook het Getal C wanneer men ze met 2 resolveert.

Is vervolgens $x = 3$, dan komt by A 27, en by B 38, welker Product is 1026; zoo veel komt ook by C, &c.

Of schoon dit eenvoudige en van te voren genoeg bekende zaaken zyn, zoo is nogtans daar in de voornaamste grond begrepen, en 't is de hooftpost om de hooge Æquatien te ontbinden. Want hier uyt blykt middagklaar, wanneer men de quantiteiten $x^4 + 11x^3 + 42xx + 74x + 48$ in twee *deelen* wil afscheyden, dat men als dan uyt de Getallen 48, 176, 468, 1026 &c. de *Partes aliquotas*, of

of evenmaatige deelen moet zoeken, die de volgende zyn;

48, *Partes* 1, 2, 3, 4, (6) (8) 12, 16, 24, 48.
176, —— 1, 2, 4, 8, (11) (16) 22, 44, 88, 176.
468, —— 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, (18) (26) 36, 39 &c.
1026, —— 1, 2, 3, 6, 9, 18, 19, (27) (38) 54, 57. &c.

Onder deeze *Deelen* ziet men licht deze beyde *Tetragonaal-Progressien*, Als

6, 11, 18, 27, en 8, 16, 26, 38.

Die deze *Deelen* geven

$xx + 4x + 6$ en $xx + 7x + 8$.

Wanneer men altyd geschikte *Æquatien* hadde, dat is daar de Tekenen $- + - +$ ordentelyk verwisselen, dan konde men in diervoegen de vierkante *Deelen* daar uyt vinden, maar dewyl $+$ en $-$ wel eens in die order niet voorkomen zoo is in zulke gevallen deze weg niet zeker te gebruyken, dewyl men niet kan weten of de *Deelen* of desselfs Getallen op of af klimmen. Daar en boven gebeurt het dikwils dat de grootste quantiteit niet met de éenheyt, maar met een ander getal is aangedaan. Wat dan te doen? Wil men de *Æquatie* of desselfs Wortel met het Getal des grootsten quantiteits multipliceren, zoo zal men in zulke Getallen vervallen, die wegens haar grootte niet te behandelen zyn

 om

om 'er de *Deelen* uyt te vinden: en ook wanneer de *Æquatie* boven de *Surſolid-Cos* loopt, zoo is men niet verzekert dat een Vierkante Vergelyking daar in is opgesloten, en dus zoude alle aangewende moeite te vergeefs zyn, te meer, om dat de *Cubiſche* of *Bi quadratiſche Deelen*, die weg inſlaande, in 't geheel niet, of zeer bezwaarlyk te vinden zyn.

Deze en andere zwarigheden hebben my bewogen de zaak verder na te vorſchen, of men de *Æquatien*, hoe ze ook voorkomen, niet terſtont, zonder eenige verandering (ten waare de Getallen daar door verkleynt worden) zoude konnen in haar *Partes* verdeelen, daar toe ik de volgende weg heb gevonden, dewelke grondig te bewyzen nu myn voornemen is.

NADER EN LICHTER MANIER OM DE STELKUNSTIGE DEELEN UYT DE HOOGE ÆQUATIEN TE VINDEN.

GROND-REGEL.

I.

Wanneer men van een Rationaale wortel, 't zy ſtellig of denkbeeldig, deſſelfs tegendeel zet, zoo zyn de Tekenen van 't le-

dige

dige Getal ongelyk, namentlyk + en ÷, of ÷ en +.

$$\begin{array}{llll} & \quad\;\; \div & & \quad\;\; \div \\ \text{Laat zyn} & x + 8 = 0 & \text{of} & 2x \div 7 = 0 \\ & x - 8 = 0 & & 2x + 7 = 0 \\ \hline & \text{Som } 2x & & \text{Som } 4x \\ & \text{Reſt} \;\; 16. & & \text{Reſt} \;\; 14. \end{array}$$

Zoo men dit met 5 reſolveert (ik neem 't eerſte, dewyl het met d'andere van dezelve natuur is) zoo is de Som 10, en de Reſt 16. Het eerſte met 10 gedivideert, of de 0 doorgehaalt, komt 1 voor 't x getal. Subſtraheert van 't tweevoud der Reſt namentlyk 32, het viervoud van 't ledige Getal 8, zynde ook 32, reſt 0 0.

II.

Wanneer men het tegendeel zet van een *Vierkante Æquatie*, zonder onderſcheyd, hoe geſteld, zoo zyn de Tekenen van 't ledige Getal gelyk, dat is beyde + of beyde ÷.

$$\begin{array}{llll} & \quad\;\; \div \qquad\; + & & \quad\; \div \qquad + \\ \text{Als;} & 3xx \div 17x + 4 & \text{of} & xx \div 7x \div 9 \\ & 3xx + 17x + 4 & & xx + 7x \div 9 \\ \hline \text{Som} & 6xx \qquad\quad + 8. & \text{Som} & 2xx \qquad \div 18. \\ \text{Reſt} & \;\;\text{,,} \quad 34x & \text{Reſt} & \text{,,} \; 14x \end{array}$$

Resolveert hier wederom de Som en de Rest met 5, ik neem het tweede, zoo doet de Som 32 en de Rest 70. Add. tot 64, zynde het tweevoud van de Som, het viervoud van 't ledige Getal 9, namentlyk 36, komt 100. Door 100 gedeelt komt 1 het *xx* Getal. Van de Rest, als 70, de 0 doorgehaalt, blyft 7 voor 't *x* Getal.

III.

Neemt men het tegendeel van een *Cubicq Æquatie* zoo zyn de Tekens van 't ledige Getal ongelyk, dat is + en $\div$ of $\div$ en +.

	$\div \quad + \quad \div$	$\div \quad \div$
	$x^3 \div 5xx \div 7x + 11$	$3x^3 + 0xx + 0x \div 20$
	$x^3 + 5xx \div 7x \div 11$	$3x^3 \div 0xx + 0x + 20$
Som	$2x^3 \quad \div 14x$	$6x^3 \quad + 0x$
Rest	$10xx \quad \div 22$	$0xx \quad \div 40.$

Resolveert het eerste met 5, zoo doet de Som 180, en de Rest 228. Het eerste door 10 gedivideert komt 18 het *x* Getal, doende $x^3 - 7x$. Addeert tot het tweevoud van de Rest zynde 456, het viervoud van 't ledige Getal 11, komt 500, beyde nullen doorgehaalt, blyft 5 het *xx* Getal.

IV.

IV.

Wanneer men het tegendeel zet van een *Vierkants-Vierkante Æquatie*, zoo zyn de Tekenen van het ledige Getal beyde gelyk, namentlyk beyde + of beyde ÷.

$$\div \quad + \quad \div \quad +$$

Als $x^4 \div 3x^3 \div 4xx + 5x + 6$

$$x^4 + 3x^3 \div 4xx \div 5x + 6$$

Som $2x^4 \quad \div 8xx \quad + 12.$

Reſt $\quad 6x^3 \quad \div 10x.$

Deze ook met 5 opgeloſt zoo doet de Som 1062, en de Reſt 700. Subſ. van het tweevoud der Som, namentlyk 2124, het viervoud van 't ledige Getal 6, als 24. reſteerd 2100; beyde nullen doorgehaald, blyft het xx Getal 21. doende $x^4 \div 4xx$.

En van de Reſt, één o doorgehaald, blyft 70x, zynde $3x^3 - 5x$.

't Is onnoodig dit verder uyt te breyden, dewyl de order hier uyt genoegzaam is af te meten. Om egter alles kortbondig te zeggen, zoo zyn de eerſte Tekenen na de grooteſte quantiteit altyd ongelyk, de naaſtvolgende altyd gelyk, daar na wederom ongelyk, en dan weder gelyk &c. Hier uyt volgt, wan-

wanneer de grootste quantiteit oneven is, als x, x^3, x^5 &c. zoo zyn de Tekenen van 't ledige Getal altyd ongelyk: maar is de grootste quantiteit even, als xx, x^4, x^6 &c. zoo zyn de Tekenen van 't ledige Getal gelyk. Wanneer iemand dit eenigsints met oplettenheyd nagaat, zal hy ligt gewaar worden waarom ik de quantiteiten doorgaans met 5 geresolveert heb (schoon 't getal van 10 in dezen nog beter zoude schikken, doch om dat dezelve in hooge *Æquatien* de getallen te groot maakt, hebbenwe dezelve agter gelaten) want 5 heeft deze eigenschap, dat, als men daar mede op voorgaande wyze te werk gaat, dan altyd, of by de Som, of by de Rest, agter aan een o komt, of ook wel niets, gelyk by de voorbeschreven vier puncten te zien is. En zoo men het overige deel, het zy van de Rest of van de Som, zoo daar agter geen o by is (dat toevallig zoude konnen zyn) dubbeleert, en daar toe Addeert of Substraheert het viervoud van het ledige Getal der voorhebbende Partes, zoo komt 'er agter twee nullen, of somwylen ook niets, het welk in de Deelen der simpele Stelkunst geschiet, zoo de quantiteiten onëven zyn, als x, x^3, x^5 &c.

Dewyl het contrarie der *Deelen* komt, indien men het tegendeel van de *Æquatie* steld, zoo is hier door de weg gebaand, om de *Deelen*, hoe ze ook mogen zyn, te vinden. Zal derhalven na deze grondige beschryving tot het

het werk zelfs overgaan, na alvorens de gantsche Zaak in de volgende vyf punčten bevat te hebben.

1. Geeft acht of de grootste quantiteit der *Æquatie* even of onëven is; isse even, zoo moeten beyde *Deelen* van dezelve natuur zyn, 't zy even of onëven. Maar is de grootste quantiteit onëven, zoo zyn beyde *Deelen* niet van dezelve natuur, maar de eene even en de ander onëven.

2. Zoekt uyt het ledige Getal alle evenmatige deelen, en zet die ordentelyk onder elkander, zoo, dat overal haar product het ledige Getal uytmaakt: addeert of substraheert dan dezelve, na dat het Teken by 't ledige Getal vereyscht.

3. Resolveert de even en onëven quantiteiten ieder byzonder met 5, doch dat de grootste quantiteit, en die volgt het eerst word gezet: dezelve addeert te saamen, en substraheertse ook van elkander, wel acht gevende op de Tekenen + en ÷.

4. Zoekt uyt de Som al de evenmaatige deelen, en schiktse onder elkander op gelyke wyze als by het ledige Getal; addeert of substraheert dezelve na aanwyzing van de Tekenen + of ÷.

5. Zet ook uyt de Rest al de evenmaatige deelen

len ordentelyk onder elkander, en zoo de grootste quantiteit der *Æquatie* even is zoo addeert of substraheert dezelve na aanwyzing der Tekenen + of ÷. Maar is de grootste quantiteit onëven zoo doet men het tegendeel, namentlyk by + substraheert en by ÷ addeert men. Het overige zal klaarder zyn uyt de bewerking zelve als uyt eene wytloopige beschryving.

Wy zullen met de *Cubicq-Vergelykingen* een aanvang maken, en dan verder voortgaan.

In de *Cubicq Æquatien* moet het eene Deel een Rationaale wortel, en het ander een Vierkante Vergelyking zyn, of konnen andersints niet verdeeldt worden.

Vindt de waarde van x uyt deze *Æquatie*;

$$x^3 - 15xx + 42x + 72 = 0$$

Resolveert met 1, komt 100, het welk dient tot een Proef.

Onëven $x^3 + 42x$, resolv. met 5	+ 335 Som + 32
Even $- 15xx + 72$, resolv. met 5	− 303 Rest + 638.

't Ledige Getal	1, 2, 3, 4, 6, 8
+ 72	72, 36, 24, 18, 12, 9
D	73, 38, 27, 22, 18, 17, met 4.

de

de Som | 1 , 2 , 4
+ 32 | 32 , 16 , 8

B 33 , 18 , 12.

de Rest | 1 , 2 , 11 , 22
+ 638 | 638 , 319 , 58 , 29

A 637 , 317 , 47 , 7.

Zoo men de *Deelen* tegen elkander vergelykt, dan vind men by de Rest 7, en by de Som 33. Wanneer men die addeert komt 40, de o doorgehaald blyft 4 *x*, maar zoo men de deelen substrah. rest 26, desselfs tweevoud 52 substrah. van 152, zynde het viervoud van 38, resteerd 100; beyde nullen doorgehaald, blyft 1 *xx*. Men zet het zelve op de volgende wyze.

A 7 }
} 4ø
B 33 }
4 *x*
26 5
2 mult.
C – 13 – 20
D + 38. C – 13
25. B 33.
25
1 *xx*.

A is 't getal by de Rest,
B is 't getal by de Som,
C is 't halve getal van A en B,
D is 't ledige Getal.

Hier uyt onſtaat deze Vergelyking.

$$xx - 4x - 38 = 0.$$

Dit moeſt de Som van beyde *Deelen* zyn. Nu ſtelt men ook de *Deelen* in getallen byzonder.

A 29 } $\frac{30}{3x}$	A 22 } $\frac{10}{1x}$
B 1 }	B 32 }
28 met 5	54 met 5
2	2
C 14 −15	C 27 +5
D+36 C 14	D−2 C 27
50 B 1	25 B 32.
25 $\frac{}{2xx}$	25 $\frac{}{1xx}$

Dit geeft	En hier komt
$2xx - 3x - 36 = 0$	$xx + x + 2 = 0.$

Dit moeſt zyn de beyde *Deelen*, doch men ziet terſtond datze valſch zyn. Ik heb dit volledig ter neergeſteld, op dat men hier uyt kan zien hoe de vierkante *Deelen* gevonden worden. Schoon de waare en valſche *Deelen* gelyke bewerking hebben, kan men egter door de Proeve weten welke de regte zyn.

Om

Om de Tekenen + en — behoorlyk by het Deel te plaatsen, staat te letten dat het ledige Getal zig altyd schikt na het xx Getal. Want zoo men D van C substrah. zoo is D +, maar zoo men D en C addeert is D —, en in deze beyde gevallen is C altoos +. Maar word C van D gesubstrah. zoo is C — en D +. Kortom, D of het ledige Getal heeft altyd het contrarie teken.

Of het x Getal + of — is bespeurt men in dezer voegen; multipl. het zelve met 5, dit product en het getal by C moet altyd B, of het getal der Som uytmaken, daar uyt men ten eersten ziet, of het product + of — is, en hier na is ook het x getal + of —.

Maar wanneer het xx Getal ontbreekt, dat men bemerkt als C en D elkander gelyk zyn; het welk in de *Partes* der gemene Stelkonst, geschiet, daar slegts x en een ledig Getal komt, als dan is het x Getal of desselfs vyfvoud altyd +, en wanneer men het ledige Getal C of D daar onder zet, zoo ziet men of dezelve + of — zyn, dewyl, gelyk gezegt is, het getal B daar uyt moet komen. Maar zoo het een *Cubisch Deel* was waar in het xx getal ontbrak, als x^3 — x, en dit x getal grooter was als 25, dan zoude het gemelde product ÷ zyn. Summa wie deze verklaaring tegen het Exempel vergelykt, kan gemakkelyk zien hoe alles moet verstaan worden.

Dewyl alvoorens de valſche Deelen zyn ter neer geſteld, zoo zullenwe uyt die *Æquatie* ook de waare vertoonen.

Neemt by de Reſt A 47, by de Som B 33, en by het ledige Getal D 18. Daar uyt vind men na vorige leyding $xx - 8x - 18 = 0$ voor 't beloop van beyde *Deelen*.

Zet nu ook de Deelen in getalen byzonder

A 58	} 9φ		A 11	} 1φ	
B 32	9x		B 1	1x	
26	5		12	5	
2			2		mult.
C + 13,	− 45		C 6	+ 5	
D + 12,	C + 13		D 6	D − 6	
$xx = 25$.	B 32.		0.	B 1.	

Aldus zyn beyde *Deelen*

$xx - 9x - 12 = 0$, reſolv. met 1. k. ÷ 20

$x - 6 = 0$; reſolv. met 1. k. ÷ 5

mult.

Somma $xx - 8x - 18 = 0$ + 100,

Ergo goet.

Een

Een andere *Æquatie.*

$20x^3 - 137xx + 16x + 798 = 0$;

met 1 resolv. komt + 697 ten Proeve.

Onëven, $20x^3 + 16x$, resolv. met 5	+ 2580, Som (÷ 47,
Even, ÷ $137xx + 798$, resolv. met 5	− 2627, Rest (+ 5207.

't Ledige Getal

+798	1,	2,	3,	6,	7,	14,	19,	21.
	798,	399,	266,	133,	114,	57,	42,	38.
D	799,	401,	269,	139,	121,	71,	61,	59.

Som −47	1
	47
B	46.

Rest +5207	1,	41.
	5207,	127.
A	5206,	86.

Hier vind men by de Rest A 86, by de Som B 46, en by het ledige getal D 59, waar uyt men bekomt $5xx - 24x - 59 = 0$ voor 't beloop van beyde *Deelen.*

A 127 }
B 47 } $\frac{80}{8x}$

$2\frac{174}{\quad}$ $\frac{5}{-40}$ mult.

C 87. +87

D+38 B 47.

$25\frac{125}{5xx.}$

A 41 }
B 1 } $\frac{40}{4x}$

$2\frac{42}{\quad}$ $\frac{5}{20}$

C 21. D−21

D ÷21. B 1.

Komt voor beyde Deelen

$$5xx - 8x - 38 = 0. \text{ en } 4x - 21 = 0$$

met 1 resolv. − 41 , − 17.

komt + 697 = + 697.

Ergo goet.

VAN DE VIERKANTS-VIERKANTE VERGELYKINGEN.

Wanneer in de *Vierkants-Vierkante Vergelyking* geen Rationaale wortel is, zoo moeten beyde *Deelen* Quadratisch zyn.

$$1x^4 + 7x^3 - 18xx - 53x + 21 = 0.$$

Resolveert met 1, komt ÷ 42, ten Proeve.

$1x^4$

$1x^4 - 18xx + 21$, resolv. met 5 | +196 Som +806,
$+7x^3 - 53x$, resolv. met 5 | +610 Rest −414.

't Ledige Getal +21 { 1 , 3 / 21 , 7 — D 22 , 10.

Som +806 { 1, 2, 13, 26 / 806, 403, 62, 31 — B. 807, 405, 75, 57.

Rest. −414 { 1 , 2 , 3 , 6 , 9 , 18 / 414 , 207 , 138 , 69 , 46 , 23 — A 413 , 205 , 135 , 63 , 37 , 5.

Hier vind men by de Rest A 5, by de Som B 75, en by het ledige getal D 10. Daarom zet de Deelen byzonder, als

A 18 } 80 / 8; B −62 ; 44 / 2 : C 22, +40 / 5 ; D + 3 , C22 ; $xx = 25$. B 62.

A 23 } 8 / 10 ; B 13 ; 36 / 2 : C 18 ; 5 mult. ; D + 7 , C 18 ; $xx = 25$. B 13.

komt voor de *Deelen*

$xx + 8x - 3 = 0$. resolv. met 1. k. $+6$
$xx - x - 7 = 0$. resolv. met 1. k. -7

mult.
$-42 = -42$.
Ergo goed.

Een ander

$1y^4 - 10y^3 + 14yy + 52y - 48 = 0$.

Resolveert met 1, komt $+9$, ten Proeve.

$1y^4 + 14yy - 48$. resolv. met 5 | $+927$. Som -63.
$-10y^3 + 52y$. resolv. met 5 | -990. Rest $+1917$.

't Ledige Getal

8.	1,	2,	3,	4,	6
	48,	24,	16,	12,	8
D	47,	22,	13,	8,	2.

Som -63	1,	3,	7
	63,	21,	9
B	62,	18,	2.

Rest

Reft + 1917	1 ,	3 ,	9 ,	27
	1917 ,	639 ,	213 ,	71
A	1918 ,	642 ,	222 ,	98.

Hier vind men by de Reft A 98, by de Som B 2, en by het ledige getal D 2.

$$\left.\begin{array}{ll} A & 71 \\ B & 9 \end{array}\right\} \frac{8\phi}{8y} \qquad \left.\begin{array}{ll} A & 27 \\ B & 7 \end{array}\right\} \frac{2\phi}{2y}$$

$$2\,\frac{62}{} \quad \frac{5}{}\text{mult.} \qquad 2\,\frac{34}{} \quad \frac{5}{}\text{mult.}$$

$$C\ 31,\ -40 \qquad C\ 17,\ -10$$

$$\frac{D \div 6}{yy = 25.} \quad \frac{C\,31}{B\ 9.} \qquad \frac{D + 8}{yy = 25.} \quad \frac{C\,17}{B\ 7.}$$

Nu heeft men deze beyde *Deelen*

$$\begin{array}{l|l} yy - 8y + 6 = 0,\ \text{refolv. met } 1 & -1 \\ yy - 2y - 8 = 0,\ \text{refolv. met } 1 & -9 \\ \hline & \text{mult.} \end{array}$$

Proeve, $+9 = +9$.

Ik zal voortaan de letteren A, B, C, D weg laaten om dat de fchikking der Getallen uyt het voorgaande genoeg bekent is, en men in de volgende op dezelve wyze te werk gaat,

ook ontmoet deze behandeling geen zonderlinge ſwarigheyd, dewyl alles kort en gemakkelyk wil vlotten.

$$6x^4 - 1x^3 - 91xx + 12x + 108 = 0.$$

Reſolveert met 1, komt + 34 ten Proeve.

$6x^4 - 91xx + 108$, reſolv. met 5 | + 1583 Som + 1518.

$-x^3 + 12x$, reſolv. met 5 | − 65 Reſt + 1648.

't Ledig Getal

+ 108	1	2	3	4	6	9		
	108	54	36	27	18	12		
	109	56	39	31	24	21		
Som + 1518	1	2	3	6	11	22	23	33
	1518	759	506	253	138	69	66	46
	1519	761	509	259	149	91	89	79
Reſt + 1648	1	2	4	8	16			
	1648	824	412	206	103			
	1649	826	416	214	119			

Men vind by de Reſt 119, by de Som 89, en by het ledige Getal 21, of met 4 is 't 84.

16 } 66 }	5φ	103 } 23 }	8φ
—	5 x met 5	—	8 x met 5
82	—	126	—
2 —	+ 25	2 —	÷ 40
41	41	63	63
+ 9	—	+ 12	—
—	66.	—	23.
2 xx = 50.		3 xx = 75.	

Derhalven zyn beyde *Deelen*

$2xx + 5x - 9 = 0$, resolv. met 1 | — 2

$3xx - 8x - 12 = 0$, resolv. met 1 | — 17

mult.

Proeve, $+34 = +34$.

VAN DE SURDESOLISCHE VERGELYKINGEN.

Wanneer in de *Surdesolische Æquatien* geen Rationaale waarde is zoo moet het eene *Deel* Quadratisch en het ander Cubisch zyn.

$$x^5 - 12x^4 + 41x^3 - 22xx - 76x + 48 = 0$$

Resolveert met 1, komt — 20, ten Proeve.

$x^5 + 41x^3 - 76x$, resolv. met 5	$+7870$. Som -132.
$\div 12x^4 \div 22xx + 48$, idem	-8002. Rest $+15872$.

't Ledige Getal

$$+48\begin{cases} 1, & 2, & 3, & 4, & 6. \\ 48, & 24, & 16, & 12, & 8. \end{cases}$$

$$49,\ 26,\ 19,\ 16,\ 14.$$

$$\text{Som } \div 132\begin{cases} 1, & 2, & 3, & 4, & 6, & 11. \\ 132, & 66, & 44, & 33, & 22, & 12. \end{cases}$$

$$131,\ 64,\ 41,\ 29,\ 16,\ 1.$$

Rest + 15872.

1,	2,	4,	8,	16,	32,	62,	64,	124.
15872,	7936,	3968,	1984,	992,	496,	256,	248,	128.
15871,	7934,	3964,	1976,	976,	464,	194,	184,	4.

Men heeft by de Rest 184 }
by de Som 16 } $\frac{20\phi}{20x}$, zynde $x^3 - 5x$.

168
—— 2
336

en

en by het ledige getal 64, zynde 4×16.

$$\frac{400}{}$$

of $4xx - 16$.

Dewyl dit in alles gelykformig de opgave is, zoo steld de Deelen uyt de Rest en Som byzonder onder elkander; Als,

64 } 70		248 } 270	
6 } 7x		22 } 27x	
58	5	226	5
2) 29,	− 35	2) 113	135
÷ 4	29	+ 12,	− 113
$xx = 25$.	6.	125	22.
		25) $5xx - 12$.	

komt $xx - 7x + 4 = 0$ het eene Deel.

De $27x$ gedeelt door 25 doen $x^3 + 2x$, en dewyl 113 van 135 word gesubstr. zoo moet ook $5xx - 12$ van $x^3 + 2x$ gesubstr. worden, waar door voor het andere *Deel*

komt $x^3 - 5xx + 2x + 12 = 0$.

Wanneer men beyde gevonden *Deelen* met 1 Resolveert, zoo komt 'er ÷ 2 en + 10 welkers Product is — 20, overzulks is de Proeve na behooren.

Een ander *Æquatie*.

$$2x^5+25x^4+81x^3+45xx-12x-288=0$$

$2x^5+81x^3-12x$, resolv. met 5	$+16315$. Som, +	(= 32777
$+25x^4+45xx-288$, idem	$+16462$. Rest, −	(= 147.

't Ledige Getal — 288

1,	2,	3,	4,	6,	8,	9,	12,	16.
288,	144,	96,	72,	48,	36,	32,	24,	18.
287,	142,	93,	68,	42,	28,	23,	12,	2.

Som +32777	1,	73.	Rest −147	1,	3,	7.
	32777,	449.		147,	49,	21.
	32778,	522.		148,	52,	28.

Wan-

Wanneer men de *Deelen* tegen elkander gelykt zoo vind men

by de Rest 52 } 27ø

by de Som 522 } $\overline{27\,x}$, doende $x^2 + 2x$

574
2

1148
en by 't Ledige -48, zynde 4×12.

1100, dat is $11\,xx + 12$.

Zet nu de *Deelen* uyt de Rest en Som afzonderlyk onder elkander,

3 } 7ø		49 } 40ø	
73 }	7 x	449 }	40 x
76	5	498	5
2 —	—	2 —	—
38	$+$ 35	249	200.
$+$ 12	38	$-$ 24	$+$ 249
50	73	225	449.
25 —		25 —	
$2\,xx - 12$		$9\,xx + 24$	

komt voor 't eene *Deel* $2xx + 7x - 12 = 0$.

$40\,x$ door 25 gedeelt komt $x^2 + 15\,x$.

En om dat 249 word geadd. tot 200 zoo moet ook $9xx + 24$ geadd. worden tot $x^3 + * * 15x$; zynde alzoo het ander *Deel* $x^3 + 9xx * * + 15x + 24 = 0$.

Zoo men de gegeven *Æquatie*, als ook beyde gevonden *Deelen*, ieder met 1 Resolveert gelyk in de vorige, zoo moet het behoorlyk Proef houden.

Laat nog gegeven zyn

$$6y^5 + 31y^4 - 89y^3 - 257yy + 351y + 174 = 0$$

$6y^5 - 89y^3 + 351y$, resolv. met 5	$+ 9380$
$+ 31y^4 - 257yy + 174$, idem	$+ 13124$

De Som is $+ 22504$, en de Rest $- 3744$.

't Ledige Getal $+ 174$.	1,	2,	3,	6.
	174,	87,	58,	29.
	175,	89,	61,	35.

Som $+ 22504$

1,	2,	4,	8,	29,	58,	97,	116.
22504,	11252,	5626,	2813,	776,	388,	232,	194.
22505,	11254,	5630,	2821,	805,	446,	329,	310.

Rest

Reſt — 3744

1,	2,	3,	4,	6,	8,	9,	12,	13,	•
3744,	1872,	1248,	936,	624,	468,	416,	312,	288,	•
3745,	1874,	1251,	940,	630,	476,	425,	324,	301,	•

•	18,	24,	16,	26,	32,	36,	39,	48,	52.
•	208,	156,	234,	144,	117,	104,	96,	78,	72.
•	226,	180,	250,	170,	149,	140,	135,	126,	124.

Schoon hier zig veel *Deelen* opdoen zoo zyn egter de regte

by de Reſt 180 }
by de Som 310 } 490
—— ——
130 . 49 5
2 . 5
—— ——
260 245 }
+ 65 } 310

en by 't Ledige + 140, zynde 4 × 35
——
400, doende 435 — 35.

Zet de *Deelen* uyt de Rest en Som afzonderlyk.

24 } 14ø	156 } 35ø
116 } —— 14y	194 } —— 35y
92 5	38 5
2 —— ——	2 —— ——
46 +70	19 175
+29 46	+6 +19
75 116.	$yy = 25$ 194
25 ——	$yy - 6$
$3yy - 29$.	

Dus is het eene *Deel* $3yy + 14y - 29 = 0$

De $35y$ doen $2y^3 - 15y$, daar toe addeert $yy - 6$ om dat 19 by 175 geaddeert is, zoo komt voor 't ander *Deel* $2y^3 + yy - 15y - 6 = 0$, het welk aan de Proef voldoet.

ZENSICUBISCHE VERGELYKINGEN.

Wanneer de *Zensicubische Æquatien* geen Rationaale wortel hebben, zoo zyn de *Deelen*, of drie vierkante (namentlyk één Vierkante en één Vierkants-Vierkante) of beyde

Cu-

Cubisch, waar van wy een voorbeeld of twee zullen by brengen.

$$x^6-3x^5-42x^4-30x^3+75xx-133x+196=0$$

Geresolveert met 1, komt +64 per Proeve.

$x^6-42x^4+75xx+196$, met 5 Resolv. k. —8554.

$-3x^5-30x^3-133x$, idem, k. —13790.

De Som is —22344, en de Rest +5236.

't Ledige getal

+196	1,	2,	4,	7,	14.
	196,	98,	49,	28,	14.
	197,	100,	53,	35,	28.

De Som —22344

1,	2,	3,	4,	6,	7,	8, .
22344,	11172,	7448,	5586,	3724,	3122,	2793, .
22343,	11170,	7445,	5582,	3718,	3185,	2785, .

. 12,	14,	19,	21,	24, .
. 1862,	1596,	1176,	1064,	931, .
. 1850,	1582,	1157,	1043,	907, .

28, 38, 42, 49, 56, 57, 76,
798, 588, 532, 456, 399, 392, 294,

770, 550, 490, 407, 343, 335, 218,

84, 98, 114, 133.
266, 228, 196, 168.

182, 130, 82, 35.

De Reſt + 5236
1, 2, 4, 7, 11, 14, 17, 22,
5236, 2618, 1309, 748, 476, 374, 308, 238,

5237, 2620, 1313, 755, 487, 388, 325, 260,

28, 34, 44, 68.
187, 154, 119, 77.

215, 188, 163, 145.

Hier uyt vind men eyndelyk by de reſt 260, by de Som 770, en by 't ledige getal 35. Steld daar van de *Deelen* byzonder, aldus;

$$\left.\begin{matrix}22\\28\end{matrix}\right\} \frac{5\phi}{5x}$$

28 − 22 = 6, 5

2 —— ——

÷3, ÷25

+28 ÷3

—— ——

25 28

——

$xx - 28$

Derhalv. het ene *Deel*
$xx - 5x - 28 = 0.$

$$\left.\begin{matrix}238\\798\end{matrix}\right\} \frac{56\phi}{56x}, \text{ is } 2x^3 + 6x$$

1036 5

2 —— ——

518, +280

+7 518

—— ——

525 798.

25 ——

$21xx - 7$, is $x^4 - 4xx - 7$.
addeert om dat 280 + is,
komt voor 't ander *Deel*
$x^4 + 2x^3 - 4xx + 6x - 7 = 0.$

De gevonden *Deelen* met 1 geresolveert komt — 32 en — 2, welker product is + 64, gelyk het Proef getal aanwyst.

Wanneer men veel Deel-getallen heeft (gelyk hier) zoo valt het somwylen niet gemakkelyk, om dat dan ook verscheyden valsche *Deelen* voorkomen die schynen goet te zyn, en dus veroorzaaken dat men dikwils in de hooge *Æquatien* eenige uuren moet doorbrengen eer men de waare kan vinden; want men moet geen *Deelen* die een mogelykheyd verbeelden, laaten varen, tot dat men verzekert is datse valsch zyn, alzoo men te haastig daar over heen loopende, wel eens de waare *Dee-*

Deelen kan over het hooft zien, waartoe de voorgemelde Proef, dat men met 1 Resolveert, van een zonderlinge dienst is.

't Kan ook wel gebeuren, dat eenige valsche *Deelen* deze Proeve konnen doorstaan; maar wanneer 't eyndelyk tot de deeling komt en men de gegeven *Æquatie* daar door niet kan divideren zoo wordt haar het masker afgetrokken. Gelyk 't in de voorgaande *Æquatie* laat aanzien, als offe onder andere ook deze *Deelen* bevat, $xx-2x-1=0$, $xx+5x+7=0$, $xx-4x-7=0$, waar van de twee laatste door de Proeve met 1 worden afgewezen, maar de eerste kanse doorstaan, nogtans is dezelve niet rigtig, om datse in de divisie (als de waare Proeve) niet bestaan kan. Deze hinderpaal kan men niet geheel uyt den weg ruymen, gelyk zich dan by alle *Æquatien* die boven de *Quadraat-Cos* loopen, eenige zwarigheden opdoen, hoe veel te meer hier, daar de zaak van zulken belang is, dat men dezelve tot nog toe niet gevoeglyk heeft konnen bykomen, nogtans moet na deze Regel de Vos eyndelyk 't gat uyt, en wanneer de *Deelen* te veel in getal worden, mag men de Wortel in de *Æquatie* één grooter of kleynder maaken, waar door een verandering komt, het werk merkelyk zal inkorten, en de moeyte verminderen, want in dit geval zoude men nauwlyks $\frac{1}{3}$ der getallen gehad hebben; Summa, de Markt zal elk wel koopen leeren.

Ik

Ik zal hier nog een *Æquatie* van zetten.

$$x^6 + 6x^5 - 3x^4 - 105x^3 - 402xx + 346x + 2296 = 0.$$

Met 1 geresolveert, komt + 2139.

$x^6 - 3x^4 - 402xx + 2296$ met 5 geresolv. | + 5996.
$+ 6x^5 - 105x^3 + 346x$, idem. | + 7355.

De Som is + 13351 en de Rest — 1359.

't Ledige Getal + 2296.

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 41.

2296, 1148, 574, 328, 287, 164, 82, 56.

2297, 1150, 578, 335, 295, 178, 110, 97.

Som + 13351 { 1, 13, 79.
13351, 1027, 169.

13352, 1040, 248.

Rest — 1359. { 1, 3, 9.
1359, 453, 151.

1358, 450, 142.

Hier vind men terstond by de Rest 142, by de Som 248, en by het Ledige getal 97.

K De

De *Deelen* byzonder gezet.

```
   9 ⎫   7ϕ          151 ⎫ 32ϕ
     ⎬  ----             ⎬ ----
  79 ⎭   7x          169 ⎭ 32x, met 5.
 ----    5           ----  ----------
  88    ----          18   160
2----    35         2----  +9
  44,   +44            9   ----
 +56    ----         +41   169
 ----    79          ----
 100                  50
25----              25----
  4xx  −56            2xx −41.
```

$7x$ doen $x^3 - 18x$, daar toe addeert $4xx - 56$, om dat 44 tot 35 geaddeert is, zoo komt voor 't eene *Deel* $x^3 + 4xx - 18 - 56 = 0$.

$32x$ doen $x^3 + 7x$, daar toe addeert $2xx - 41$, om dat 9 tot 160 geaddeert is, zoo komt voor 't ander *Deel* $x^3 + 2xx + 7x - 41 = 0$.

Ieder met 1 geresolveert komt -69 en -31, welks Product is $+2139$, gelyk ook het Proef-getal aanwyst.

Een BSURDESOLISCHE VERGELYKING.

$$x^7 - 7x^6 - x^5 + 34x^4 + 69x^3 + 147xx - 9x - 54 = 0.$$

Met 1 geresolveert komt voor 't Proef-getal $+180$.

$x^7 - x^5 + 69x^3 - 9x$, met 5 geresolv. | $+83580$
$-7x^6 + 34x^4 + 147xx - 54$, idem. | -84504

De Som is -924 en de Rest $+168084$.

't Ledige getal -54 { 1, 2, 3, 6,
54, 27, 18, 9.

53, 25, 15, 3, met 4.

De Som -924.

1, 2, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 14, 21, 22, 28.
924, 462, 308, 231, 154, 132, 84, 77, 66, 44, 42, 33.

923, 460, 305, 227, 148, 125, 73, 65, 52, 23, 20, 5.

De Rest $+168084$.

1, 2, 3, 4, 6,
168084, 84042, 56028, 42021, 28014,

7, 9, 12, 14, 23,
24012, 18676, 14007, 12006, 7308,

18, 21, 28, 29, 42, 36,
9338, 8004, 6003, 5796, 4002, 4669,

46, 58, 69.
3654, 2898, 2436. &c.

Dit kan men verder vervolgen en zoo 't noodig is, de *Deelen* altemaal uytzetten.

Onder deze *Deelen* vind men by de Rest

	56025,	7285,	3960,	2840.
By de Som	125,	5,	460,	460.
	55900,	7280,	4420,	2380. 2
	111800,	14560,	8840,	4760.
't Ledige getal	100,	60,	60,	60.
	111900,	14500,	8900,	4700.

Dewyl overal twee Nullen komen, zoo geeft het een mogelykheid te kennen, en schoon 'er nog meer mogten zyn, zullen wy egter deze eerst beproeven.

Tot nog toe heeft men de *Deelen* uit de Rest en Som beyde ter neer gesteld, het welk hier, en by de hoogere *Æquatien* niet meer wil schikken, om dat het eene *Deel* zoo hoog valt dat men het niet meer gevoeglyk hanteeren kan, daarom neemt men uit de Rest en uit de Som maar dat eene *Deel* zoo op 't kleynste vald, het welk men terstond aan de kleyne Getallen kan bemerken. Als

```
     3 } 10          23 } 10
     7 } --          33 } --
   ---   1x         ---   1x
     4   5           56   5
  2 ---  ---      2 ---  ---
     2   5           28  +5
    -2  +2           -3   28
   ---  ---         ---  ---
     0   7           25   33
                  25 ---
                    xx+3
```

Het eerste *Deel*, $x+2=0$.

Het tweede *Deel*, $xx+x+3=0$.

```
    42 } 40          58 } 60
     2 } --           2 } --
   ---   4x         ---   6x
    44   5           56   5
  2 ---  ---      2 ---  ---
    22  -20          28  -30
    +3   22          -3   28
   ---  ---         ---  ---
    25   2           25   2
 25 ---           25 ---
   xx-3             xx+3
```

Het derde *Deel*, $xx-4x-3=0$.

Het vierde *Deel*. $xx-6x+3=0$.

Deze vier gevonden *Deelen* met 1 geresolveert, zal komen $+3$, $+5$, -6, en -2, welker Product is $+180$, gelyk het Proefgetal vereyscht; dienvolgens is alles wel gevonden.

't Zoude overtollig zyn dit nog verder uit te breyden, dewyl uit de bygebragte Exempelen de gesteldheid en wyze hoe men deze Regel zal gebruiken, genoegsaam blykbaar is, en een naarstig Liefhebber kan 'er nog wel andere voordeelen by doen.

Tot besluit zal ik hier nog byvoegen het 18de Voorstel uit myn *Appendix* van de *Kunst-Spiegel.* Aldaar is gegeven deze *Æquatie*;

$$x^{11}-7x^{10}-23x^9+286x^8-704x^7+218x^6+1611x^5-1161x^4+63x^3+412xx-570x+204=0.$$

Met 1 geresolveert komt voor 't Proefgetal +330.

$x^{11}-23x^9-704x^7+1611x^5+63x^3-570x$, met 5 geresolveert komt -46054350.

$-7x^{10}+286x^8+218x^6-1161x^4+412xx+204$, met 5 geresolveert komt $+46050504$.

−46054350.	Som	−3846.
+46050504.	Rest	−92104854.

De Hooft-deelers zyn uit de Rest, 2, 3, 89, 173, 997.

't Ledige Getal + 204. { 1, 2, 3, 4, 6, 12.
204, 102, 68, 51, 34, 17.

205, 104, 71, 55, 40, 29.
 4
820, 416, 284, 220, 160, 116.

Som − 3846. { 1, 2, 3, 6.
3846, 1923, 1282, 641.

3845, 1921, 1279, 635.

Uit de Reſt − 92104854 zyn de *Deelen*

92104854, 46052427, 30701618, 15350809,
1, 2, 3, 6,

92104855, 46052429, 30701621, 15350815,

1034886, 517443, 344962, 172481, 532398,
89, 178, 267, 534, 173,

1034975, 517621, 345229, 173015, 532571,

266199, 177466, 88733, 92382, 46191. &c.
346, 519, 1038, 997, 1994.

266545, 177985, 89771, 93379, 48185.

Alhier vind men by de Reſt 517621, 177985, 93379.

De

De Som	1279,	3845,	1279.
	516342,	181830,	94658.
	1032684,	363660,	189316.
't Ledige getal	+416,	−160,	+284.
	1033100,	363500,	189600.

(2.)

Om dat hier overal twee Nullen agter aan komen en boven by de Rest of Som in tegendeel één Nul, zoó volgt daar uit, dat men moet onderzoeken welke byzondere Deelders hier van konnen dienen; en schoon 'er nog wel meer van diergelyke natuur zyn, zoo laat men dezelve zoo lang agter tot dat men weet of uit deze iets te vinden is of niet.

Neemt daarom van de aangetekende, uit de Rest en Som de kleynste particuliere Deelers, dewelke zyn

1, Uit de Rest	178	146x
Uit de Som	1282	5
	1104	+730
	2	552
	552	1282
't Ledige getal	−2	
	550	
	25	

$22xx+2$, zynde $x^4-3xx+2$.

De

De $146x$ doen $6x^3-4x$; dit geaddeert tot $x^4-3xx+2$, om dat hier boven by 730 het teken $+$ staat, zoo komt het eene *Deel* $x^4+6x^3-3xx-4x+2=0$.

2. Uit de Rest 519 } $52x$, met 5
Uit de Som 1 }

	518	260
2		−259
	259	1.
't Ledige getal	−34	
	225	
25		
	$9xx+34$	

De $52x$ doen x^3+27x; hier van Substraheert $9xx+34$, om dat hier boven 259 van 260 gesubstraheert is, zoo komt het tweede *Deel* $x^3-9xx+27x-34=0$.

3, Uit de Rest 997 } $100x$, met 5
Uit de Som 3 }

	994	−500
2		497
	497	3.

$$\begin{array}{r} 497 \\ \text{'t Ledige getal } +3 \\ \hline 500 \\ 25 \overline{} \end{array}$$

$20xx - 3$, dat is $x^4 - 5xx - 3$.

De $100x$ doen $4x^3 + 0x$, dit gesubstraheert van $x^4 - 5xx - 3$, om dat hier voren by 500 het teken $\div$ staat, zoo komt het derde *Deel* $x^4 - 4x^3 - 5xx - 0x - 3 = 0$.

Hier mede is de gegeven Æquatie in drie *Deelen* ontleed, dewelke aan de Proeve voldoen, en dewyl dezelve niet verder wil laten verdeelen, of in kleynder stukken schiften, zoo moet men deze drie Æquatien na voorgaande Regel der Cubicq en vierkants vierkante Vergelykingen verder uitwerken, waar door alle 11 Wortelen zullen te voorschyn komen.

Dus ziet men aan de bygebragte Exempelen dat door dezen *Regel* zoo wel de vierkantse als Cubise, ja zelfs vierkants vierkantse *Deelen* konnen gevonden worden, waar van de onderscheydinge der valsche *Deelen* van de ware de meeste moeyte baart; Doch als men eerst de regte Getallen der *Deelen* heeft uitgezocht, zoo word het overige schielyk gevonden.

Wanneer men somwylen by de *Biquadratische* of vierkants vierkantse Deelen in twyffel

stond

ſtond hoe men dezelve zoude inrigten, zoo zal ik zulks nog met een woord of twee ophelderen.

Zoo even is gemeld dat $20xx-3$ zoo veel doet als $x^4-5xx-3$, dat niet anders kan zyn; want dewyl de grootſte quantiteit van de gegeven Æquatie met de éénheyd is aangedaan, zoo moet ook de grootſte quantiteit van 't *Deel* onder de éénheyd ſtaan. x^4 is zoo veel als $25xx$, derhalven is $x^4 * * 5xx-3$ even zoo veel als $20xx-3$. Ook is gezegt dat $100x$ zoo veel doen als $4x^3 * * + 0x$, maar zy konnen ook doen $3x^3+25x$. $2x^3+50x$. $5x^3-25x$. $6x^3-50x$ &c.

Welke van deze de regte zyn kan men hier by weten; wanneer men ieder ſubſtraheert van $x^4-5xx-3$, het komende met 1 reſolveert, zoo moet zulks in het Proef-getal 330 deelbaar zyn, waar uyt men gewaar word dat het niet anders kan zyn als $4x^3 * + 0x$.

Andere voordeelen zal de Kunſtlievende Lezer ligt bemerken. Voor ditmaal zullen wy 't hier by laten. Eyndelyk zal ik nog kortelyk toonen

HOE MEN UYT DE ÆQUATIEN DE WAARDE DER WORTELS KAN VINDEN DOOR DE ONEYNDIGE NADERING.

Wanneer uyt een Æquatie de regte waarde der Wortel niet kan gevonden worden, 't zy in rationaale of irrationaale getallen, zoo plagt men dezelve Mechanische te zoeken zoo na als men begeerde, waartoe zig onderscheiden geschikte wegen opdoen, doch om niet te wytloopig te zyn zullenwe alleen de volgende manier voorstellen, die haar oorspronk heeft uyt de *Regel Falsi*, en om dat dezelve tot alle Æquatien geschikt is zoo kan ze genoegzaam door een enkeld Exempel verklaard worden.

Laat gegeven zyn deze Æquatie;

$$5x^4 + 28x^3 - 144xx - 1866x - 2084 = 0.$$

Op dat men de ontlediging niet te veel behoeft te herhaalen zoo neemt eerstelyk de naaste Wortel in heele getallen, die hier 7 is, en resolveert daar mede de gegeven Æquatie, komt -593, waar uyt men ziet dat 7 nog iets te kleyn is. Neemt vervolgens voor de Wortel 8 en resolveert daar mede komt $+8588$. Dewyl dit veel meer over is als het voorgaande te kort komt zoo blykt daar uyt dat 7 veel

veel nader is als 8. Om dit te onderzoeken zoo zegt

+8538 —— 8
− 593 —— 7

9181 —— 1 —— 593? komt ongevaar $\frac{6\frac{1}{2}}{100}$

dit geaddeert by 7 komt 7. 06½, dat nog te kleyn is, daarom neemt 'er voor 7. 08, en resolveert daar mede de Æquatie, komt −13. 144179, zegt verder

−593 —— 7
− 13. 144179 —— 7. 08

579. 855821 —— 0. 08 —— 13. 144179,

dit uytgerekent komt 0. 00181, maar om dat dit wat te groot is zoo neemt daar voor 18, en zet die agter 7. 08, zoo is de Wortel 7. 0818. hier mede de Æquatie geresolveert, komt +0. 188411, indien men de overige Cyfferletters als een onnoodige sleep laat vaaren.

−13. 144179 —— 7. 08
+ 0. 188411 —— 7. 0818

13. 332590 —— 18 —— 0. 188411,

komt 254, dit gesubstraheert agter van 7. 0818, zoo komt de waarde van de Wortel zeer na 7. 0817746.

Dit kan, zoo iemand het verkieſt, nog veel ſcherper gevonden worden, alzoo men telkens van de eene Regel tot de ander, de waarheyd nader komt. Deze *Regel* dient niet alleen om de Wortel zoo na te vinden als men begeert, maar ook wanneer in een groote *Æquatie* een rationaale Wortel is, dat men dezelve geſchiktelyk kan vinden. Zoo gemelde Wortel een heel getal is kan dezelve niet lang verborgen zyn, maar 't gebeurt dikwils datſe met een breuk, waar van de Noemer 2, 3, 4, 5 of een ander getal is, is aangedaan, in welken geval daar wat meerder moeite aan vaſt is. Edoch, zoo men verzekert is dat de *Æquatie* een rationaale Wortel heeft zoo zoekt men na voorgaande manier die in ettelyke 100ſte deelen.

Vervolgens ſtaat te letten, wanneer de regte waarde der Wortel met haar breuk word bewerkt, dat dan de Noemer in 't getal der grootſte quantiteit, en de Teller in 't ledige getal moet deelbaar zyn. Zoo men de gevonden mechaniſche Wortel, die de waare zeer na is, op gelyke wyze beſchikt, zoo kan men daar uyt de waare Wortel gewaar worden, alzoo, gelyk gezegt is, de Noemer in 't getal der grootſte quantiteit, en de Teller in 't Ledige getal moet deelbaar zyn. Men neemt de Deelen uyt het getal van de grootſte quantiteit, daar de waare Noemer ook onder moet zyn, en

zet,

zet, zoo geeft deze Noemer, wat de Teller? Wanneer deze Teller in 't Ledige getal deelbaar is, zoo is de Wortel gevonden. By voorbeeld.

$$198x^7 + 2832x^6 + 14988x^5 + 33816x^4 + 17678x^3$$
$$- 51240xx - 79584x - 32128 = 0.$$

Men vind na voorgaande manier $x = 1\frac{6}{18}$ of $1\frac{66}{198}$, 198 is deelbaar door 2, 3, 6, 9, 11, 18 &c. daar uyt ziet men terstont dat de Noemer van de Breuk 3 is, en overzulks $x = 1\frac{1}{3}$ de waarde van de Wortel. Hier mede word de *Voorbereyding* geëyndigt.

't Geen dus ver is gezegt heeft ieder boog te schatten,
Het leert ons 't fondament der Algebra *bevatten,*
En stelt in 't beld're licht 't geen dus lang was bedekt;
Nu volgt op 't voorgeregt: *een aangenaam Confect.*

ARITH-

ZINNEN-CONFECT.

Van de gemeene Regel van Driën.

1. Wanneer 3 Schip ℔ 4 Lys ℔ 5 ℔ kosten *f* 314:4:9, hoe veel bedraagen 19 Schip ℔ 18 Lys ℔ 10 ℔ ?

Men begeert deze Practyksgewys te maaken, zonder 't voor en agter tot ponden te resolveeren, het welk aldus kan geschieden;

Schip ℔ 3:4:5 — *f* 314:4:9 — Schip ℔ 19:18:10

	6	
1885:7:6		10
	3	4
5656:2:2		4
314:4:9		
157:2:4½		
62:16:14⅗		
62:16:14⅗		
10:9:7 23/30		
6263:12:4 7/15		
1/193 ÷ 32:9:1 4/15		
6231:3:3⅕		
1/16 ÷ 389:8:15⅕		
5841:14:4		
3		

Facit *f* 1947:4:12

2, Ge-

2. Gekogt zynde $6\frac{2}{3}$ Ellen voor $9\frac{3}{4}$ Gulden, op hoe veel komen de $14\frac{3}{8}$ Ellen?

Dit begeert men te berekenen zonder de Noemers der breuken over te brengen.

Ellen.	Guld.	Ellen.
$6\frac{2}{3}$ ——	$9\frac{3}{4}$ ——	$14\frac{3}{8}$
$\div 1\frac{2}{3}$	$14\frac{2}{5}$	
5	$126\frac{3}{16}$	
	$10\frac{1}{2}$	
	$3\frac{5}{8}$	
	$140\frac{5}{8}$	
$\frac{1}{4}$.	$\div 35\frac{1}{16}$	
	$105\frac{9}{16}$	
5		

Facit $21\frac{3}{32}$ Gulden.

Men kan ook op deze wyze divideren;

$$\begin{array}{r} 6\frac{2}{3} \\ +\ 3\frac{1}{3} \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140\frac{5}{8} \\ \frac{1}{2}\ .\ .\ +\ 70\frac{5}{16} \\ \hline 210\frac{15}{16} \end{array}$$

komt wederom $21\frac{3}{32}$ Gulden.

3. Op

3. Op eên vreemde Plaats worden gekogt 12 Cent. 36 ℔ van zekere Waaren, à *f* 24 : 12 :-, 8 Cent. 27 ℔, à *f* 26 : 8 :- en 9 Cent. 72 ℔, à 25 : 4 :- 't Centenaar, bedraagende te samen *f* 764 : 16 :-: Vraage hoe veel ℔ het Centenaar aldaar is houdende?

Cent.		Cent.	
1	*f* 24 : 12 :	12	*f* 295 : 4 :-
1	*f* 26 : 8 :	8	*f* 211 : 4 :-
1	*f* 25 : 4 :	9	*f* 226 : 16 :-
			f 733 : 4 :-
			f 764 : 16 :-
			f 31 : 12 :-

℔		℔	
1	*f* 24 : 12 :	36	*f* 885 : 12 :-
1	*f* 26 : 8 :	27	*f* 712 : 16 :-
1	*f* 25 : 4 :	72	*f* 1814 : 8 :-

f 31 : 12 :- — 1 ℔ — *f* 3412 : 16 :-

Facit 108 ℔.

4. Iemand koopt 12 ℔ Amandelen en 18 ℔ Rozynen: op een ander tyd 48 ℔ Amandelen en 22 ℔ Rozynen, die juyst driemaal zoo veel bedragen als de eerste; Wanneer één ℔ Amandelen, en een ℔ Rozynen te samen kosten 16 Stuyv. 8 Penn., zoo is de Vraag hoe veel het ℔ van elks gekost heeft?

12 ℔ A. + 18 ℔ R.
——————— 3
36 ℔ A. + 54 ℔ R. = 48 ℔ A. + 22 ℔ R.
———————————————
12 ℔ A. = 32 ℔ R.
4 ———————
3 ℔ A. = 8 ℔ R.

3 ℔ Amandelen kosten zoo veel als 8 ℔ Rozynen, derhalven als het ℔ Amandelen koſt 8 ſtuyv. zoo koſt het ℔ Rozynen 3 ſtuyv., daarom zegt

11 — 16 ſt. 8 penn. — { 8 | 12 ſtuyv. 't ℔ Amandelen.
{ 3 | 4 ſtuyv. 8 penn. 't ℔ Rozynen.

5. A en B koopen Sargie en Taf; A heeft 7 Ellen Sargie en 6 Ellen Taf voor *f* 16 : 14 :- B ontfangt ten zelven pryze 15 Ellen Sargie en 18 Ellen Taf voor *f* 43 : 10 :-, Hoe veel heeft de El van ieder gekoſt?

El Sarg. El Taf.
7 + 6 —— *f* 16 : 14 :-
——————————— 3
21 + 18 —— 50 : 2 :-
15 + 18 —— 43 : 10 :-
——————————————— El.
6 ———— 6 : 12 :- ———— 1
6 ————

Facit f 1 : 2 :- d'El Sargie.

$$\frac{f\ 1:2:-}{f\ 7:14:-}\ 7$$

f 16 : 14 : -

El Taf		El.
6	—— f 9 : — : - ——	1

Facit f 1 : 10 : - d'El Taf.

Aldus ontbind men ook de volgende met weinig omſlag.

6. Met haar driën koopenze Graanen; de eerſte heeft 5 Schepels Tarw, 7 Sch. Rogge en 9 Sch. Garſt te ſamen voor 23 Gulden. De tweede 11 Sch. Tarw, 9 Sch. Rogge en 7 Sch. Garſt voor 33 Gulden. De derde 16 Sch. Tarw, 20 Sch. Rogge en 14 Sch. Garſt voor 59 Gulden. Vraage hoe veel het Schepel van ieder ſoort gekoſt heeft? *Antw.* de Tarw 31, de Rogge 23 en de Garſt 16 ſtuyvers.

7. Iemand heeft gekogt 10 Baalen en 6 Riemen Papier van drie onderſcheyden ſoorten; kosten het Riem van de eerſte ſoort 48 ſtuyvers, van de tweede 56 ſtuyvers en van de derde 72 ſtuyvers. Zoo ieder party evenveel bedraagt, is de vraag, hoe veel Riemen hy van elks gekogt heeft? *Antw.* 42 van de eerſte, 36 van de tweede en 28 Riemen van de derde ſoort.

∴ *Een Baal doet* 10 *Riemen.*

8. Een

8. Een Kruydenier koopt 64 ℔ Nagelen en 80 ℔ Cardamom, te samen voor 600 Gulden, en bekomt alzoo evenveel ℔ Nagelen voor 5 Gulden als Cardamom voor 6 Gulden. Hier van verkoopt hy terstond wederom voor 297 Gulden van ieder Specery evenveel ℔, en wird daaraan 8 per Cento. Vraage hoe veel het ℔ van ieder gekost heeft? en hoe veel ℔ hy van elks verkogt heeft? *Antw.* 't ℔ Nagelen $3\frac{8}{9}$ Gulden, 't ℔ Cardamom * $4\frac{1}{2}$ Gulden, en van elks $33\frac{1}{3}$ ℔ verkogt.

9. Een Heer huurt een Knegt voor 50 Ryxdaalders een Kleed in 't Jaar; van welk Kleed de Knegt terstond by den aanvang van zyn dienst de helft in geld ontfangt. Maar de Knegt geen genoegen gevende, word na 14 Weken afgedankt; hem tellende pro resto nog 7 Ryxd. Vraage hoe hoog het Kleed gerekend is? *Antw.* 28 Ryksdaalders.

10. Een Zyde-Winkelier heeft twee soorten Zyde Stoffen, namentlyk van A 9 Stukken en 12 Ellen, van B 11 Stukken en 6 Ellen. De El van B doet $2\frac{1}{2}$ stuyver meer als van A, het Stuk van beyde Stoffen te

* *In de Koophandel van Amst. Ao.* 1727, 2e *D. pag.* 288 *en* 289 *word de prys van 't* ℔ *Cardamom gesteld* 33 *à* 36 *stuyv.*

ſamen koſt *f* 112 : 16 : -, bedraagende alzoo de ſom van A *f* 530 : 2 : - en van B *f* 623 : 2 : -. Hoe veel Ellen heeft het Stuk van ieder Stof gehouden, en wat heeft de El van ieder gekoſt? *Antw.* A 40 en B 36 Ellen, A 28$\frac{1}{2}$ ſt. en B 31 ſt.

11. Iemand heeft een party wollen Band, maakt overſlag, als hy voor 100 Ellen *f* 3 : 2 : - gegeven hadde, dat dan de party 6 Gulden meerder zoude beloopen hebben; maar had hy voor 100 Ellen *f* 2 : 17 : - gegeven, zoo zoude de ſom der Inkoop 9 Gulden minder geweeſt zyn. Vraage hoe veel Stukken ieder van 75 Ellen hy gehad, en wat ieder Stuk gekoſt heeft? *Antw.* 80 Stukken, die elk *f* 2 : 5 : - gekoſt hebben.

12. Eender koopt tweederley Waaren, van de eerſte 9 Cent. 39 ℔ voor *f* 278 : 16 : -, en van de ander 12 Cent. 66 ℔ voor *f* 431 : 6 : -, koſt het Centenaar van de tweede ſoort *f* 4 : 9 : - meer als van de eerſte, en van ieder 100 ℔ te ſamen 60 Gulden. Vraage hoe veel ℔ heeft het Centenaar van ieder ſoort gehouden, en wat heeft het ℔ van elk gekoſt? *Antw.* het Centenaar van de eerſte ſoort houd 105, en van de tweede 108 ℔; en 't ℔ van de eerſte koſt 5$\frac{2}{3}$, en van de tweede 6$\frac{1}{3}$ ſtuyv.

13. Twee ruylen met elkander, A heeft gehe-

hekeld Oud-Lander Vlas, de Steen * gerekent op 7 Gulden; daar voor levert B Speceryen, 't 100 ℔ tot *f* 47:10:-, overzulks moet A 120 ℔ Vlas meer leveren als hy Speceryen bekomt. Hoe veel ℔ is 'er van ieder geweest? *Antw.* 456 ℔ Vlas en 336 ℔ Speceryen.

14. Drie maaken Gezelschap, B legt 50 Gulden meer in als A, en B en C te samen 520 Gulden. Hebben gewonnen 210 Gulden, waar af C komt 78¾ Gulden. Hoe veel heeft ieder ingeleyd, en gewonnen? *Antw.* A 200, B 250, en C 270 Gulden. De winst is ligt te vinden.

15. Vyf maaken Gezelschap, en leggen te samen een zeker somme Gelds. De Inleg van A, B, C bedraagt ⅔ der som ÷ 160 Gulden, van B, C, D $\frac{7}{12}$ + 60 Gulden, van C, D, E ⅗ ÷ 80 Gulden, van D, E, A ⅝ ÷ 110 Gulden, en van E, A, B de helft + 380 Gulden. Vraage na ieders Inleg? *Antw.* A 780, B 740, C 720, D 700 en E 660 Gulden.

16. Vyf andere leggen een somme Gelds te sa-

---

* *De Steen Vlas of Hennip doet in Hamburg 20 ℔, te Antwerpen doet een Steen 8, en in Zeeland 6 ℔.*

ſamen, namentlyk; A, B, E $\frac{2}{3}$ der ſom ÷ 170 Gulden, B, C, E $\frac{11}{20}$ + 130 Gulden, C, D, E $\frac{3}{8}$ ÷ 70 Gulden, en D, A, E de helft + 280 Gulden. Vrage als voren? *Antw.* A 650, B 620, D 570 en E 560.*

17. Eender begerig zynde te ſpelen, gaat met eenige Schellingen in drie Speelhuyzen, in het eerſte wint hy juyſt zoo veel als hy by zig had, maar verteerd daar van 5 ß. In het tweede wint hy wederom zoo veel als hy 'er bragt, en verteerd 4 ß. In het derde wint hy ook zoo veel als hy daar in bragt, en verteerd 'er van 3 ß. Hier op na huys gaande, bevind in alles 11 ß geavanceert te zyn. Hoe veel had hy in den beginne by zig? *Antw.* 6 ß.

18. Gekogt zynde *a* ℔ voor *b* Gulden, na de zelve prys bedraagen *c* ℔ 65 Gulden. Zoo *b* 8 meer doet als *a*, en *c* 19 meer als *b*, is de vraag wat getallen door *a*, *b* en *c* worden uytgebeeld?

	℔		Guld.		℔	
	12	—	20	—	39	65 Guld.
of	18	—	26	—	45	65 Guld.

VAN

* *De Inleg van* A *is onbepaalt, zoo dezelve minder blyft als* 1200, *waar na* B, C *en* D *zig ſchikken.*

VAN DE REGEL ALLIGATIONIS OF MENGING (a), EN DERZELVER OORSPRONG UYT DE ALGEBRA.

19. Iemand heeft tweederleye Wyn, van de eerste kost de Stoop 12 stuyvers, en van de ander 22 stuyvers, hier van begeert hy een * Aam te vullen van 40 Stoopen, zoo, dat de gemengde Stoop komt te staan op 16 stuyvers. Hoe veel moet hy hier toe van ieder soort nemen? *Antw.* van A 24 en van B 16 Stoopen.

Steld van A x, en van B y Stoopen.

Stoop		stuyv.		Stoopen	
1	,	12	,,	x	$12x$
1	,	22	,,	y	$22y$

$x+y$, $12x+22y$,, 1 Stoop

z $12x$

(a) *Over de oorspronk van deze benaaming kan men nazien het I Deel van de Mathematische Liefhebbery pag. 75 & seq.*

* *Te Rotterdam en Amsterdam doet de Aam 64 en te Dort 72 Stoopen.*

$$\text{komt } \frac{12x+22y}{x+y} = 16 \text{ ftuyv.}$$

$$12x+22y = 16x+16y$$

$$6y = 4x$$

$$2 \quad 3y = 2x$$

dat is, zoo menigmaal y is 2, zoo menigmaal is $x = 3$

$$\begin{matrix} A & 3 \\ B & 2 \end{matrix} \Big\} 5 \text{ — Stoopen } 40 \text{ — } \Big\{ \begin{matrix} 3 | 24 \text{ Stoopen van A.} \\ 2 | 16 \text{ ——— B.} \end{matrix}$$

Hier uyt ziet men de Oorfpronk der *Alligation* en waarom de Regel op dezelve aldus gefteld wordt;

$$16 \text{ ft.} \Big\{ \begin{matrix} 12 \text{ ft.} | 6 \\ 22 \text{ ft.} | 4 \end{matrix} \Big\} 10 \text{ — Stoopen } 40 \text{ — } \Big\{ \begin{matrix} 6 \\ 4 \end{matrix} \Big| \textit{ Antw.}$$

20. Eender heeft drieërleye Zilver, het Mark van A houd 6, van B 8, en van C 12 Loot. Begeert daar van een Werk te maaken, fwaar 30 Marken, zoodanig, dat het Mark komt op 9 Loot fyn. Hoe veel moet hy van ieder Zilver hier toe nemen?

Steld

Steld dat hy moet nemen van a, b en c Marken.

Mark		Loot.		Mark	
1	,	6	,,	a	$6a$
1	,	8	,,	b	$8b$
1	,	12	,,	c	$12c$

m.

$a+b+c$, $6a+8b+12c$,, 1

$$\text{komt } \frac{6a+8b+12c}{a+b+c} = 9 \text{ Loot.}$$

$$6a+8b+12c = 9a+9b+9c$$

$$3c = 3a+b.$$

Neemt a, b en c na believen, met deze bepassing, dat $3a+b$ gelyk is aan $3c$, zoo kan men zoo veel Antwoorden vinden als men begeerd.

De Proportionaal getallen zyn de volgende;

$a=1$,	$b=3$,	$c=2$,
2,	3,	3,
3,	3,	4,
4,	3,	5,
4,	6,	6,
5,	6,	7,
6,	3,	7,
7,	6,	9, en zoo voort tot in 't oneyndige.

$$\left.\begin{array}{l} a\ 1 \\ b\ 3 \\ c\ 2 \end{array}\right\}6 \text{ — } \overset{\text{m.}}{30} \text{ — } \left\{\begin{array}{l|l} 1 & 5 \text{ m. van A.} \\ 3 & 15 \text{ — B.} \\ 2 & 10 \text{ — C.} \end{array}\right\} \text{'t } \textit{Antw.}$$

21. Daar zyn 4 ſtukken Zilver, houdende 7, 8, 12 en 13 Loot fyn; hier van begeert men een Maſſa te maken van 48 Mark, zoo, dat het Mark houd 10 Loot fyn. Hoe veel moet men van ieder ſtuk hier toe nemen?

Steld voor de Stukken a, b, c en d, zoo bekomt men deze Vergelyking.

$$7a + 8b + 12c + 13d = 10a + 10b + 10c + 10d.$$

$$2c + 3d = 3a + 2b$$

Nu mag men wederom zoo veel Proportionaal Getallen zetten als men begeerd, mits dat $3a + 2b$ zoo veel uytmaaken als $2c + 3d$.

$a = 1$,	$b = 1$,	$c = 1$,	$d = 1$,	dat is van elks evenveel.
2,	4,	1,	4,	
3,	4,	1,	5,	
4,	5,	2,	6,	
5,	4,	7,	3,	&c.

En zoo ook met andere.

22. 890 Schip ℔, 11 Lys ℔, 12 ℔ in vyf Regels of partyen, (een pryse per Schip ℔) zoodanig te berekenen, dat tot *Antwoord* komt f 54319 : 14 : 15.

Hoe dit door de Menging kan gedaan worden heeft *V. Heins* in zyn zinryke *Abyssus Mercatorio - Aritmetico - Problematica* uytvoerig aangetoond, doch om te gemoet te komen den genen, die van dat Tract[at] mogten ontblood zyn, zal ik de volgende verklaring hier by voegen.

890 S. ℔, 11 L. ℔, 12 ℔ zyn 267177 ℔, neemt daar voor 267000 ℔, dat is 890 S. ℔. Zegt nu

S. ℔ — S. ℔
890 —— ƒ 54319 : 14 : 15 —— 1

Komt 61 Gulden het hooft-getal, en schiet nog over ƒ 29 : 14 : 15, stelt daar voor + 150 ℔, dat is tegens ƒ 59 : 9 : 14 't Schip ℔. Volgt

De Balans van 't Gewigt.

Daar is genomen 267000 ℔
en nog 150

267150
maar moeste zyn 267177

komt te weynig 27 ℔, die onder zekere bepaling moet vergoet worden.

Verkiest de twee middelste prysen in dier voegen, dat derzelver verschil zy 27; of door 27 deelbaar is, als 9725 en 9860 duyten, welker verschil is 135, dat is 5 maal 27, daarom deelt deze genomen prysen door 5, komt 1945 en 1972. Verwisselt dit anders om, en voegt by 1972 + en by 1945 ÷ zoo word daar door de

de nog ontbrekende 27 ℔ hersteld, zonder eenige verandering in de prys te veroorzaken.

Maar als 27 te veel was, en men 't zelve wilde wegnemen, dan steld men in zulken geval by het kleynste Getal + en by het grootste ÷.

De vierde prys word aldus gevonden; multipliceert het hooft-getal met 4, en substraheert van 't product de som der drie eerst genomen prysen.

Nu staat het na de Menging aldus;

	duyt.	verſ.	66611	Toev.
f 59 : 9 : 14	9519	176	66787	+ 150
f 60 : 15 : 10	9725	100	66711	+ 1972
f 61 : - : - (9760 duyt.)				
f 61 : 12 : 8	9860	35	66646	÷ 1945
f 62 : 2 : -	9936	241	66852	

552
267000

266448

4 ——

66612 Additament of toevegſel, en blyft nog 4 over voor de vyfde Regel.

Addeert tot dit toevoegſel de bovenstaande verschillen, tot het komende addeert of substraheert de nevensstaande getallen, zoo bekomt men de begeerde getallen in Ponden van de vyf Regelen als volgt.

No. 1

		No. 1	No. 2	No. 3	't Schip ℔.
÷	1.	66937	66936	66935	à f 59 : 9 : 14
÷	1.	68683	68682	68681	à f 60 : 15 : 10
÷	1.	64701	64700	64699	à f 61 : 12 : 8
÷	1.	66852	66851	66850	à f 62 : 2 : -
* +	4	de Rest 4	8	12	à f 61 : - : -
		267177			

Het Voorstel word nu aldus opgegeven;

Daar worden gekogt 890 Schip ℔, 11 Lys ℔, 12 ℔, in vyf partyen; namentlyk 66937 ℔ à f 59:9:14; 68683 ℔ à f 60:15:10; 64701 ℔ à f 61:12:8; 66852 ℔ à f 62:2:-, en de rest à f 61:-:- 't Schip ℔. Hoe veel bedraagt het te samen. *Antw.* f 943195:14:15.

Of men kan de Ponden by No. 2 of 3 nemen, en dus kan dit Voorstel 64701 (a) malen anders worden voorgedragen.

Men had de prysen van één Schip ℔ wel konnen nemen dat die meerendeel in heele Guldens gekomen waren, maar ik heb dezelve met voordagt alzoo gesteld, op dat de Re-

---

* *Om dat de vyfde Regel het medium of Hooftgetal ten pryse heeft, is daar door ligt aftemeten dat die door + zoo veel maal verhoogt moet worden, als de vorige door ÷ verminderen.*

(a) Behoud men het Geld en Gewigts verdeeling van den Autheur dan is het 60323[1] maal.

Regelen tot oeffening der Leerlingen eenigermaten moeijelyker mogte te berekenen zyn. En op deze wyse kan men zo veel Exempelen by brengen als men begeert, gelyk te zien is in de gemelde *Abyss van V. Heins.*

VAN DE REGEL CECIS OF VIRGINUM (a) EN HOE DEZELVE UIT D'ALGEBRA HAAR OORSPONK HEEFT.

23. Iemand heeft 20 Stuks Vee, als Ossen, Koeijen, en Kalveren die te samen kosten 100 £. De Ossen kosten 't stuk 10 £, de Koeijen 5 £, en de Kalveren 1 £. Hoe veel is 'er van ieder soort geweest? *Antw.*

4 Ossen, 11 Koeijen, en 5 Kalveren.
of 8 —— 2 —— 10 ——

Steld voor de Ossen a, voor de Koeijen b en voor de Kalveren $20 - a - b$.

a	b	$20 - a - b$
10 £	5 £	1 £
$10a$	$5b$	$20 - a - b$

$$+10a + 5b$$

$$£\,100 = 20 + 9a + 4b$$

$$9a + 4b = 80$$

Neemt

(a) *Over de oorspronk van deze benaaming kan men nazien het 1 Deel van de Mathem. Liefhebbery pag. 24.*

Neemt men $a = 4$ Offen, zoo is $b = 11$ Koeijen, en dus resterender 5 Kalveren. Hier uyt ziet men klaar van waar de bewerking der Regel *Virginum* haar oorspronk heeft, want dezelve staat aldus;

$$20 \text{ Stuks} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Offe} & 10 £ \\ \text{Koeije} & 5\,£ \\ \text{Kalvers} & 1\,£ \end{array} \right| \left. \begin{array}{c} 9 \\ 4 \\ \ \end{array} \right\} \div \begin{array}{r} 100\ £ \\ 20 \\ \hline 80 \end{array}$$

Zynde het zelve als uyt de bovenstaande Algebrase ontbinding voortkomt, namentlyk; 80 moet gedeelt worden in tweedeelen, zoodanig, dat het eene deel in 9, en het ander in 4 opgaat, dat is $9a + 4b = 80$

Men kan ook stellen

voor de Kalveren a, voor de Koeijen b, zoo zyn de Offen $= 20 - a - b$

$20 - a - b$ met 10 £	b met 5 £	a met 1 £
$200 - 10a - 10b$	$- 5b$	$- a$

$$\begin{array}{l} 200 - 10a - 10b \\ \quad + a + 5b \\ \hline 200 - 9a - 5b = 100 £ \\ \hline 9a + 5b = 100 \end{array}$$

Als

Als men a neemt = 10 Kalveren zoo is b = 2 Koeijen, en dus resterende 8 Ossen.

24. Op een vroolyk Gastmaal zyn 60 Persones, als Mannen, Vryers, Vrouwen en Vrysters, dewelke verteerd hebben 100 Gulden.

Daar toe betaald een Man 3 Gulden, een Vryer 2 Gulden, een Vrouw 1 Gulden, en een Vryster 10 stuyvers. Hoe veel zyn 'er van ieder geweest?

Steld a Mannen. b Vryers. c Vrouwen.

$$\begin{array}{ccc} f\,3 & f\,2 & f\,1 \\ \hline 3a. & 2b & c. \end{array}$$

en $60 - a - b - c$ Vrysters

$$f\,\tfrac{1}{2}$$

$$30 - \tfrac{1}{2}a - \tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{2}c$$

$$3a + 2b + c$$

$$30 + 2\tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c = 100$$

$$2\tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c = 70$$

$$5a + 3b + c = 140$$

Verdeelt 140 in 3 deelen, zoo is het eene deel = $5a$, 't tweede = $3b$, en 't derde = c, aldus;

140

140

$$5a = 70 \quad a = 14 \text{ Mannen.}$$
$$3b = 60 \quad b = 20 \text{ Vryers.}$$
$$c = 10 \quad c = 10 \text{ Vrouwen.}$$

Reſt 16 Vryſters, en meer andere.

25. Eender begeert voor 36 Gulden vyf ſoorten Kruyderyen te koopen, als Peper, Amandlen, Suyker, Gengber en Rozynen; te ſamen 90 ℔. koſten het ℔ Peper 16 ſtuyv. Amandelen 12 ſtuyv. Suyker 9 ſtuyv. Gengber 7 ſtuyv. en Roozynen 3 ſtuyvers. Hoe veel zal hy van elks bekomen?

Steld *a* ℔ Peper, *b* Amand, *c* Suyk. *d* Gengb.

16.	12.	9.	7. ſt.
16*a*.	12*b*.	9*c*.	7*d*.

$$90 - a - b - c - d \text{ Rozynen.}$$
$$3 \text{ ſtuyv.}$$

$$270 - 3a - 3b - 3c - 3d.$$
$$f\,36 \qquad + 16a + 12b + 9c + 7d.$$

$$\text{Stuyv. } 720 = 270 + 13a + 9b + 6c + 4d.$$

$$\text{of } 13a + 9b + 6c + 4d = 450$$

Deze 450 moet in 4 deelen verdeeld, en ieder deel afzonderlyk vergeleken worden, als volgt;

450

13a = 130		a =	10 ℔ Peper.
9b = 144		b =	16 Amandelen.
6c = 108		c =	18 Suyker.
4d = 68		d =	17 Gengber.
		Rest	29 Rozynen.
			90.

26. Men begeert 9012 ℔ in drie Regelen, in geheele getallen te bereken, dat tot *Facit* komt *f* 2073: 17: 12. Dit doet men in dezer voegen.

℔ 9012 —— *f* 2073: 17: 12 —— ℔ 1 ?

komt by na 74 Penningen voor de middelste prys, daar toe neemt de eerste en derde prys in gelyke verschil, en werkt na de Regel *Virginum* aldus;

	Penn.		
9012 ℔	78	8	*f* 2073: 17: 12
70	74	4	663644 penn.
630840	70		630840
			32804
			8) 32800 | 4100 ℔
			4) 4 | 1
			Rest 4911
			9012 ℔

Nu

Nu heeft men de begeerde getallen tot de drie Regelen

	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.	het ℔	't 100 ℔
÷ 1.	4100	4099	4098	4097	à 4 ſt. 14 p.	*f* 24:7:8
÷ 1.	4911	4910	4909	4908	4 — 6	*f* 21:17:8
+ 2.	1	3	5	7	4 — 10	*f* 23:2:8.

Dit Voorſtel kan men in diervoegen 4100 maal veranderen, en zulks ook na de prys van één Centenaar of één Schip ℔ berekenen.

Het zelve luyd aldus;

A Levert aan B 9012 ℔ in drie partyen, als 4100 ℔ à 4 Stuyv. 14 Penn. 4911 ℔ à 4 Stuyv. 6 Penn. en de reſt à 4 ſtuyv. 10 Penn. Hoe veel moet B betaalen?

Antw. *f* 2073:17:12.

27. Nog begeert men 23456 ℔ in vier Regels, in heele getallen te berekenen, dat tot *Facit* komt *f* 2073:17:12.

℔ ℔

23456 — *f* 2073:17:12 — 1?

komt nagenoeg 28 Penn: voor het middelſte getal,

```
39|22   23456 ℔        f 2073 : 17 : 12
  |      17            ————————
33|16   ———————        663644 penn.
22 . .| 398752         398752
  |                    ————————
23| 6              22) 264892 | 12039 ℔
17|                16) 34     |  :   1
  |                 6) 18     |      3
  |                           | 11413
  |                           | ——————
  |                           | 23456.
```

No. 1.	No. 2.	No. 3.	het ℔	het Cent.
÷ 1 . 12039	12038	12037	à 2 ſt. 7 Pen.	f 12:3:12
+ 1 . 1	2	3	à 2 ; 1 —	f 10:6: 4
÷ 1 . 11413	11412	11411	à 1 ; 1 —	f 5:6: 4
+ 1 . 3	4	5	à 1 ; 7 —	f 7:3:12

Dit kan men 11413 maal veranderen: wy zullen daar van * No. 5679 nemen, en daar mede het Exempel voorſtellen.

Verkogt zynde 23456 ℔ in vier partyen, als 6361 ℔ à f 12:3:12. 5679 ℔ à f 10:6:4. 5735 ℔ à f 5:6:4. en de reſt à f 7:3:12 't Centenaar. Hoe veel bedraagt het?

Antw. f 2073:17:12.

En dus doet men ook met andere.

28. Laat

* *De Autheur zegt No. 5678.*

28. Laat gekogt zyn 200 Ellen Lint, namentlyk, Blaauw à 1 stuyv. Geel à $1\frac{1}{2}$ st. Root à 2 st. en wit à $2\frac{1}{2}$ stuyv. d'El, daar voor word betaald 20 Gulden. Vrage hoe veel Ellen neemt men van ieder soort? of hoe veel antwoorden in heele getallen zyn hier op te vinden?

Antw. 3334 *Facitten* in heele getallen.

Dit is het 97ste Roosje uyt *H. Meisners* (*a*) Roozenkrans. (*b*)

Steld

(*a*) Overleden A°. 1716.

(*b*) *Dit Roozenkransje bestaat uyt* 100 *Bloemen, of Voorstellen, die zonder ontbindingen, en met verbloemde Antwoorden te Hamburg* A°. 1687 *voor den Autheur gedrukt zyn, en de eerste helft* A°. 1688, *door* M. Scharff *te Hamburg en vervolgens het geheel* A°. 1720 *door* J. H. Westerkamp *te Osnabrug beyde met de ontbindinge, doch de laatste onder andere bewoordinge agter zyn Rekenboek uytgegeven. Hy steld dit Exempel aldus voor.*

„ *Genomen dat* 50 *Nootlydende Perzonen van*
„ *een welgegoet Man vereerd worden* 100 *Ryxd.*
„ *namentlyk; een Man* 3; *een Vrouw* 2, *een*
„ *Jongman* 1, *en een Jonge Dogter* $\frac{1}{2}$ *Ryxd.*
„ *Vrage hoe veel er van ieder geweest zyn?*

waar

Steld het Blauw $= a$, 't Geel $= b$, 't Root $= c$

	à 1 st.	à $1\frac{1}{2}$ st.	à 2 st.
	a	$1\frac{1}{2} b$	$2c$

't Wit $= 200 - a - b - c$
à $2\frac{1}{2}$ st.

$$500 - 2\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{2}b - 2\frac{1}{2}c \qquad f\ 20$$
$$+ \quad a + 1\frac{1}{2}b + 2c \qquad 20$$

$$500 - 1\frac{1}{2}a - b - \frac{1}{2}c = 400$$

$$1\frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2}c = 100$$

$$3a + 2b + c = 200$$

Ver-

---

waar op volgt deze bewerking.

1 M. ,	3 ,, 1 a	$3a$
1 V. ,	2 ,, 1 b	$2b$
1 J. M. ,	1 ,, 1 c	c
1 J. D. ,	$\frac{1}{2}$,, $50 \div a \div b \div c$	$25 \div \frac{1}{2}a \div \frac{1}{2}b \div \frac{1}{2}c$

$$25 + 2\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = 100$$

$$50 + 5a + 3b + c = 200$$

$$5a + 3b + c = 150$$

$a = 29$, $b = 1$, $c = 2$, $d = 18$ *geeft één verandering.*
$a = 28$, $b = 1$, $c = 7$, $d = 14$
$a = 28$, *klimt af tot* 1 *&c. en geeft* 3 *veranderingen.*
$a = 27$, $b = 1$, $c = 12$, $d = 10$.
$a = 27$, *klimt af tot* 3 *&c. en geeft* 4 *verand.* *enz.*
dan komt voor het begeerde Antwoord 106 *veranderingen.*

Verdeelt 200 in drie deelen, dat het eerſte deel door 3, het tweede door 2, en het derde door 1 deelbaar is. Wanneer men het eerſte deel 3 neemt, zoo reſteren voor beyde overigen 197, dit gedivideert door 2 geeft 98 *Facits* en blyft 1 over voor het derde deel.

Neemt men voor het eerſte deel 6, zoo resteren voor beyde andere 194, dit gedivideert door 2, komt 96 *Facits*, en blyven 2 over voor het derde deel.

Neemt verder het eerſte deel 9, zoo reſteren voor beyde overige 191, door 2 gedeelt, komen 95 *Facits*. En op dezelfde voet het eerſte deel 12 nemende, geeft 93 *Facits*, het eerſte 15, geeft 92 *Facits*, enz.

Hier vind men een dubbele *Arithmetiſche Progres*, namentlyk de eerſte 98, 95, 92, 89 tot 2, zynde van 33 Termen, wiens ſom is 1650.

De ander is 96, 93, 90, 87 tot 3, zynde van 32 Termen, wiens ſom is 1584, addeert hiertoe de vorige 1650, komt 3234 *Facits* in heele getallen.

PAUL HALCKEN'S Zinnen-Confect.

ANDERS.

Steld het Wit $= a$ à $2\frac{1}{2}$ ft. 't Root $= b$ à 2 ft. 't Geel $= c$ à $1\frac{1}{2}$ ft.

$$2\tfrac{1}{2}a \qquad 2b \qquad 1\tfrac{1}{2}c$$

't Blauw $200 - a - b - c$ à 1 ft.

$$\begin{array}{r} 200 - a - b - c \\ + 2\tfrac{1}{2}a + 2b + 1\tfrac{1}{2}c \\ \hline 200 + 1\tfrac{1}{2}a + b + \tfrac{1}{2}c = 400 \text{ ftuyv.} \\ \hline 1\tfrac{1}{2}a + b + \tfrac{1}{2}c = 200 \\ \hline 3a + 2b + c = 400 \end{array} \quad 2$$

Deze 400 moet in drie deelen verdeeld worden dat men het eerste in 3, het tweede in 2, en het derde in 1, zonder rest, divideren kan, en als men de drie quotienten addeert, de som van 200 gesubstraheert kan worden, op dat 'er ook iets voor 't Blauw overblyft.

Indien het eerste deel is 396, dit van 400, rest 4: gedeelt door 2, komt 1 *Facit*, en blyft 2 over voor 't derde deel.

Neemt men voor 't eerste deel 393, zoo rest 'er 7: gedeelt door 2, geeft 3 *Facits*, enz.

Het

Het welk aldus in orde ſtaat;

Het eerſte deel	396, geeft	1 *Facit*	
	393,	. . 3	48
	390,	. . 4	1
	387,	. . 6	49
	384,	. . 7	16 de helft van 32
	381,	. . 9	
tot de 32ſte Term	303,	. . 48	784 *Facits.*

Gaat verder voort en hebt agt op het tweede deel 't welk in 't begin boven 2 genomen moet worden, daar men ligtelyk ziet, wanneer het eerſte deel met 3 afneemt, het tweede als dan met 4 opklimt, ſtaande aldus in orde;

Het 1e Deel.	Het 2e Deel.	*Facits*	
300	2	49	49
297	6	49	1
294	10	48	50
291	14	48	met 49 Termen
288	18	47	2450 *Facitten*
285	22	47	784
Eyndel: { 12	. . . 386	1	3234 *Facitten*
{ 9	. . . 890	1	in heele ge-

tallen, gelyk ook te voren gevonden is, dienende het een ten Proeve van het ander.

En in diervoegen kan men ook de Opgave in

 de

de Kunst-Schole (*a*) Pag: 472 solveren, het welke men egter de Liefhebbers tot oeffening heeft overgelaten.

29. Nog gekogt zynde drie soorten van Specceryen, te samen 40000 ℔ voor *f* 120000 : - : - Het ℔ van de eerste kost *f* 7 : 4 : -, van de tweede *f* 5 : 8 : - en van de derde 10 stuyvers 1 penning. Vrage hoe veel *Facitten* in geheele getallen hier op konnen gevonden worden? en welke dezelve zyn?

Om dat men de deelen by gedagten niet kan gissen, zoo moeten dezelve door geschikte rekeninge gevonden worden, en dewyl 'er maar weynig Facits komen, kan menſe altemaal wel aantekenen (*b*).

VAN

(*a*) *Van* H: Meisner *A°.* 1689. *Hamb.*

Het Voorstel luyd aldus; „ *Laat* (*Exempels halven*) *gekogt zyn* 300 *Ellen Laken, namentlyk,* „ *Blauw tot* 6 *Mark*, *Grauw tot* 5 *Mark*, *Root* „ *tot* 4 *Mark*, *en Wit tot* 3 *Mark*; *en dat daar* „ *voor betaald word* 1280 *Drittels*, *die met* 6⅔ „ *per Cent voor vol worden uytgegeven. Vraage,* „ *hoe veel Ellen van ieder Laken gekogt zyn, of* „ (*om korter te zeggen*) *hoe veel* Facits *in heele El-* „ *lens deze Opgave* (*over* 7000 *of onder* 8000) „ *kan lyden?*

(*b*) *Dit kan gevoeglyk op de volgende wyze geschieden.*

VAN DE REGEL FALSI EN DERZELVER DEMONSTRATIE.

Hoe deze Regel te demonstreren, heeft Si-

---

f 120000
320 40000 ℔
——— 161 *penn:*
38400000 *penn:* ———
6440000 6440000

penn: 2304 | 2143. . 3166ØØØØ } 14913
1728 | 1567
161 |

Rest 1441. *Trekt deze Rest van* 2143, *rest* 702, *zoo dat de Ponden van* B *in diervoegen moeten zyn, dat, als men die met* 1567 *multipliceert en by de uytkomst* 702 *addeert, dat dan de som door* 2143 *deelbaar is. Hier toe zal ik gebruyken de Regel van den Heer* N. Struyk *in zyn Boek over de* Kansen.

576 / 2143 / 1567 } 1 415 / 1567 / 576 } 2 161 / 576 / 415 } 1 93 / 415 / 161 } 2 68 / 161 / 93 } 1

mon Jacob (*a*) in zyn groote Rekenboek in quarto (*b*), breedvoerig gehandelt, doch ik

$\left.\frac{25}{93 \atop 68}\right\}1\quad \left.\frac{18}{68 \atop 25}\right\}2\quad \left.\frac{7}{25 \atop 18}\right\}1\quad \left.\frac{4}{18 \atop 7}\right\}1\quad \left.\frac{3}{7 \atop 4}\right\}1\quad \left.\frac{1}{4 \atop 3}\right\}1$

1		1567	
—— 1		470 ℔ B	
1		——	
—— 2		786490 *dit*	
3	*van* 31960000		
—— 1		——	
4	2143 *f* 31723510	{ 14570 ℔ A	
—— 2		470 ℔ B	
11		——	
—— 1		15040	
15		40000	
—— 1		——	
26		24960 ℔ C	
—— 2	A	B	C
67	2304	1728	161 *Prys per* ℔
—— 1	——	——	——
93	1567	2143	576 *vermeerdering of vermindering der Ponden.*
—— 2			
253			
—— 1			
346			
—— 1			
599			
702			

$2143\left\{\begin{matrix} 702 \\ 420408 \end{matrix}\right\}196$

Rest 470 *voor het kleynste getal Ponden die men voor* B *nemen kan.*

'*t* 1. *Ant-*

ik zal kortelyk haar oorsprong uyt de *Algebra* afleyden.

By

	A	B	C
't 1e *Antwoord*	14570 . 1567	470 . 2143	24969 576
2e *Antw.*	13003 . 1567	2613 . 2143	24384 576
3e *Antw.*	11436 . 1567	4756 . 2143	23808 576
4e *Antw.*	9869 . 1567	6899 . 2143	23232 576
5e *Antw.*	8302 . 1567	9042 . 2143	22656 576
6e *Antw.*	6735 . 1567	11185 . 2143	22080 576
7e *Antw.*	5168 . 1567	13328 . 2143	21504 576
8e *Antw.*	3601 . 1567	15471 . 2143	20928 576
9e *Antw.*	2034 . 1567	17614 . 2143	20352 576
10e *Antw.*	467 .	19757 .	19776

(*a*) *Bygenaamt* van Coburg.

(*b*) *Dat na zyn dood, door zyn Broeder* Pangratz Jacob van Coburg *is uytgegeven. Frankf.* 1612. 2e *druk Foly* 251 *& seq.*

By voorbeeld, zoekt een getal, wanneer men desselfs $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ daar toe addeert, dat 44 komt. *Facit* 24.

1. Steld voor het getal *a*, als men $\frac{1}{2}$ *a* en $\frac{1}{3}$ *a* daar toe addeert komt $1\frac{5}{6}$ *a*.

2. Steld voor het getal *b*. zoo komt 'er $1\frac{5}{6}$ *b*. Wanneer men volgens de *Algebra* te werk gaat is $1\frac{5}{6}$ *a* of $1\frac{5}{6}$ *b* gelyk 44. Maar na *Falsi* is 't ongelyk, 't zy grooter of kleynder. Wy zullen het beyde nagaan.

Eerstelyk daar beyde stellingen te groot of te kleyn zyn, dat is daar de tekens gelyk zyn.

$a + (1\frac{5}{6}a - 44$	$1\frac{5}{6}ab - 44b$
$b + (1\frac{5}{6}b + 44$	$1\frac{5}{6}ab - 44a$ subs.
Divisor. $1\frac{5}{6}a - 1\frac{5}{6}b)$	$44a - 44b$
	Facit 24 het getal.

Ten tweeden, daar de eene stelling te groot en de ander te kleyn is, dat is daar de tekens ongelyk zyn.

$a + (1\frac{5}{6}a - 44$	$1\frac{5}{6}ab - 44b$
$b \div (\div 1\frac{5}{6}b + 44$	$\div 1\frac{5}{6}ab + 44a$ addt.
Divisor $1\frac{5}{6}a - 1\frac{5}{6}b)$	$44a - 44b$
	Facit 24 het getal.

Hier

Hier uyt blykt deze Proportie

$a - 24$, $1\frac{5}{6}a - 44$,, a , $1\frac{5}{6}a$.
$24 - b$, $44 - 1\frac{5}{6}b$,, b , $1\frac{5}{6}b$.
$24 - a$, $44 - 1\frac{5}{6}a$,, a , $1\frac{5}{6}a$.
$b - 24$, $1\frac{5}{6}b - 44$,, b , $1\frac{5}{6}b$.

Dat is; gelyk zig (*a*) verhoud het (*b*) verschil tusschen het waare getal en de stelling, alzoo verhoud zig ook de stelling tot de daar uytkomende proef.

Op dat men dit te beter moge verstaan zal ik de bovenstaande Algebraische demonstratie in getallen voorstellen.

(*a*) *De Heer* W. la Bordus, *in zyn leven Leeraar der Wiskunde te Leyden, die den* 11 *February* 1757 *in het* 64ste *Jaar zyns ouderdoms overleden is, zegt in een Voorreden voor 't Wiskundig Woordenboek gedrukt te Leyden* 1740. ,, *Het* ,, *woord* Verhältnis, *hebbe ik geraaden verhouding* ,, *te vertaalen, om dat ik niet weet dat in het* ,, *Nederduitsch krachtiger woordt dan dit gevonden wordt.*" *Doch dit schynt ons wat hart te luyden, waarom wy in 't vervolg 'er geen of weynig gebruyk van maaken.*

(*b*) *Exces of Defect.*

PAUL HALCKEN'S Sinnen-Confect.

Laat ten eerſten a of $b = 18$ zyn, deſſelfs ½ en ⅓ daar toe geaddeert, komt 33, maar het waare getal is 24, en de uytkomſt 44, trekt de ſtelling 18 van 't waare getal 24, reſt 6, en de proeve 33 van 44, reſt 11.

Daarom, gelyk 6 ſtaat tegen 11, alzoo ſtaat 18 tegen 33.

Of, laat a of $b =$ zyn, deſſelfs ½ en ⅓ daar toe geaddeert, komt 66. Trekt het getal 24 van de ſtelling 36, reſt 12.

Trekt ook 44 van de proeve 66, reſt 22.

Gelyk nu 12 ſtaat tegen 22, alzoo ſtaat 36 tegen 66.

Dit is de fondamentele Demonſtratie der *Regel Falſi*, die algemeen is, zo lang men binnen hunne paalen blyft.

Nog een Voorbeeld. Daar is een getal a, was het zelve nog zoo veel, ½ en ¼ zoo veel, zoo was de ſom $2\frac{3}{4}a$.

1. Steld b, zoo komt $2\frac{3}{4}b$.
2. Steld c . . . $2\frac{3}{4}c$.

Neemt men dat b en c beyde te groot zyn, zoo iſt (in $2\frac{3}{4}$ verkleynt.)

$b\ \mp$	$(2\frac{3}{4}b - 2\frac{3}{4}a$	$b - a$	$bc - ac$
$c\ +$	$(2\frac{3}{4}c - 2\frac{3}{4}a$	$c - a$	$bc - ab$
			ſubſ.
	Diviſor. $b - c)$		$ab - ac$
			Facit a.

Dit

Dit zy genoeg van de gemene bewerking der *Regel Falsi* en derzelver Demonstratie. Men kon hier ook byvoegen hoe zig te gedraagen omtrent voorbeelden daar worteltrekkingen in voorkomen, of die in een vierkante vergelyking vallen, en hoe dezelve door *Falsi* te ontbinden, maar zoude overtolligen arbeyd zyn, alzoo men doch zulke ontbindingen buyten begrip der *Algebra*, en door dezelve alvorens tot een vergelyking te hebben gebragt, bezwaarlyk verstaan kan, derhalven doet men best om soort gelyke Voorstellen door de *Algebra* op te lossen.

Werpt men ons tegen dat dan de *Falsi* wel te eenemaal ontbeert kan worden, zoo weet dat somwyl gevallen konnen voorkomen daar de *Algebra* moet agter staan, en *Falsi* de deur tot bequame solutie opent.

Ik zal in de twee volgende Exempelen eenigermaaten toonen hoe de *Falsi* in hoogere zaaken kan gebruikt worden.

30. Men begeert de Quadraat wortel uyt 18 door de oneyndige nadering te vinden.

1. Steld voor de Wortel *a*.
2. . . . . . *b*.

ve daar mede, komt + 24, het welk aantoond dat 6 nog te groot is. Resolveert de Deeler ook met 6, komt 224. Divideert daar mede het overschot 24, komt 0.11, dit gesubstraheert van 6, rest 5.89 de nadere waarde van *x*.

De gegeven Æquatie wederom met dit laatste geresolveert, komt ÷ 0.278331, derhalven is 5.89 iets te kleyn. Resolveert ook de Deeler met 5.89, komt 217.4363, daar mede divideert het laatstgenoemde te kort komende, komt 0.00128, dit geaddeert tot 5.89, komt voor de waarde van *x* zeer na 5.89128. In deezer voegen handelt men ook met andere Æquatien, waar door men de waarde van *x* zoo na kan vinden als men begeert.

VAN DE REGEL QUANTITATIS.

De zoogenaamde *Regel Quantitatis* is niet anders als de *Algebra* zelven, en heeft buyten twyffel haar naam van de onderscheyden *stellingen* die men daar in, als *quantiteiten* gebruykt, waar uyt (als men zulks na vereysch der zaaken behoorlyk weet te doen) de oorsprong van deeze Regel te zien is. Egter isse in haar zelven beschouwenswaardig en kunstig, maar men heeftse tot hiertoe doorgaans in diervoegen by gebragt, dat met geen opslag een grondig be-

begrip daar uyt te zien is, maar gelyk een Schoenmaker zyn schoen na de Leest maakt, zoo heeft men de Opgave na een gelykformig model nagerekent, zonder te weten waarom de breuken zoo te veranderen, of waarom men 't tot de getallen addeert of daar van subtraheert, en dan breukswyze steld &c.

Uyt dien hoofde zal ik met weynig Exempelen den regten grond aantoonen, waar na de Leerling de maat kan nemen om de overige tot een geschikte Solutie te brengen.

32. Twee Kooplieden hebben voor *f* 1100 aan Tarw gekogt, maar geen van beyden is zoo veel by Cas dat hy alleen deeze som betaalen kan, overzulks zegt A tot B had ik het $\frac{1}{3}$ van u geld tot het myne, zoo konde ik de Tarw alleen betaalen, B zegt tot A wanneer ik het $\frac{1}{4}$ van u geld tot het myne had zoo konde ik het ook doen. Hoe veel Guldens heeft ieder? *Antw.* A *f* 800 en B *f* 900.

Steld a en b

zoo is $a + \frac{1}{3} b = 1100 \quad b + \frac{1}{4} a = 1100$

daarom is $a + \frac{1}{3} b = b + \frac{1}{4} a$

$$\frac{3}{4} a = \frac{2}{3} b$$

12

$$9a = 8b$$

dat

dat is, wanneer A heeft 8 zoo heeft B 9.

$$\tfrac{1}{3}\,B,\ \overset{8}{+3} \qquad\qquad \tfrac{1}{4}\,A,\ \overset{9}{2}$$

$$\overline{\quad 11. \quad} \qquad\qquad \overline{\quad 11. \quad}$$

$$11 \text{ ——— } f\,1100 \text{ ——— } \begin{cases} 8 & \big|\ f\,800\ \text{A.} \\ 9 & \big|\ f\,900\ \text{B.} \end{cases}$$

Hier uyt ziet men de *Regel Quantitatis*, want na dezelve moet men $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{4}$ van één heel ſubſtraheren, reſt $\frac{2}{3}$ *b* en $\frac{3}{4}$ *a*. Dan verkieſt een generaale Teller zynde 6.

zegt nu

$$\begin{array}{l} \tfrac{3}{4}\,a \text{ —— } 6 \text{ —— } 1\,a \\ \tfrac{2}{3}\,b \text{ —— } 6 \text{ —— } 1\,b \end{array} \left|\ \begin{array}{l} 8.\ \text{A.} \\ 9.\ \text{B.} \end{array}\right.$$

17

ſubſ. 6 het genomen getal

11

Zoo ſtaat de Regel als voren.

$$11 \text{ ——— } f\,1100 \text{ ——— } \begin{cases} 8 & \big|\ f\,800.\ \text{A.} \\ 9 & \big|\ f\,900.\ \text{B.} \end{cases}$$

33. Twee zullen te ſamen betaalen f900. A zegt tegen B leent my het $\frac{2}{5}$ + 32 Gulden van u geld, zoo kan ik de ſchuld alleen betaalen. B zegt tegens A leent my het $\frac{2}{7}$ + 32 Gulden van u geld zoo kan ik ook die ſom uytmaaken. Hoe veel geld heeft ieder? *Antw.* A 588 en B 700 Gulden.

Wanneer men 32 van f900 aftrekt zoo is de ſolutie als in de vorige.

34. Twee koopen te ſamen een vette Os voor zekere ſomme Guldens, om dezelve te betaalen maaken zy de overſlag hunnes gelds in dezer voegen; Als A van B het $\frac{3}{8}$ zynes gelds tot het zyne had, of B van A het $\frac{5}{9}$ zynes gelds tot het zyne, dan konde elk den Os betaalen. Hoe veel heeft de Os gekoſt? en hoe veel geld heeft ieder gehad? op het minſte in heele getallen.

Steld dat de Os gekoſt heeft q, zoo is

$$a + \tfrac{3}{8}b = q \qquad b + \tfrac{5}{9}a = q$$

$$a + \tfrac{3}{8}b = b + \tfrac{5}{9}a$$

$$\tfrac{4}{9}a = \tfrac{5}{8}b.$$ multipl. kruyswyze.

A f45 en B f32

$\frac{3}{8}$ B is 12 $\frac{5}{9}$ A is 25

57 = 57 Gulden koſt de Os.

Na de Regel *Quantitatis* wordſe aldus gemaakt;

Subſtraheert ieder breuk van één heel; reſt $\frac{5}{8}b$, en $\frac{4}{9}a$. Het Poſitionaal getal of generaale Teller is 20. Zet nu

$$\frac{4}{9}a \text{ —— } 20 \text{ —— } 1a \mid 45 \text{ A.}$$

$$\frac{5}{8}b \text{ —— } 20 \text{ —— } 1b \mid 32 \text{ B.}$$

77
ſubſ. 20, de gen. Teller.

f 57 de Os.

35. Twee hebben zekere ſom Ryxdaalders in geſelſchap gelegt. Als na 't eyndigen van den Handel ieder zyn Hooftſom wederom na zig neemt, en de winſt verdeelen, zoo bevinden zy, wanneer men tot de ſom van hun beyder Inleg addeert de winſt van A, dat 'er 8 maal zoo veel komt als de winſt van B: maar addeert men tot gemelde Inleg de winſt van B, zoo komt 'er 14 maal de winſt van A. Hoe veel heeft ieder ingeleyt en gewonnen? *Antw.* A heeft ingeleyt 111, B 185, en gewonnen A 24 en B 40 Ryxd. na de kleynſte heele getallen.

Steld *a* en *b* voor ieders winſt, en *q* voor hun Inleg te ſamen, zoo is

$q + a = 8b$ en $q + b = 14a$

$q = 8b - a$ $\quad$ $q = 14a - b$

daar-

daarom is $14a + b = 8b + a$

$15a = 9b$

3

$5a = 3b$

dat is, als A 3 van de winst heeft dan heeft B 5.

met 14

42

B . . . 5 subſ.

37 de ſom van hun Inleg.

zet nu

1 —— 37 ——	3	111 ⅓. A.	5	185 ⅓. B.	Ingeleyt.
1 —— 8 ——	3	24 ⅓. A.	5	40 ⅓. B.	gewonnen.

Na de Regel *Quantitatis* gaat men aldus te werk;

Addeert 1 tot 8 en 14, komt 9 en 15. Nu verkieſt men een Poſitionaal getal daar beyde getallen effen in opgaan, zynde 45. Vervolgens zet men

15 —— 45 —— 1 | 3 A.
9 —— 45 —— 1 | 5 B.

8 winst.

A 45 Capitaal en winst

8

37 Capitaal.

Voort werkt men als in de voorgaande.

36. Twee berekenen hun geld. A zegt tot B geeft my 11 Gulden van uw geld zoo heb ik tweemaal zoo veel als gy behoudt. B zegt tot A geeft my van het uwe 9 Gulden zo heb ik driemaal zoo veel als gy behoudt. Hoe veel heeft ieder?

Steld de som van hun geld $= x$.

$\left.\begin{array}{l} a.\ 2 \\ b.\ 1 \end{array}\right\} 3 \text{ — } x \text{ — } 2 \;\big|\; A\ \frac{2}{3}x - 11 \text{ Gulden}$

$\left.\begin{array}{l} b.\ 3 \\ a.\ 1 \end{array}\right\} 4 \text{ — } x \text{ — } 3 \;\big|\; B\ \frac{3}{4}x - 9$

$x = 1\frac{5}{12}x - 20$

of $x = f\ 48$ hun som.

$\frac{2}{3}x - 11 = 21$ A.

$\frac{3}{4}x - 9 = 27$ B.

A N D E R S.

$4 \text{ — } x \text{ — } 1 \;\big|\; A\ \frac{1}{4}x + 9 \text{ Gulden}$

$3 \text{ — } x \text{ — } 1 \;\big|\; B\ \frac{1}{3}x + 11$

$x = \frac{7}{12}x + 20$

$x = f\ 48$ hun som.

$\frac{1}{4}x + 9 = 21$ A.

$\frac{1}{3}x + 11 = 27$ B.

De bewerking van de Regel *Quantitatis* is uyt beyde openbaar.

37. Twee hoog bejaarde Perſonen ſpreken van hun ouderdom. A vraagt B, hoe veel Jaaren hy teld? B antwoord 91. waar op A zegt myn Jaaren klimmen hooger, want als ik 't $\frac{5}{6}$ myns ouderdoms addeer tot het $\frac{3}{4}$ der Jaaren die ik ouder ben als gy, zoo toond die ſom myn ouderdom. Hoe oud is A?

Steld de ouderdom van A $= x$

$$\frac{3}{4}\ \underline{\quad x - 91 \quad}$$
$$\frac{3}{4}x - 68\frac{1}{4}$$
$$\underline{\frac{5}{6}x \qquad\qquad}$$
$$\underline{1\frac{7}{12}x - 68\frac{1}{4} = x}$$
$$\underline{\frac{7}{12}x = 68\frac{1}{4}}\ \ 12$$
$$7\ \underline{\ 7x = 819\ }$$
$$x = 117 \text{ Jaaren.}$$

Volgens de Regel *Quantitatis* aldus;

$$\underline{\frac{5}{6} + \frac{3}{4}}$$
$$1\frac{7}{12}$$
ſubſ. 1

$$\frac{7}{12} \text{ — } 91 \text{ Jaar — } \frac{3}{4}?$$ *Antw.* 117 Jaaren

 OF

OF

6 de Noemer
$\frac{5}{6}$ .... 5 de Teller.

$\frac{5}{6}$ — 1 — 1 heel | 6 de Noemer
$1\frac{1}{5}$

— Jaar Noemer
$4\frac{5}{6}$ → 91 → 6

Antw, 117 Jaaren.

38. Twee Wandelaars hebben elk eenig geld tot een Teer-penning by zig. Het geluk dient haar datſe een Beurs vinden met 33 Gulden aan geld. Daar op zegt A tot B, had ik dit gevonden geld tot het myne zoo had ik driemaal zoo veel als gy by u hebt. B zegt tot A, had ik dat tot het myne zoo zoude ik viermaal zoo veel hebben als gy by u hebt. Hoe veel heeft ieder by hem?

Steld voor de ſom die zy beide te ſamen by zig hebben $x - 33$ Gulden.

$$\left.\begin{matrix} a\ 3 \\ b\ 1 \end{matrix}\right\} 4 \text{ --- } x \text{ --- } 1 \;\Big|\; \tfrac{1}{4}x \text{ B.}$$

$$\left.\begin{matrix} b\ 4 \\ a\ 1 \end{matrix}\right\} 5 \text{ --- } x \text{ --- } 1 \;\Big|\; \tfrac{1}{5}x \text{ A.}$$

$$x - 33 = \tfrac{9}{20}x$$

$$\tfrac{11}{20}x = 33$$

$$\tfrac{1}{5}x = f\,12 \text{ A.}$$

$$\tfrac{1}{4}x = f\,15 \text{ B.}$$

A N-

ANDERS.

Steld voor het geld dat elk by hem heeft a en b.

$$a + 33 = 3b \qquad b + 33 = 4a$$

$$b = \tfrac{1}{3}a + 11 \qquad b = 4a - 33$$

$$4a - 33 = \tfrac{1}{3}a + 11$$

$$3\tfrac{2}{3}a = 44$$

of $a = f\ 12$ A.

$b = \tfrac{1}{3}a + 11 = f\ 15$ B.

39. Twee Kooplieden hebben elk eenige Ryxdaalders ingeleyt, en daar mede zoo veel Ryxd. gewonnen, dat, wanneer men hun beyder Inleg met elkander multipliceerd, 'er zoo veel komt als of men tot het zesvout van de winst 360 addeert. Als A de winst by zyn Inleg heeft, dan heeft hy driemaal de Inleg van B, maar heeft B de winst by zyn Inleg, dan heeft hy vyfmaal de Inleg van A. Hoe veel heeft elk ingeleyt? en wat is hun winst? *Antw.* A heeft 24 en B 36 Ryxdaalders ingeleyt. De winst is 84 Ryxdaalders.

De Solutie is als de vorige.

40. Drie maaken Geselschap in dezer voegen; wanneer A en B 130 Daalders meer hadden in-

ingeleyt zoo was het te ſamen tweemaal zoo veel als de Inleg van C. Wanneer B en C 130 Daalders meerder hadden ingeleyt zoo was het driemaal zoo veel als de Inleg van A. En wanneer C en A 130 Daalders meer hadden ingeleyt zoo was het viermaal zoo veel als de Inleg van B, Hoe veel heeft ieder ingeleyt? *Antw.* A 150, B 120 en C 200 Daalders.

Steld voor de geheele ſom $x - 130$ Daalders.

$a, b, 2$ / $c, 1$	$\}\ 3 — x — 1$	$\frac{1}{3}x$ C.
$b, c, 3$ / $a, 1$	$\}\ 4 — x — 1$	$\frac{1}{4}x$ A.
$c, a, 4$ / $b, 1$	$\}\ 5 — x — 1$	$\frac{1}{5}x$ B.

$$x - 130 = \frac{47}{60}x$$

$x = 600$ Daald.

$\frac{1}{4}x = 150$ Daalders A.

$\frac{1}{5}x = 120$ Daalders B.

$\frac{1}{3}x = 200$ Daalders C.

Hier uyt ziet men licht hoe deze na de *Regel Quantitatis* gemaakt word, namentlyk, men addeert tot ieder getal 1, en zet het zelve breuksgewyze, zoo heeft men C$\frac{1}{3}$, A$\frac{1}{4}$ en B$\frac{1}{5}$, dan neemt men een getal daar in de breuken effen konnen opgaan, als 60.

A

60 1

A	$\frac{1}{4}$	15
B	$\frac{1}{5}$	12
C	$\frac{1}{3}$	20

47 dit
van 60 't Posit. getal.

13 —— 130 ——

15	150 Daald.	A.
12	120 Daald.	B.
20	200 Daald.	C.

41. Drie Personen hebben een zeker som Ryxdaalders te betaalen. A en B begeeren van C het ⅗ zyner gelds. Zoo ook B en C van A het ⅝. Desgelyks C en A van B het $\frac{7}{11}$, zoo konnen zy altemaal de begeerde som by een brengen. Men vraagt hoe veel die som geweest is? en hoe veel geld elk heeft gehad na de kleynste heele getallen? *Antw.* de som is 83 Ryxd. en A heeft gehad 32, B 33 en C 30 Ryxdaalders.

Steld voor de som die te betaalen is *f*, en voor de som die zy alle drie te samen hebben $x + f$. Als men ieder byzonder daar van substraheert zoo resten

⅗ C

$\frac{1}{2}\,c$ —— x —— $1\,c$ | $2\frac{1}{2}\,x$ C.
$\frac{2}{3}\,a$ —— x —— $1\,a$ | $2\frac{2}{3}\,x$ A.
$\frac{3}{4}\,b$ —— x —— $1\,b$ | $2\frac{3}{4}\,x$ B.

$$x + s = 7\tfrac{11}{12}\,x$$

$$6\tfrac{11}{12}\,x = s$$

$$83\,x = 12\,s$$

Als $x = 12$ is, zoo is $s = 83$ Ryxd. de som die te betaalen is.

$$2\tfrac{2}{3}\,x = 32 \text{ - A.}$$
$$2\tfrac{3}{4}\,x = 33 \text{ - B.}$$
$$2\tfrac{1}{2}\,x = 30 \text{ - C.}$$

Laat men de letters van 't Alphabeth weg, en zet in plaats van x een Positionaal getal daar in de Tellers der drie breuken effen konnen opgaan, als 12, zoo staat het na de Regel *Quantitatis.*

42. Vind drie getallen, wanneer men tot A addeert $\frac{3}{8}$ van B en C, of tot B het $\frac{4}{7}$ van C en A, als ook tot C het $\frac{5}{9}$ van A en B, dat de som telkens gelyk s is. Wat is s voor een getal? en hoe veel is A, B, C ieder byzonder, na de kleynste proportie in heele getallen? *Antw.* s is 251, en A 179, B 91, C 101.

Steld

Steld voor de ſom der drie getallen $x + \int$. Als men ieder volgens de opgave daar van ſubſtraheert, reſt

$b, c\ \frac{5}{8}$ —— x —— 1 heel | $1\frac{3}{5}\,x$, b, c.
$a, c\ \frac{3}{7}$ —— x —— 1 | $2\frac{1}{3}\,x$, c, a.
$a, b\ \frac{4}{9}$ —— x —— 1 | $2\frac{1}{4}\,x$, a, b.

$6\frac{11}{60}\,x$, dit gedeelt door 2, om dat ieder letter daar tweemaal in begrepen is.

$$\text{Komt } 3\tfrac{11}{120}\,x = x + \int$$

$$2\tfrac{11}{120}\,x = \int$$

$$251\,x = 120\int$$

Dat is, als x is $=$ 120 zoo is $\int = 251$.

$2\frac{1}{4}\,x = 270$, a, b.
$1\frac{3}{5}\,x = 192$, b, c.
$2\frac{1}{3}\,x = 280$, c, a.

$$\frac{742}{2}$$

De ſom 371 $= x + \int$

371.	371.	371.
b, c 192.	c, a 280.	a, b 270.
A, 179.	B, 91.	C, 101.

43. A, B, C hun geld naziende maaken de volgende overslag; A en B zeggen tot C; leend ons 60 Gulden zoo hebben wy drie maal zoo veel als gy behoudt. B en C zeggen tot A; leend ons 80 Gulden zoo hebben wy vier maal zoo veel als gy behoudt. C en A zeggen tot B; leend ons 90 Gulden zoo hebben wy vyf maal zoo veel als gy behoudt. Hoe veel heeft ieder?

Steld voor het geld dat zy te samen hebben x.

$a, b, 3$ / $c, 1$	$4 — x — 1$	C	$\frac{1}{4}x + 60$ Guld.
$b, c, 4$ / $a, 1$	$5 — x — 1$	A	$\frac{1}{5}x + 80$
$c, a, 5$ / $b, 1$	$6 — x — 1$	B	$\frac{1}{6}x + 90$

$$x = \tfrac{37}{60}x + 230$$

$$x = 600 \text{ Gulden}$$

$\frac{1}{5}x + 80 = 200$ het Geld van A.

$\frac{1}{6}x + 90 = 190$ . . B.

$\frac{1}{4}x + 60 = 210$ . . C.*

44.

* *In* S. Panser's *Rariteit-Kamer Pag.* 112, *Exempl.* 39 *is de ontbinding anders.*

44. Drie andere overrekenen mede haar geld. A zegt tot B en C; wanneer gylieden my 34 Gulden van uw geld geeft zoo heb ik het zoo veel als gylieden behoudt. B zegt tot C en A; indien gylieden my 36 Gulden van uw geld geeft zoo heb ik tweemaal zoo veel als gylieden behoudt. C zegt tot A en B; als ik 40 Gulden van uw geld tot het myne had, dan had ik driemaal zoo veel als gylieden behoudt. Hoe veel heeft elk? *Antw.* A 26, B 44. C 50 Gulden.

Steld als voren.

$$\left.\begin{matrix} a,1 \\ b,c,1 \end{matrix}\right\} 2 \text{ --- } x \text{ --- } 1 \quad A\ \tfrac{1}{2}x - 34 \text{ Guld.}$$

$$\left.\begin{matrix} b,2 \\ c,a,1 \end{matrix}\right\} 3 \text{ --- } x \text{ --- } 2 \quad B\ \tfrac{2}{3}x - 36$$

$$\left.\begin{matrix} c,3 \\ a,b,1 \end{matrix}\right\} 4 \text{ --- } x \text{ --- } 3 \quad C\ \tfrac{3}{4}x - 40$$

$$x = 1\tfrac{11}{12}x - 110$$

$x = f\ 120$ het geld van haar allen.

$$\tfrac{1}{2}x - 34 = f\ 26 \text{ A.}$$
$$\tfrac{2}{3}x - 36 = f\ 44 \text{ B.}$$
$$\tfrac{3}{4}x - 40 = f\ 50 \text{ C.}^{*}$$

* P. Panser *heeft Pag.* 113, *Exemp.* 40 *de ontbinding anders.*

45. Vyf perſonen overrekenen hun geld in dezer voegen; A en B zeggen tot C, D en E; als wy u 200 Gulden geven zoo hebt gylieden tweemaal zoo veel als wy behouden. B en C zeggen tot D, E en A; als wy u 300 Gulden geven hebt gyl. driemaal zoo veel als wy behouden. C en D zeggen tot E, A en B; als wy u 400 gulden geven zoo hebt gyl. viermaal zoo veel als wy behouden. D en E zeggen tot A, B en C; als wy u 500 Gulden geven zoo hebt gyl. vyfmaal zoo veel als wy behouden. E en A zeggen tot B, C en D; als wy u 505 Gulden geven zoo hebt gyl. zesmaal zoo veel als wy behouden. Hoe veel geld heeft ieder.

Steld voor de ſom van hun allen $420x$.

a, b 1 / c, d, e 2	3 — $420x$ — 1	a, b $140x + 200$ Gl.
b, c 1 / d, e, a 3	4 — $420x$ — 1	b, c $105x + 300$.
c, d 1 / e, a, b 4	5 — $420x$ — 1	c, d $84x + 400$.
d, e 1 / a, b, c 5	6 — $420x$ — 1	d, e $70x + 500$.
		$399x + 1400$

$$\left.\begin{array}{r} e,\,a\;1 \\ b,\,c,\,d\;6 \end{array}\right\}7 - 420x - 1 \;\Big|\; \begin{array}{l} 399x + 1400 \\ e,\,a\;60x + 505. \end{array}$$

$$459x + 1905$$

$$2\;\overline{}$$

$$420x = 229\tfrac{1}{2}x + 952\tfrac{1}{2}$$

$$190\tfrac{1}{2}x = 952\tfrac{1}{2}$$

$$x = 5$$

$$\begin{array}{ll} 140x + 200 = f\;900 & a,\,b. \\ 105x + 300 = \;\;825 & b,\,c \\ 84x + 400 = \;\;820 & c,\,d \\ 70x + 500 = \;\;850 & d,\,e \\ 60x + 505 = \;\;805 & e,\,a \end{array}$$

$$4200$$

$$2\;\overline{}$$

$420x = f\;2100$ de geheele som.

	f 2100
b,c	825
d,e,a	1275.
d,e	850
A	f 425
a,b	900
* B	f 475
b,c	825
* C	f 350
c,d	820
* D	f 470
d,e	850
* E	f 380

46.

* De Autheur *heeft de* 4 *laatste op gelyke wyze berekent als A.*

46. Vyf maaken gezelschap en leggen te samen 3800 Daalders. A en B zeggen tot C, D en E; wanneer wy het $\frac{2}{5}$ van uw geld tot het onze hadden zoo konden wy de som alleen by een brengen. B en C zeggen tot D, E en A; als wy het $\frac{4}{7}$ van uw geld tot het onze hadden zoo konden wy het Capitaal alleen inleggen. C en D zeggen tot E, A en B; als wy het $\frac{2}{3}$ van uw geld tot het onze hadden zoo hadden wy zoo veel als de Hooftsom is. D en E zeggen tot A, B en C; hadden wy het $\frac{1}{2}$ van uw geld tot het onze, wy hadden het Capitaal alleen. E en A zeggen tot B, C en D; en hadden wy het $\frac{3}{8}$ van uw geld tot het onze, wy hadden ook zoo veel als de ingeleyde som. Hoe veel heeft elk? *Antw.* A 1200, B 1600, C 200, D 600, E 1700 Daalders. *Brandan. Detri.*

Laat de inleg $3800 = \int$ zyn, en steld voor het geld van hun allen $15x + \int$, wanneer men hier af substraheert $a + b + \frac{2}{5}c, d, e = \int$ dan rest'er $\frac{3}{5}c, d, e = 15x$, en zoo ook met de overige, men heeft

$e, d, e\ \frac{3}{5}$	—— $15x$ ——	1	c, d, e	$25x$
$d, e, a\ \frac{3}{7}$	—— $15x$ ——	1	d, e, a	$35x$
$e, a, b\ \frac{1}{3}$	—— $15x$ ——	1	e, a, b	$45x$
$a, b, c\ \frac{1}{2}$	—— $15x$ ——	1	a, b, c	$30x$
$b, c, d\ \frac{5}{8}$	—— $15x$ ——	1	b, c, d	$24x$

$$159x$$

$$3\,\overline{}$$

$53x$ de ſom van hun allen, daar van ſubſtraheert $25x$, $35x$, $45x$, $30x$ en $24x$, zoo reſt 'er voor a, b $28x$, b, c $18x$, c, d $8x$, d, e $23x$, en e, a $29x$.

d, e, a $35x$.	e, a, b $45x$.	a, b, c $30x$.
d, e $25x$.	e, a $29x$.	a, b, $28x$.
a $12x$.	b $16x$.	c $2x$.

b, c, d $24x$.	c, d, e $25x$.
c, c $18x$.	c, d $8x$.
d $6x$.	e $17x$.

$$53x = 15x + 3800$$

$$38x = 3800$$

$$38\,\overline{}$$

$$x = 100$$

		Daald.
	$12x$	1200 A.
	$16x$	1600 B.
$x = 100$ ——	$2x$	200 C.
	$6x$	600 D.
	$17x$	1700 E.

ſf 47.

47. Vyf maaken gezelschap. A leyt zyn geld in voor 12, B 14, C 18, D 11 en E 7 Maanden (a). Hebben na het eyndigen van den handel een zekere somme Daalders gewonnen. Als A, B en C zoo veel meer als deze Winst hadden ingeleyt, dan was haar vermogen tweemaal zoo veel als van D en E. Hadden B, C en D zoo veel meer ingeleyt, dan was haar vermogen 2[illegible] maal zoo veel als van E en A: Hadden C, D en E zoo veel meer ingeleid, dan was haar vermogen 2[illegible] maal

---

(a) *Dat de voorstellen die de meeste Autheuren over de Koophandel in Comp. met tyd bybrengen meer bloote speculatien zyn, dan datze (Schoon de Regel gegrond is) nut aan de Practyk of dadelyke beoeffening geven, is al door andere aangemerkt, en het verwondert my dat veele van die, wier naamen zullen in eere blyven, niet hebben gezien dat het een volstrekte contradictie insluyt als 'er twee zyn, te zeggen; de een is 2, 4 of meer Maanden langer in Comp. geweest als de ander, daar dan, gelyk in dit Exempel, C de Negotie voor hem alleen 4 Maanden doet, en dus vooronderstelt men (om de woorden van* Valentyn Heins, *die in den jaare* 1704 *overleden is, te gebruyken)* een Gezelschaps handel daar geen gezelschap is. *Zie zyn* Schatk. der Koopm. Rek. *derde druk, pag.* 564. *en* J. H. Welgemoed's *vermeerdert* H. Lambechs Rekenb. *Ao.* 1738. *pag.* 242.

maal zoo veel als van A en B. Hadde D, E en A zoo veel meer ingeleyd; dan was haar vermogen 3⅗ maal zoo veel als van B en C. Maar wanneer E, A en B zoo veel meer hadden ingeleyd, dan was haar vermogen 3⅗ maal zoo veel als van C en D. De vraag is hoe veel ieder heeft ingeleyd? en wat elk van de winst toekomt? welverstaande dat zulks geschiet na de kleynste heele getallen. *Nicol. Detri.*

Steld voor de winst p, en voor hun geheele Capitaal $s-p$, zoo is 't Capitaal en winst te samen $=s$.

* 3300

a,b,c 2 / d,e 1 } $3-s-1 \mid d,e\ \frac{1}{5}s \mid 1100$ b,c,d

* 1650 *is de kleynste generaale Noemer die men gevoeglyk aldus vind;*

3
10
15. 3
25. 5
33. 11

55
30

1650 Vide *Diepenbeek.*

$b, c, d\ 2\frac{1}{3}$ / $e, a\ 1$	$3\frac{1}{3}$ — s — 1	$e, a\ \frac{3}{10}s$	1100 / 990
$c, d, e\ 2\frac{3}{4}$ / $a, b\ 1$	$3\frac{3}{4}$ — s — 1	$a, b\ \frac{4}{15}s$	880
$d, e, a\ 3\frac{1}{6}$ / $b, c\ 1$	$4\frac{1}{6}$ — s — 1	$b, c\ \frac{6}{25}s$	792
$e, a, b\ 3\frac{3}{7}$ / $c, d\ 1$	$4\frac{3}{7}$ — s — 1	$c, d\ \frac{7}{33}s$	700

$$\frac{4462}{3300}s$$

$$2$$

$$s - p = \frac{2231}{3300}s$$

$$p = \frac{1069}{3300}s$$

$$3300\ p = 1069\ s.$$

Dus is $s = 3300$ Capitaal en Winst.
$p = 1069$ Winst

2231 Capitaal. Hier door vind men ieders Capitaal als volgt;

2231.	2231.	2231.
* *d, e* 1100.	*e, a* 990.	*a, b* 880.
a, b, c 1131.	*b, c, d* 1241.	*c, d, e* 1351.
b, c 792.	*c, d* 700.	*d, e* 1100.
** A 339,	B 541,	C 251,

2231.	2231.
b, c 792.	*c, d* 700.
d, e, a 1439.	*e, a, b* 1531.
e, a 990.	*a, b* 880.
D 449.	E 651.

	Maand.		
A, 339	met 12	4068	de winst van A.
B, 541	—— 14	7574	—— —— B.
C, 251	—— 18	4518	—— —— C.
D, 449	—— 11	4939	—— —— D.
E, 651	—— 7	4557	—— —— E.
		25656	

Door-

* *Hier blykt het waarom 't tweevoud van de kleyn-ste Noemer in het verzaamelen der breuken genomen is.*

** *'t Was minder omslag als men de overige vier op dezelve wyze vond als in Exemp.* 46

Doordien de kleynste heele getallen geeyscht worden, zoo zyn deze elks Winst. Om na zulke proportien ook hun Capitaal te vinden, divideert men 25656 door 1069, komt 24, hier mede multipliceert de boven gevondene Capitaal getallen, komt voor 't ware Capitaal van A 8136, B 12984, C 6024. D 10776 en E 15624 Daalders.

48. Barent, Claas *en* Daniël,
Speelden eens te samen wel,
Want ze wonnen 't van de Jooden.
Barent *badt nog maar van nooden*
Het twee derde van de winst
Zyner vrienden, om voor 't minst
Dan te hebben hondert Gulden.
En als Claas *zyn zak nog vulde*
Met drie-vierde van het gelt
Dat de andere was geteld,
Hadt hy ook die som verkreegen.
Daantje *was nog maar verlegen*
Om 't vier-vyfde deel der som
Van zyn maats; want dan zoo klom
Zyn winst ook tot hondert Gulden.
Vrienden wilt van my nu dulden
Dat ik vraage, hoe veel wel?
Yder wonne met het Spel.

Antw. B 60, C 40, D 20 Gulden.

49. Zoekt drie getallen, zoodanig, dat het product van A B is viermaal, van A C vyfmaal,

maal, en van B C zesmaal zoo veel als de som der drie getallen. *Antw.* A $\frac{4}{5}$, B $7\frac{4}{5}$, C $\frac{8}{15}$.

50. Vyf maaken gezelschap. A, B, C leggen 1000 Gulden meer in als D en E. B, C, D 1100 Gulden meer als E en A. C, D, E 1200 Gulden meer als A en B. D, E, A 1300 Gulden meer als B en C. E, A, B 1400 Gulden meer als C en D. Hoe veel is ieders inleg? *Antw.* A 1150, B 1250, C 1100, D 1200 en E 1300 Gulden.

51. Vyf andere maaken gezelschap daar A en B te samen inleggen 2600 Gulden min het $\frac{2}{9}$ der inleg van C, D en E. B en C 2620 Gulden min 't $\frac{2}{5}$ van D, E en A. C en D 2200 Gulden min 't $\frac{1}{3}$ van E, A en B. D en E 2840 Gulden min 't $\frac{3}{5}$ van A, B en C. E en A 2275 Gulden min 't $\frac{1}{4}$ van B, C en D. Hoe veel is elks inleg? *Antw.* A 1200, B 1000, C 700, D 600 en E 500 Gulden.

52. Daar zyn 4 getallen waar van A, B, C doen te samen tweemaal zoo veel als D ÷ 2. B, C, D driemaal zoo veel als A ÷ 3. C, D, A viermaal zoo veel als B ÷ 4, en D, A, B vyfmaal zoo veel als C ÷ 5. Welke getallen zyn het? *Antw.* A 16, B 13, C 11 en D 21 (*a*).

Steld

(*a*) *Zie dezelve ontbinding by* S. Panser, *pag.* 114 *Exemp.* 41.

Steld de ſom der 4 getallen $= p$.

$$\begin{array}{l|l}
a, b, c = 2\,d - 2, \text{ add. } d & p = 3\,d - 2 \\
b, c, d = 3\,a - 3, \text{ add. } a & p = 4\,a - 3 \\
c, d, a = 4\,b - 4, \text{ add. } b & p = 5\,b - 4 \\
d, a, b = 5\,c - 5, \text{ add. } c & p = 6\,c - 5
\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}
d = \frac{1}{3}p + \frac{2}{3} \text{ komt D } 21 \\
a = \frac{1}{4}p + \frac{3}{4} \;\;.\;\;.\;\text{A } 16 \\
b = \frac{1}{5}p + \frac{4}{5} \;\;.\;\;.\;\text{B } 13 \\
c = \frac{1}{6}p + \frac{5}{6} \;\;.\;\;.\;\text{C } 11
\end{array}\right\}\text{om dat } p = 61 \text{ is.}$$

$$\frac{57}{60}p + \frac{183}{60} = p$$

$$p = 61 \text{ de ſom.}$$

53. Men heeft nog vier getallen welkers ſom der Quadraaten doen 3872. A, B, C zyn te ſamen tweemaal zoo veel als D. B, C, D $2\frac{1}{3}$ maal zoo veel als A. C, D, A viermaal zoo veel als B, en D, A, B vyfmaal zoo veel als C. Welke getallen zyn het? *Antw.* A 36, B 24, C 20 en D 40. *

54.

* S. Panſer, *pag.* 110. *Exemp.* 37. *ontl.*

54. *Vier Jonge Knaapen staan te samen in een' drom,*
En spreeken tot elkaar van hunnen Ouderdom,
Met komt daar Everard *in 't rekenen ervaaren:*
Terstond doet A *aan hem, dit voorstel zyner Jaaren;*
Ik heb het zesde deel der Jaaren omgebragt
Van B, *van* C, *en* D, *en het getal van agt.*
En B *die 't vyfde deel der andre drie weer stelde*
Zey dat hy boven dat nu niet drie Jaaren telde.
Maar C *omzwagtelde zyn voorstel meer, en zeyd'*
'k Ben dertien-vierde Jaar geleeën, op 't School geleyd,
Toen was myn' ouderdom een vierde der getallen
Die A *en* B *en* D *berekenen met hun allen.*
Nu quam 't op D *nog aan, die eyndeling ook spreekt,*
En zegt dat hem vier Jaar en nog een half ontbreekt
Om het een tweede deel der Jaaren uyt te maaken
Van A *en* B *en* C..... *Wie kan uyt deze zaaken*
Door Stel- of Rekenkonst, my zeggen de ouderdom
Van ieder knaap voor? Wie dien ontknoopt deez' som?

Antw. A 15. B 12. C 14 en D 16 Jaaren.

55. Vyf hebben Compagnie gemaakt, en na het eyndigen van den handel een zekere ſomme Gelds gewonnen. Als men het $\frac{3}{4}$ der inleg van A en B addeert tot het $\frac{1}{4}$ der inleg van C, D en E, of het $\frac{4}{5}$ van B en C tot het $\frac{1}{5}$ van D, E en A, of het $\frac{5}{6}$ van C en D tot het $\frac{1}{6}$ van E, A en B, of het $\frac{6}{7}$ van D en E tot het $\frac{1}{7}$ van A, B en C, of het $\frac{7}{8}$ van E en A tot het $\frac{1}{8}$ van B, C en D, zoo komt telkens de ſom van hun winſt. Vraage, hoe veel elk heeft ingeleyd, en wat 'er in alles gewonnen is? welverſtaande na de kleynſte proportie in heele getallen. *Antw.* A heeft ingeleyd 92, B 85, C 102, D 90, en E 105 Gulden, en in alles gewonnen 207 Gulden. *

56. Vyf andere leggen in Negotie een zekere ſomme Gelds in dezer voegen; A en B te ſamen *p* Guldens min de helft der ſom van C, D, E. De inleg van B en C is *p* min $\frac{1}{3}$ der ſom van D, E, A. C en D leggen in *p* min de $\frac{1}{4}$ der ſom van E, A, B. D en E dezelve *p* min $\frac{1}{5}$ der ſom van A, B, C. Wanneer $\frac{1}{6}$ van 't getal *p* nog 77 Gulden meer bedraagt als het $\frac{1}{16}$ van de geheele inleg, zoo is de vraag, hoe veel ieder ingeleyd heeft? *Antw.* A 580,

* S. Panſer *Pag.* 116, *Exemp.* 43, *Ontb. doch by ſteld de winſt bekend. Als men de winſt* = n, *en de ſom der inleg* = p *ſteld, zoo is de bewerking kort en vermaakelyk.*

580, B 190, C 1480, D 490, en E 1630 Gulden.

57. Zes Kooplieden leggen te samen in Compagnie 4500 Ryxdaalders, de inleg van A, B, C is in een oplimmende *Arithmetische Progressie*. D, E, F. hun inleg is ook een *Arithmetische Progres*, maar die met een ander verschil opklimt als de vorige.

Wanneer men tot A addeert $\frac{1}{10}$ der som van B en C, zoo komt D, Addeert men tot B het $\frac{1}{3}$ der som van C en A, zoo komt E. En tot C geaddeert $\frac{1}{7}$ der som van A en B, zoo komt F. Hoe veel is de inleg van ieder? *Antw.* A 25, B 675, C 1325, D 225, E 825, F 1425 Ryxdaalders.

58. Men heeft een getal in 4 ongelyke deelen gedeeld, namentlyk in *a*, *b*, *c* en *d*. Substraheerd men *a* en *b* ieder byzonder van 18, als ook *c* en *d* ieder van 33, zoo is de rest by *a* $\frac{1}{2}$, *b* $\frac{1}{3}$, *c* $\frac{1}{4}$, en *d* $\frac{1}{4}$ der overige drie deelen. Vraage na 't getal, en ook ieder deel byzonder?

Dit, en het volgende Voorstel is my (zegt den Autheur) gunstig mede gedeeld door den Heer *Theobald Schottel**, Deurwaarder aan de Voorkamer van zyn Rooms Keyserl. Majest. Het voornaamste in deezen is, om de solutie zoo in te rigten, dat men in geen wyd-

* *Overleden A*o. 1720. *Zie* Joh. Nic. Stedings *Kunst-Kabinet. Consign. der Socit. Memb. Oldenb.* 1736.

wydloopigheyd vervald, en kan op de volgende wyze geschieden.

Steld het getal, of de som der 4 deelen $= p$

$$\begin{array}{cccc} 18 - a. & 18 - b. & 33 - c. & 33 - d. \\ 6. & 8. & 3. & 4. \\ \hline 108 - 6a. & 144 - 8b. & 99 - 3c. & 132 - 4d. \\ + \; a & + \; b. & + \; c & + \; d \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 108 - 5a = p & a = 21\tfrac{3}{5} - \tfrac{1}{5}p \\ 144 - 7b = p & b = 20\tfrac{4}{7} - \tfrac{1}{7}p \\ 99 - 2c = p & c = 49\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}p \\ 132 - 3d = p & d = 44 - \tfrac{1}{3}p \end{array}$$

$$p = 135\tfrac{141}{210} - \tfrac{247}{210}p$$

$\frac{457}{210}p = 135\frac{141}{210}$ of $p = 62\frac{157}{457}$ het getal.

$$\begin{array}{lll} 21\tfrac{3}{5} - \tfrac{1}{5}p = 9\tfrac{60}{457} & \text{A.} \\ 20\tfrac{4}{7} - \tfrac{1}{7}p = 11\tfrac{304}{457} & \text{B.} \\ 49\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}p = 18\tfrac{150}{457} & \text{C.} \\ 44 - \tfrac{1}{3}p = 23\tfrac{100}{457} & \text{D.} \end{array}$$

59. Een ander getal in 4 deelen te deelen; wanneer men *a* en *b* ieder byzonder tot 33, en ook *c* en *d* ieder byzonder tot 18 addeert, dat de som by *a* 6 maal, by *b* 8 maal, by *c* 3 maal, en by *d* 4 maal zoo veel zy als de

ove-

overige drie deelen: Vraage na het getal en ieder deel byzonder? *Facit.* *

De *Solutie* is gelyk de vorige.

60. Vyf leggen te samen in Gezelschap *f* 3000. Het product van A B C is even zoo veel als wanneer men [illegible] hunner som met D E multipliceert. Het product van B C D is zoo veel als of men $\frac{1}{3}$ der gantsche som multipliceert met E A. Het product van C D E, is zoo veel als wanneer men $\frac{1}{27}$ den som met A B multipliceert. Het product van D E A doet zoo veel als of men $\frac{1}{12}$ der geheele inleg met B C multipliceert. En het product van E A B is zoo veel als of men C D multipliceert met het $\frac{3}{16}$ uyt de gantsche som. Hoe veel heeft ieder ingeleyd? *Antw.* A 900, B 750, C 600, D 500, en E 250 Gulden.

61. Vyf Partygangers hebben zekere som Ryxdaalders tot buyt gemaakt, die zy onder elkander verdeelen in dezer voegen: wanneer men de geheele som multipliceert met het product van *d e* zoo komt 'er twaalfmaal zoo veel als het product van *a b c*. Multipliceert men de som met het product *e a*, zoo komt 'er 6 [illegible] maal zoo veel als het product *b c d*. De som gemultipliceert met het product *a b*, komt 2 [illegible] maal zoo veel als het product van *c d e*. De som gemultipliceert

 met

* *Het getal is* 7 [illegible], *het deel* a 1 [illegible], b 2 [illegible], c [illegible], *en* d 2 [illegible].

met het product *b c*, komt $3\frac{81}{75}$ maal zoo veel als het product *d e a*. En zoo men de som met het product *c d* multipliceert, komt $5\frac{1}{8}$ maal zoo veel als het product van *e a b*. Zoo B voor zyn deel 2 Ryxdaalders meer ontfangt als A, is de vraag hoe veel ieder heeft bekomen? *Antw.* A 30, B 32, C 36, D 40, E 54 Ryxd.

62. Daar zyn 5 getallen, waar van het product *a b c* doet 4 maal zoo veel als het product *d e*. Het product *b c d* doet 5 maal zoo veel als het product *e a*. Het product *c d e* doet 6 maal zoo veel als het product *a b*. Het product *d e a* doet 7 maal zoo veel als het product *b c*. En het product *e a b* doet 8 maal zoo veel als het product *c d*. Welke getallen zyn het? *Antw.* A $\sqrt{28}$. B $\sqrt{40}$. C $\sqrt{24}$. D $\sqrt{35}$, en E $\sqrt{48}$.

63. Daar zyn nog 5 getallen. Multipliceert men *a b* en *c* met elkander zoo komt 'er 8 maal zoo veel als de som der 5 getallen. Het product van *b c d* doet 9 maal zoo veel. Het product van *c d e*, 10 maal. Het product van *d e a*, 11 maal, en het product van *e a b* doet 12 maal zoo veel als de gemelde som. Wat zyn het voor 5 getallen? *Antw.* A $\sqrt{\frac{181}{8}}$, B $\sqrt{\frac{243}{4}}$, C $\sqrt{\frac{122}{3}}$, D $\sqrt{\frac{3267}{64}}$, E $\sqrt{75}$.

64. Zes maken Gezelschap, wier inleg in dezer voegen verhoud; wanneer men

van de som	*a, b, c, d*	subst. de som	*e, f*,	rest 'er	*f* 180
———	*b, c, d, e*	———	*f, a*	———	*f* 252
———	*c, d, e, f*	———	*a, b*	———	*f* 344
———	*d, e, f, a*	———	*b, c*	———	*f* 316
———	*e, f, a, b*	———	*c, d*	———	*f* 280
———	*f, a, b, c*	———	*d, e*	———	*f* 236

Be-

Bevinden na gedane Handel gewonnen te hebben *f* 134 : - : Wanneer men het getal der Guldens van van C en F hun winst met elkander multipliceert, komt 574. Vraage na ieders inleg en winst? *Antw.* A 112, B 118, C 126, D 136, E 148, en F 164 Guld. * De winst word ligt gevonden.

65. Vind 3 getallen; wanneer men van de som des tweeden en $\frac{1}{3}$ des eersten plus 6, substraheert $\frac{1}{6}$ des tweeden + 7. Als ook van de som des derden en $\frac{1}{6}$ des tweeden + 7 substraheert $\frac{1}{7}$ van het derde + 8. Insgelyks van de som des eersten en het $\frac{1}{7}$ des derden + 8 substraheert $\frac{1}{3}$ des eersten + 6, dat de drie resten elkander gelyk zyn. De vraag is voornamentlyk hoe dit in heele getallen gevonden word? *Antw.* De 18e des II *Diophanti.*

Steld voor de getallen a, b en c zoo zyn de drie resten

$$\left.\begin{array}{l} \frac{5}{6}b + \frac{1}{3}a - 1 \\ \frac{6}{7}c + \frac{1}{6}b - 1 \\ \frac{2}{3}a + \frac{1}{7}c - 2 \end{array}\right\}\text{dit is aan elkander gelyk.}$$

$$\frac{5}{6}b + \frac{1}{3}a - 1 = \frac{6}{7}c + \frac{1}{6}b - 1$$

$$\frac{4}{6}b = \frac{6}{7}c - \frac{1}{3}a$$

5

$$\frac{12}{6}b = \frac{18}{7}c + a$$

$\frac{5}{6}b$

* Of A 150, B 80, C 164, D 98, E 186, en F 126 Gulden.

$$\frac{5}{6}b+\frac{1}{5}a-1=\frac{4}{5}a+\frac{1}{7}c+2$$

$$\frac{5}{6}b=\frac{3}{5}a+\frac{1}{7}c+3 \qquad 4$$

$$\frac{20}{6}b=\frac{12}{5}a+\frac{4}{7}c+12$$

$$\frac{6}{7}c+\frac{1}{6}b-1=\frac{4}{5}a+\frac{1}{7}c+2$$

$$\frac{1}{6}b=\frac{4}{5}a-\frac{5}{7}c+3 \qquad 20$$

$$\frac{20}{6}b=16a-\frac{100}{7}c+60$$

Om dat $\frac{20}{6}b$ driemaal gevonden is, zoo is het een gelyk aan het ander, dat is;

$$\frac{30}{7}c-a=\frac{12}{5}a+\frac{4}{7}c+12$$

$$\frac{26}{7}c=\frac{17}{5}a+12 \qquad 35$$

$$130c=119a+420$$

$$c=\frac{119a+420}{130}$$

$$\frac{20}{6}b=\frac{30}{7}c-a$$

$$b=\frac{9}{7}c-\frac{3}{10}a$$

$$\frac{9}{7}c=\frac{153a+540}{130}$$

$$b=\frac{114a+540}{130}$$

Dus

Dus heeft men $A = a$

$$B = \frac{114a + 540}{130}$$

$$C = \frac{119a + 420}{130}$$

Nu moet A zoodanig genomen worden dat voor B en C ook heele getallen komen; over zulks kan men nemen

$a = 50, \ 180, \ 310, \ 440$ &c. zoo is

$A = 50.\ B = 48.\ C = 49.$

$A = 180.\ B = 162.\ C = 168.$

$A = 310.\ B = 276.\ C = 287.$ En ontelbaar (andere.

66. Drie jonge Kooplieden leggen te zaamen, om een begin van Negotie te maaken, een kleyn getal Ryxdaalders. Zoo men A en B hun inleg met elkander multipliceert en van dit product de som van hun beider inleg substraheert, rest 99. Van 't product A C de som van hun beiden gesubs. rest 127. En van 't product B C de som van hun beyden gesubst. rest 199. Hoe veel is ieders inleg? *Antw.* A 9, B $13\frac{1}{2}$ en C 17 Ryxd.

R 5 67.

PAUL HALCKEN'S Sinnen-Confect.

67. Vyfandere hebben een somme geld te zamen in Compagnie gelegt. De som van A, B, C driemaal — ƒ 590 is zoo veel als viermaal de som van D, E. De som van B, C, D viermaal — ƒ 600 is gelyk vyfmaal de som E, A. De som C, D, E vyfmaal — ƒ 340 is even zoo veel als zesmaal de som A, B. De som D, E, A zesmaal — ƒ 920 is gelyk zevenmaal de som B, C. En de som E, A, B zevenmaal — ƒ 1620 is gelyk agtmaal de som C, D. Hoe veel is ieders inleg? *Antw.* A 310, B 300, C 280, D 270 en E 250 Gulden.

68. Zeven Kooplieden hebben een Schip uytgerust en na Spanjen gezonden; als het zelve behouden wederom t'huis kwam, bevonden zy, na aftrek van alle onkosten, een goede winst, die met hun aangelegde Capitaal in dezer voegen verhoud; Addeerd men tot den inleg van A, B, C, D de drievoudigen winst zoo is die som vyfmaal zoo veel als den inleg van E, F, G. Tot de hooftsom van B, C, D, E de winst driemaal geaddeerd, komt 5⅞ maal zoo veel als F, G, A. Tot C, D, E, F de drievoudigen winst geaddeerd, komt 6⅓ maal zoo veel als G, A, B. Tot D, E, F, G het drievoud van de winst geaddeerd, komt 6⅞ maal zoo veel als A, B, C. Tot E, F, G, A de drievoudigen winst geaddeerd, komt zevenmaal zoo veel als B, C, D. Tot F, G, A, B de winst driemaal geaddeerd, komt 7⅛ maal zoo veel als C, D, E. Tot G, A, B, C de drievoudigen

digen winst geaddeerd, komt agtmaal zoo veel als D, E, F. Van 't netto provenue der winst vereeren zy tot onderhoud van Kerk en Schoolen 900 Gulden, het overige deelen zy behoorlyk onder elkander. Zoo A 636 Gulden meer van de winst ontfangt als D, is de vraag hoe veel ieder ingeleyd en gewonnen heeft? *Antw:* De inleg van A is 2250, van B 5490, van C 6750, van D 1350, van E 4500, van F 6150 en van G 7350 Gulden. De winst is ligt te vinden.

69. Zes andere hebben in Compagnie een party Rogge gekogt en betaald. De som van *a*, *b*, *c* is gelyk de som van *d*, *e* + 400. Van *b*, *c*, *d* gelyk *e*, *f* + 550. Van *c*, *d*, *e* gelyk *f*, *a* + 600. Van *d*, *e*, *f* gelyk *a*, *b* + 750. Van *e*, *f*, *a* gelyk *b*, *c* + 800. En de som van *f*, *a*, *b* gelyk *c*, *d* + 900 Gulden. Vraage hoe veel de Rogge gekost, en ieder daar toe betaald heeft? *Antw.* de Rogge heeft gekost *f* 4000 daar van ieder zyn deel betaalde.

70. De Spaansche Zilvervloot is eenmaal met een ryke lading t'huys gekomen. Dezelve bestond in zes Hooft-Galjoenen en twee Convoyers, (die ook een tamelyk deel geladen hadden.) Toen alles behoorlyk was opgenomen heeft men een groote som bevonden. Begeerd iemand te weten hoe veel Reaalen zilver (a) ieder Scheepslading be-

Q 2 loopt,

(a) 8 *Reaalen di Plata of Zilver doen* 1 *Piaster* of

loopt, die kan zulks uyt het volgende gewaar worden. De zes Galjoenen zullen we met *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, en beyde Convoyers met *p* tekenen. De som van *a*, *b*, *c*, *p* met 2 gemultipliceerd is evenveel als of men de som van *d* en *e* met 3 multipliceerde. De som van *b*, *c*, *d*, *p* met 3 gemultipliceerd is evenveel als de som van *e* en *f* met 5 gemultipliceerd. De som van *c*, *d*, *e*, *p* tot viermaal is gelyk de som *f*, *a* tot zevenmaal. De som van *d*, *e*, *f*, *p* tot vyfmaal is gelyk de som *a*, *b* tot negenmaal. De som *e*, *f*, *a*, *p* tot zesmaal is gelyk de som *b*, *c* tot elfmaal. De som *f*, *a*, *b*, *p* tot zevenmaal is gelyk de som *c*, *d* tot dertienmaal. Vraage op hoe veel Reaalen zilver ieder Scheepslading getaxeert is, na de kleynste proportie in heele getallen? *Antw.* beyde Convoyers hebben gehad 17949665 Reaalen zilver, en de Galjoenen nog veel grooter som.

71. Zoekt vier getallen; wanneer men *a*, *b*, *c* met elkander multipliceerd zoo is het product juyst zoo veel als of men haar alles som met 18 maal het vierde getal *d* multipliceerde. Het product van *b*, *c*, *d* is 24 maal zoo veel als

---

of stuk van Achten, waar van deze hun den naam draagen. 57 Reaalen di Plata oude Munt in Spanjen doen 17 Gulden in Banco te Amsterdam. De differentie van de nieuwe zilver Munt in Spanjen is tot de oude Specien zilver als 4 tot 5.

als of men haar aller som met *a* multipliceerde. Het product van *c*, *d*, *a* is 32 maal zoo veel als of men haar aller som met *b* multipliceerde, en het product van *d*, *a*, *b* is 50 maal zoo veel als of men haar gantsche som met *c* multipliceerde. Vraage na de vier getallen? *Antw.* A 94 + √ 1200 en zoo voort de overige.

72. Van vyf getallen is het product *a*, *b*, *c*, *d* agtmaal zoo veel als of men de geheele som met *e* multipliceerde. Het product *b*, *c*, *d*, *e* is twaalfmaal zoo veel als of men de geheele som met *a* multipliceerde. Het product *c*, *d*, *e*, *a* is 18 maal zoo veel als of men de geheele som met *b* multipliceerde. Het product *d*, *e*, *a*, *b* is 27 maal zoo veel als of men de geheele som met *c* multipliceerde, en het product *e*, *a*, *b*, *c* is 32 maal zoo veel als of men de geheele som met *d* multipliceerde. Wat zyn het voor getallen? *Antw.* A √(78 + √ 2400) waar na men ook de overige vind.

73. Men heeft vier getallen, daar van doet het product *a*, *b*, *c* 24 maal zoo veel als de som van *a*, *b*, *c* gedeeld door *d*. Het product van *b*, *c*, *d* doet 26 maal zoo veel als de som van *b*, *c*, *d* gedeeld door *a*. Het product van *c*, *d*, *a* doet 28 maal zoo veel als de som van *c*, *d*, *a* gedeeld door *b*, en het product van *d*, *a*, *b* doet 30 maal zoo veel als de som van *d*, *a*, *b* gedeeld door *c*. Welke getallen zyn het? *Antw.* 't zyn Cubische Surdis getallen die ligter te vinden als te probeeren zyn.

74. Vyf Ruyters hebben op zeker Party een som Ducaaten buyt gemaakt die zy in dezer voegen verdeelen; Wanneer men de som van A, B en C multipliceerd met de som van D en E zoo komt 'er een getal dat wy S noemen. De som van B, C en D gemultipliceerd met de som van E en A, komt S + 1776. De som van C, D en E gemultiplicéerd met de som van A en B, komt S + 2400. De som van D, E en A gemultipliceerd met de som van B en C, komt S + 2280. De som van E, A en B gemultipliceerd met de som van C en D, komt S + 1440. Door dien het Quadraat van B het Quadraat van D 1840 te boven gaat zoo is de vraag hoe veel Ducaaten ieder bekomen heeft? *Antw.* A 60, B 56, C 48, D 36 en E 30 Ducaaten. By goede rekening zal men nevens dit nog een ander Facit vinden.

Dus genoeg van de *Regel Quantitatis*; schoon verder nog wel eenige Voorstellen mogten volgen die hier konden geplaatst worden, want;

Deez' Regel kan geen mensch op 't allernauwst bepaalen,
Zy schikt zich allezins, verandert menigmaalen.
Ik heb slegts 't minste deel in dezen voortgebragt,
Veel meerder kan 'er steeds nog worden uytgedagt.

G E-

GENERAALE REGEL.

Over de Figuurlyke getallen en derzelver oneyndige Aggregaaten.

Alvorens over deze curieuze zaaken in 't *Appendix* van de *Kunstspiegel* na volkomen genoegen gehandeld hebbende, konde het daar by wel laate beruſten, alzoo men volgens zulken leydraat alles wat in de Figuurlyke getallen mag voorvallen of uytgedagt worden, wel ras tot geſchikte ſolutie kan brengen, maar door dien ik aldaar belooft heb de regte Grondregel hier van, waar uyt zoo wel de vorige als andere Regelen hunnen oorſpronk hebben, openbaar te maaken, zoo zal ik by dezen aan myn beloften voldoen. Let dan voor eerſt op de

GENERAALE MULTIPLICANTEN.

No. 1.

0. 1
met $1x$ (1

1. $1x$ (1
met $1x + 1$ (2

2. $1xx + 1x$ (2
met $1x + 2$ (3

3. $1x^3 + 3xx + 2x$ (6
met $1x + 3$ (4

---

4. $1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x$ (24
met $1x + 4$ (5

---

5. $1x^5 + 10x^4 + 35x^3 + 50xx + 24x$ (120
met $1x + 5$ (6

---

6. $1x^6 + 15x^5 + 85x^4 + 225x^3 + 274xx +$
$+ 120x$ (720
met $1x + 6$ (7

---

7. $1x^7 + 21x^6 + 175x^5 + 735x^4 + 1624x^3 +$
$+ 1764xx + 720x$ (5040
met $1x + 7$ (8

---

8. $1x^8 + 28x^7 + 322x^6 + 1960x^5 + 6769 \cdot$
$\cdot x^4 + 13132x^3 + 13068xx + 5040x \cdot$
$\cdot$ (40320 enz.

Hier uyt ziet men hoe deze *Multiplicanten* gevonden worden, en men vermag dezelve voortzetten zoo ver men begeerd. Voor aan ftaan de cyfferletters die aanduyden tot welken *Aggregat* zy behooren.

SPECIAALE MULTIPLICANTEN.
No. 2.

I.

1.
$1x - 1$ (1.
$1xx - 3x + 2$ (2.
$1x^3 - 6xx + 11x - 6$ (6.
$1x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24$ (24.
$1x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225xx + 274x - 120$ (120.
$1x^6 - 21x^5 + 175x^4 - 735x^3 + 1624xx -$
$- 1764x + 720$ (720.
$1x^7 - 28x^6 + 322x^5 - 1960x^4 + 6769x^3 -$
$- 13132xx + 13068x - 5040$ (5040 enz.

Deze worden even als de vorige gevonden.

DIVIZORES. No. 3.

Gem. getall.	1 Aggr.	2 Aggr.	3 Aggr.	4 Aggr.	5 Aggr.	6 Aggr.
x	1	2	3	4	5	6	7
xx	2	6	12	20	30	42	56
x^3	6	24	60	120	210	336	504
x^4	24	120	360	840	1680	3024	5040
x^5	120	720	2520	6720	15120	30240	55440
x^6	720	5040	20160	60480	151200	332640	665280

Deze *Divizors* worden aldus gevonden; Tot het getal des *Aggregats* addeert 1 zoo komt de eerste *Divizor*, dezelve multipliceert met het getal 't welk 1 grooter is, komt de tweede *Divizor*, multipliceert deze wederom met het getal 't welk nog 1 grooter is als het voor-

PAUL HALCKEN'S Sinnen-Confect.

voorgaande, komt de derde *Divizor*, multipl. verder met het getal 't welk al wederom 1 grooter is, komt de vierde *Divizor*, dat men verder kan uytbreyden en van zoo veel *Aggregaaten* maaken als men begeerd.

Hier op volgen eenige Exempelen waar door het gebruyk van deze *Multiplicanten* worden aangewezen.

75. Laat zyn gegeven deze getallen; 6. 18. 40. 75. 126 &c. Men begeerd op dezelve, en derzelver oneyndig volgende, de Stelkundige uytdrukkingen of *Algebrasche Quantiteiten* te vinden.

Let op de natuur der getallen, dat is, men substraheert dezelve zoo lang tot men gelyke verschil bekomt, zoo vind men eerst de getallen over de dwarsstreep, hier na zet men dezelve voort, de een van de ander substraherende tot men voor den streep onder malkanderen andere getallen bekomt,

Als

1	6 .	18 .	40 .	75 .	126	
1	5	12 .	22 .	35 .	51	
1	4 .	7	10 .	13 .	16	
3	3 .	3 .	3	3 .	3.	gelyke verschillen.

Neemt eerst de *Multiplicanten* by N°. 2, en

mul-

multipliceert daar de getallen mede boven de dwarsſtreep, als

$$1x^3 - 6xx + 11x - 6 \ (6. \text{ met } 3.$$
$$1xx - 3x + 2 \ (2. \text{ met } 10.$$
$$1x - 1 \ (1. \text{ met } 12.$$
$$1 \ . \text{ met } 6.$$

$$1x^3 - 6xx + 11x - 6 \ (2.$$
$$+ 10xx - 30x + 20 \ (2.$$
$$+ 24x - 24 \ (2.$$
$$+ 12 \ (2.$$

$1x^3 + 4xx + 5x + 2$ (2. Dit is de begeerde *Balance* op de gegevene en derzelver oneyndig volgende getallen. Wy zullen dezelve ook op een andere manier vinden.

Neemt de *Multiplicanten* by No. 1 en multipliceer daar mede de getallen die voor den ſtreep onder elkander ſtaan, als

$$1x^3 + 3xx + 2x \ (6. \text{ met } 3.$$
$$1xx + 1x \ (2. \text{ met } 1.$$
$$1x \ (1. \text{ met } 1.$$
$$1 \ . \text{ met } 1.$$

$$1x^3 + 3xx + 2x \ (2.$$
$$+ 1xx + 1x \ (2.$$
$$+ 2x \ (2.$$
$$+ 2 \ (2.$$

$1x^3 + 4xx + 5x + 2$ (2. Zynde dezelve *Quantiteiten* als te vooren. Dit zyn twee on-

onderscheyden wegen die met elkånder behoorlyk overeen komen, en de een den ander in plaats van een Proef verstrekt. Begeert men te weten hoe veel het 10de getal in orde, ja zoo behoeft men de gevonden Quantiteiten maar met 10 te resolveren, komt dan 726, en zoo ook met andere.

76. Vind de *Algebrasche quantiteiten* op het derde *Aggregat* der *Enneagonaal* of negenhoekige getallen.

1 . 9 . 24 . 46 . 57. *Enneag*. getallen.

1 . 8 . 15 . 22 . 29. eenmaal gesubs.

7 . 7 . 7 . 7 . 7. gelyke verschillen.

Om dat de getallen hier eenmaal gesubstraheert zyn zoo word daar tegen het getal des *Aggregats* 1 grooter, dienvolgens zyn deze verschillen tot het vierde *Aggregat*.

Neem eerst de *Multiplicanten* by N°. 2, en zet daar by de *Divizors* tot het vierde *Aggregat* by N°. 3, multipliceert dezelve met de verschillen boven de dwarsstreep, als

x — 1 (5. met 7.

1 . met 1

7x — 7 (5

+5 +5

7x — 2 (5. Dit gemultipliceert met de *Mul-*

Multiplicanten tot het vierde *Aggregat* by N°. 1, zynde $1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x$ (24, komt $7x^5 + 40x^4 + 65x^3 + 20xx - 12x$ (120, het welk is de *Gossische Balance* op 't derde *Aggregat* der *Enneagonaal*-getallen, of, dat het zelve is, het derde geslagt der *Enneagonaal-Piramidaal*-getallen.

Na de tweede manier.

Tot x addeer het getal des *Aggregats* zynde in dezen 4, komt $x + 4$, dit gemultipliceert, zoo 't noodig is, met $x + 5$. Dan met $x + 6$ &c. en zet daar by de *Divizors* tot het vierde *Aggregat* by N°. 3. Multipliceer dezelve alhier met de verschillen die voor den streep onder elkander staan, als

$$
\begin{array}{ll}
x + 4 \;(5 & \text{met } 7. \\
1 & \text{met } +6. \\
\hline
7x + 28 \;(5 & \\
-30 \;(5 & \\
\hline
\end{array}
$$

$7x - 2$ (5 zynde het zelve zoo als door de vorige manier gevonden is, en zoo men dit nog met de *Generaale Multiplicanten* tot het vierde *Aggregat* multipliceert zoo bekomt men wederom de voorheen gevonden *Quantiteiten*.

Derde manier.

Neemt de *Generaale Multiplicanten* by N. 1. zoo hoog als het voortel vereyscht, en multipliceer daar mede de verschillen zoo voor den streep onder elkander staan, als

$$1x^5 + 10x^4 + 35x^3 + 50xx + 24x \text{ (120. met 7.}$$
$$1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x \text{ (24. met } \div 6.$$

$$7x^5 + 70x^4 + 245x^3 + 350xx + 168x \text{ (120.}$$
$$- 30x^4 - 180x^3 - 330xx - 180x \text{ (120.}$$

$$7x^5 + 40x^4 + 65x^3 + 20xx - 12x \text{ (120.}$$

De Balance is gelyk als te vooren.

77. Men begeerd het *Algebraas gewigt* te vinden waar mede het tweede *Aggregat* der oneyndige *Cubicq* getallen vergeleken word.

		1 . 8 . 27 . 64 . 125. *Cubicq* getallen.
1		1 . 7 . 19 . 37 . 61. eenmaal afgetrokk.
6	0	6 . 12 . 18 . 24.
6	6 . 6	6 . 6 . 6. gelyke verschillen.

Om dat de getallen hier eenmaal worden afgetrokken zoo zyn deze verschillen tot het derde *Aggregat*.

Na de eerſte manier.

Neem de *Multiplicanten* by N°. 2. en zet daar by de *Divizors* tot het derde *Aggregat* by N°. 3, als

$$
\begin{array}{rl}
1xx - 3x + 2 & (20.\ \text{met } 6. \\
1x - 1 & (4.\ \text{met } 6. \\
1 & .\ \ \text{met } 1.
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
3xx - 9x + 6 & (10. \\
+ 15x - 15 & (10. \\
+ 10 & (10.
\end{array}
$$

$3xx + 6x + 1$ (10. multipliceert dit nog met $1x^3 + 3xx + 2x$ (6. de *multiplicanten* tot het (3de *Aggreg.*

komt $3x^5 + 15x^4 + 25x^3 + 15xx + 2x$ (60. de geerde *Balance* op de tweemaal geſommeerde *Cubicq*-getallen.

Na de tweede manier.

Addeer tot x het getal des *Aggregats*, als 3, komt $x + 3$, dit gemultipliceert met $x + 4$, komt $xx + 7x + 12$. Zoo het noodig is multipliceert men verder met $x + 5$ &c. Zet daar by de *Divizors* tot het derde *Aggregat*, als

1xx

$$1xx + 7x + 12 \;(20. \text{ met } 6.$$
$$1x + 3 \;(4. \text{ met } \div 6.$$
$$1 \;.\;. \text{ met } 1.$$

$$3xx + 21x + 36 \;(10.$$
$$- 15x - 45 \;(10.$$
$$+ 10 \;(10.$$

$3xx + 6x + 1$ (10. dit gemultipliceerd met $1x^3 + 3xx + 2x$ (10. komt dezelve *Balans* als te vooren.

Na de derde manier.

$$1x^5 + 10x^4 + 35x^3 + 50xx + 24x \;(120. \text{ met } 6.$$
$$1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x \;(24. \text{ met } \div 6.$$
$$1x^3 + 3xx + 2x \;(6. \text{ met } 1.$$

$$3x^5 + 30x^4 + 105x^3 + 150xx + 72x \;(60.$$
$$- 15x^4 - 90x^3 - 165xx - 90x \;(60.$$
$$+ 10x^3 + 30xx + 20x \;(60.$$

$3x^5 + 15x^4 + 25x^3 + 15xx + 2x$ (60. De voor de derdemaal gevonden begeerde *Balance*.

In dezer voegen gaat men ook te werk met alle *Poligonaal* en derzelver *Piramidaal- Columnaar-* en *Pirgoidaal-* getallen en wat verder in de Figuurlyke Telkonst mag voorkomen, het welk men alles na deze aanleyding op drie onderscheyden wyzen berekenen kan, schoon men aan een genoeg heeft,

heeft, gelyk ik doorgaans van de eerste gebruik maak.

78. Vind zulke *Algebraische Quantiteiten*, wanneer men dezelve resolveerd met 3, dat komt de derde *Trigonaal*; met 4, dat komt de vierde *Quadraat* of *Tetragonaal*; met 5, dat komt de vyfde *Pentagonaal*; met 6, dat komt de zesde *Hexagonaal*-getallen, &c. *Antw.* $x^3 - 3xx + 4x$ (2.

	Trig.	*Tetrag.*	*Pentag.*	*Hexag.*	
1 . 2 .	6 .	16 .	35 .	66 .	&c.
1 .	4 .	10 .	19 .	31 .	
	3 .	6 .	9 .	12 .	
		3 .	3 .	3 .	gelyke verschillen.

$1x^3 - 6xx + 11x - 6$ (6 met 3.
$1xx - 3x + 2$ (2 met 3.
$x - 1$ (1 met 1.

$1x^3 - 6xx + 11x - 6$ (2.
$3xx - 9x + 6$ (2.
$+ 2x - 2$ (2.
$+ 2$ (2.

Facit $x^3 - 3xx + 4x$ (2.

Met wat getallen men deze quantiteiten ook resolveerd, komt desselfs veelhoekigheid; by voorbeeld: zo men met 20 resolveerd komt 3440, dat een 20 hoekt getal is, wiens wortel ook 20 is, en zo met andere.

Kk 79.

79. Laat zyn gegeven deze vier getallen, 3, 7, 5, 8. Men begeerd tot dezelfs oneyndige *Aggregaaten* de *Balans* te vinden, en wat is het getal des 100^ften^ *Aggregats?*

Deze Opgaaf is van een ander natuur als de vorige zyn; in die vond men de *Balancen* op zeker begeerde *Aggregat* der geschikte getallen, maar hier zal men op ettelyke gegeven getallen de *Balans* tot derzelver oneyndige *Aggregaaten* vinden, en 't is nu het zelve of de getallen geschikt of ongeschikt, in of buyten orde zyn. De *Balancen* worden in dezervoegen gevonden: Men neemt maar de *Generaale Multiplicanten* en multipliceerd daar mede de gegeven getallen, zoo toont die som de begeerde *Balance*, als

$$\begin{array}{rl} 1x^3+3xx+2x & (6.\ \text{met } 3. \\ 1xx+\ x & (2.\ \text{met } 7. \\ x & \ldots \text{met } 5. \\ 1 & \ldots \text{met } 8. \\ \hline 1x^3+3xx+2x & (2. \\ 7xx+7x & (2. \\ 10x & (2. \\ +16 & (2. \\ \hline \end{array}$$

Facit $x^3+10xx+19x+16(2.$ De begeerde *Balance.*

Men kan dit ook op andere wyzen vinden, doch na deze manier word het werk op het kortste en gemakkelykste verrigt.

Maar

Maar daar wordt nog verder gevraagt hoe veel het 100ste *Aggregat* der gegeven getallen is? Dierhalven resolveerd de gevonden *Quantiteiten* met 100, komt 550958 voor het 100ste *Aggregat* der vier getallen.

80. Men heeft vyf getallen eener *Geometrische Progres*, als 3. 6. 12. 24. 48, daar op zal men de *Algebrasche Balance* vinden, welke alle derzelver oneyndige *Aggregaaten* in zig bevat; ook hoe veel het 1000ste *Aggregat* dezer vyf getallen is.

$$
\begin{array}{rl}
1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x & (24. \text{ met } 3. \\
1x^3 + 3xx + 2x & (6. \text{ met } 6. \\
1xx + 1x & (2. \text{ met } 12. \\
1 & . \text{ met } 24. \\
\hline
1x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x & (8. \\
8x^3 + 24xx + 16x & (8. \\
+ 48xx + 48x & (8. \\
+ 384 & (8. \\
\hline
\end{array}
$$

$1x^4 + 14x^3 + 83xx + 262x + 384 (8.$ de begeerde *Balance*. Dezelve met 1000 geresolveert, komt 126760407798 voor het duizendste *Aggregat* der gegeven vyf getallen.

81. Een *Columnaar* getal uyt *bexoganalien* des derden *Aggregats* is gelyk een *Octadecagonaal* getal ook des derden *Aggregats*, en de *Radices* zyn mede gelyk. De vraag is na derzelver Radix? *Antw.* 5.

Wanneer de getallen weerzyds eenmaal gesubstraheerd worden zoo zyn derzelver verschillen

6 hoekige *Columnaar* 1 . 10 . 12. verschillen tot (het 4 *Aggreg.*

18 hoekt getal . . . 1 . 16

$\div$ 6 $\div$ 12.

Neemt nu de *Multiplicanten* by No. 1, en zet daar by de Deelders tot het 4 *Aggregat*, zoo heeft men 1 *x* — 1 (5 en 1 *xx* $\div$ 3 *x* + 2 (30. De eerste *Multiplicant* 1 valt hier weg, om dat in 't substraheeren der verschillen de beide uniteiten tegen elkander weg gevallen zyn. De beyde andere *Multiplicanten* tegen elkander verkleynt, zoo is de tweede 1 en de derde 1 *x* — 2 (6, of de tweede 6 en de derde 1 *x* — 2. Hier heeft men wederom dezelve Regel die wy alvorens in de *Konstspiegel* ook gehad hebben. Want 6 is het getal des *Aggregats* + 2. Nu zet

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 1x \div 2, \text{met } 12 & 12x \div 24 \\
\text{'t getal des } Aggr. + 2 \text{ is } 6, & \text{met} \div 6 & \div 36 \\
\hline
 & & 12x = 60 \\
 & & 12 \\
\hline
 & & x = 5,
\end{array}
$$

zynde zoo wel de *Columnaal* als *Poligonaale* wortel.

82. Men heeft de 192 eerste *Columnaar* uyt *Pentacontadiagonaal* en ook de 192 eerste *Piramidaal* uyt *Tesseracontadiagonaal* getallen weerszyds tot een zeker *Aggregat* gemaakt.

D2

De vraag is hoe veel 't getal des *Aggregats* is? *Antw.* het 97ste *Aggregat.*

Pirgoid. van 42 hoek, 1 . 83 . 160 verschillen tot het *Aggr.* + 1.
Column. van 52 hoek, 1 . 102 . 150

÷ 19 . 10

Steld dat het getal des *Aggregats* zy 1 *a*, daar toe addeert 1, om dat de verschillen tot het *Aggregat* + 1 zyn, en addeert dan nog 2 volgens de Regel, komt 1 *a* + 3. De derde *Multiplicant* is *x* — 2. Om dat hier *x* = 192 is 200 doet dezelve 190, daarom zet;

190 met 10	. . . 1900
1 *a* + 3 met ÷ 19	÷ 19 *a* ÷ 57

19 *a* = 1843
19

Antw. 1 *a* = 97 't getal des *Aggregats.*

83. Daar zyn 20 Personen die zulken orde hebben gemaakt, dat dagelyks 6 van hen zullen te samen komen in diervoegen dat nooit de geene die eens by elkander geweest zyn zig wederom by elkander zullen laaten vinden of daar moet ten minsten verandering van één Perzoon zyn. Wanneer zy dit willen agtervolgen tot datze geen meer veran-

dering konnen maaken, zoo is de vraag hoe lange het moet duuren? *Antw.* 38760 Dagen, dat is 106 Jaaren 6 Weken 2 Dagen. N.B. Alle 4 Jaaren heeft men een schrikkel Jaar van 366 Dagen.

Van 6 substraheer 1, rest 5, die substraheer verder van 20 het getal der Personen, rest 15, resolveert daar mede de *Generaale Multiplicanten* tot het 6de *Aggregat*, zynde $x^6 + 15x^5 + 85x^4 + 225x^3 + 274xx + 120x$ (720, komt 38760 Dagen.

De Heer N. Struyk *geeft in de Uytrekening der Kanzen Pag* 4, *op soortgelyke voorstellen deze Regel; Steld een Aritbmetische Progressie op, die aan 't getal van al de Personen begint, en afklimt met 1; de Termen moeten zoo veel zyn als de Personen die dagelyks zullen te samen komen. Zet bier een Aritbmetische Progressie onder die evenveel Termen beeft, en met de eenbeyd begint en opklimt; deze onderstaande tegen de bovenste verkort, moet altyd daar effen in opgaan, en de uytkomsten te samen gemultipliceert, zoo beeft men bet begeerde.*

```
 5         6        8
20—19—18—17—16—15
 1— 2— 3— 4— 5— 6
```

```
   19
   17
 ----
  323
    8
 ----
 2584
   15
 ----
```

Antw. 38760 *Dagen.*

84

84. Daar zyn ettelyke Perſonen, waar van 'er dagelyks na voorgaande manier 3 te ſamen komen. Wanneer zy zulke verandering 4960 maal konnen verrigten, is de vraag hoe veel Perſonen daar geweeſt zyn? *Antw.* 32.

85. Wanneer men van de elkander in orde volgende getallen 1, 2, 3, 4, 5 &c. tot 100 ingeſloten, vyf en vyf te ſamen addeert volgens alle moogly̆k zynde verkiezingen, zoo zal men bekomen 75287520 ſommen of getallen; deze laatſte in een ſom vergarende, hoe veel zal men dan verkry̆gen? *Antw.* 19010098800.

86. Men heeft een menigte getallen der natuurlyke *Progres* 1, 2, 3, 4, 5, 6 &c. zoo men van dezelve 4 en 4 te ſamen addeert na de wyze als in 't voorgaande voorſtel, en al de komende ſommen in één ſom brengt zoo bekomt men 256215960. Van hoe veel getallen is de *Progres* geweeſt? *Antw.* van 80 getallen.

87. Daar zyn wederom eenige in orde volgende getallen eens *Progres* 1, 2, 3, 4, 5 &c. Wanneer men van dezelve 2 en 2 addeert volgens alle mogelyk zynde verkiezingen, en dan al de komende getallen in één ſom gebragt; daar na 3 en 3 getallen der gemelde *Progres* te ſamen geaddeert en de komende getallen tot één ſom te ſamen geteld; insgelyks de getallen der eerſtgemelde *Progres* 4 en 4 geaddeert en de daar uyt ontſtaande getallen tot één ſom vergadert, zoo ſtaan deze drie ſommen in een *Aritbmetiſche*

ſche Progres, de vraag is uit hoe veel getallen de eerſtgemelde *Progres* beſtaan heeft? *Antw.* 8, en de drie ſommen zyn 252, 756, 1260.

88. Daar zyn vier getallen ſtaande in een *Geometriſche Progres*, beginnende met de eenheyd, welkers tiende *Aggregat* is 1126. Wat getallen zyn het? *Antw.* 1, 6, 36, 216.

89. Vind vier getallen, en wel de kleynſte in heele, waar van het derde *Aggregat* 20 maal zoo veel is als het eerſte getal, het vierde *Aggregat* 40 maal zoo veel als het tweede getal, en het vyfde *Aggregat* 60 maal zoo veel als het derde getal? *Antw.* 99, 85, 90, 210.

90. Daar is een *Geometriſche Progreſſie* van 4 Termen; het twaalfde *Aggregat* doet 3456, en het twintigſte *Aggregat* 12288. Welke getallen zyn het? *Antw.* 6, 12, 24, 48.

91. Men heeft nog een *Harmoniſche Progres* van 4 Termen, daar van het vyfde *Aggregat* is 625, en het agtſte *Aggregat* 1772. Men vraagt welke getallen het zyn? *Antw.* 10, 12, 15, 20.

92. Wanneer men ℭ + 1 ter neer zet, en het zelve in zig ℨ ℨ ℨ ß ß ß (het welk is de 100ſte Quantiteit) multipliceert, wat zal dan komen voor 't getal ℨ œ? *Antw.* 1368173298991500.

93. Daar is een *Geometriſche Progres* wiens eerſte of kleynſte Term is 6, en de *Proportie* $1\frac{1}{2}$, als 6, 9, $13\frac{1}{2}$, $20\frac{1}{4}$ &c. wanneer men dezelve maakt tot het zesde *Aggregat*,

tot

tot het komende getal 1085541 addeert, en de fom door 729 divideert zoo komt het *Extremum majus* der zelver *Progres*. Van hoe veel Termen is deze *Progres*? *Antw.* van 20 Termen.

Van deze konſtryke Materie konde men nog veel meer by brengen, en verdiende wel dat een geheel Tractaat daar van geſchreven wierde, dewyl een menigte veranderingen daar in konnen voorgeſteld worden, doch voor ditmaal laat de gelegenheid niet toe daar van verder te handelen.

Van veelderleye Algebraſche Voorſtellen in 't gemeen.

94. Daar zyn twee getallen; zoo men dezelve door elkander divideert, komt *a*, maar 't verſchil van haare Quadraten is *b*. Wat getallen zyn 't?

Steld het eene $= x$, zoo is het ander $= ax$

$$\sqrt{xx} \qquad \sqrt{aa\,xx}$$

't verſchil der Quadraaten $aa\,xx - xx = b$

$$xx = \frac{b}{aa-1}$$

$$\sqrt{\frac{b}{aa-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{b}{aa-1}}$$

Verklaring in Getallen.

Gegeven zynde $a = 5$ en $b = 384$; divideert deze laatste door $aa - 1 = 24$, komt 16, hier uyt de $\sqrt{q}$, komt $x = 4$ het eene getal, zoo is $ax = 20$ het ander getal.

95. Men heeft twee getallen; wanneer men dezelve addeert, komt a, maar wanneer men dezelve met elkander multipliceert, komt b. Vraage na de getallen?

Steld het eene $= x$ zoo is het ander $= a - x$. multipl, x met $a - x$, komt $ax - xx = b$.

$$xx - ax + b = 0, \text{ heelt het Quadraat.}$$

$$\sqrt{xx - ax + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa - b}$$

$$x - \tfrac{1}{2}a = \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - b}$$

$$x = \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - b}$$

Verklaring in getallen.

Gegeven zynde $a = 20$ en $b = 96$, zoo is $\tfrac{1}{4}aa - b = 4$, hier uyt de $\sqrt{q}$, komt $+ 2$; die addeert en substraheert van $\tfrac{1}{2}a = 10$, komt $x = 12$ of 8 de beyde getallen.

96.

96. Vind zulke twee getallen, dat haar verschil is $= a$, en de som van hare Quadraten $= b$.

Steld het eene $= x$ zoo is het ander $= x + a$

$$\frac{\quad\sqrt{}}{xx} \qquad \frac{\quad\sqrt{}}{xx + 2ax + aa}$$

de som der Quadraaten is

$$2xx + 2ax + aa = b$$

$$\overline{xx + ax + \tfrac{1}{2}aa - \tfrac{1}{2}b = 0}$$

$$\overline{xx + ax + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}aa}$$

$$\sqrt{}\overline{\qquad\qquad}$$

$$x + \tfrac{1}{2}a = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}aa}$$

$$\overline{x = -\tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}aa}}$$

Verklaring in getallen.

Gegeven zynde $a = 5$ en $b = 73$, zoo is $\tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}aa = 30\tfrac{1}{4}$, hier uyt de $\sqrt{q}$, komt $5\tfrac{1}{2}$, daar van substr. $\tfrac{1}{2}a = 2\tfrac{1}{2}$, rest $x = 3$ het eene getal, zoo is $x + a = 8$ het ander getal.

En zoo ook met andere.

97. Daar zyn twee Breuken $\frac{1}{a}$ en $\frac{1}{b}$, haar som doet $\tfrac{8}{5}$. Zoo b 3 meer doet als a, is de

 vraag

vraag na deze Breuken? *Antw.* $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ en $\frac{1}{4\frac{1}{2}}$, dat is $\frac{2}{3}$ en $\frac{2}{9}$.

98. Een Jongman hadde in zyn Boomgaard een party ſchoone Appelen geplukt; hem ontmoet in 't na huysgaan een Jonge dogter, geeft dezelve het derde deel van zyn Appelen min 11. Kort daar na ontmoet hem een ander, deze geeft hy van het overige zyner Appelen ook het derde deel min 11. Na by de deur ontmoet hem de derde Jonge dogter, deze geeft hy van de nog hebbende Appelen ook het derde deel min 11. t'huys gekomen zynde, bevond hy de helft zyner eerſte Appelen vereerd te hebben. Vrage hoe veel Appelen hy geplukt hadde? *Antw.* 114, daar van hadde A 27, B 18 en C 12 Appelen.

99. *Twee*, Pieter *en* Matthys
Die liepen om den Prys,
Wie zienb het meeſt zoud ſpeeden,
Matthys *die was tien Roeden*
Den eerſten baaſt voorby.
Stel nu eens op voor my
Den Loopbaan zevenmaalen,
En wil driemaal bepaalen
't Geen Pieter *liep alleen*,
Dat, *telden men 't by een*,
Vierduyzend Roed zou wezen;
Dan is de vraag in dezen,

Hoe

Hoe veel na rekening
Elk op dit tourtje ging?

Antw. *Pieter* 393 en *Matthys* 403 Roeden.

100, *Drie Weyders*, Jacob, Klaas *en* Jan
Huurden een stuk Land, mits daar van
Aan Huur te geven zy verbonden,
Voor eens tweehondertveertien Ponden. *
Toen bragten Jan *en* Jacob *daar*
Net zes-en-twintig Ossen: Maar
Van Klaas *zyn 'er twee meer gekomen*
Als Jacob *voor zich had genomen,*
Na 't weyden van één Maand geweest,
Ging Jan *met al zyn Ossen heen,*
En moest betaalen aan hun beyden
Net agt-en-veertig Pond voor 't weyden:
Doch Jacob *liet zyn Vee in 't gras*
Tot nog één Week verloopen was:
En dan moest nog één Week na dezen
Het Vee van Klaas *alleen daar wezen.*
Ik vraag van ieders Vee 't getal?
En hoe veel elk betaalen zal?

Antw. *Jan* had 12, *Jacob* 14 en *Klaas* 16 Ossen.
Jacob betaalde aan Huur 70 en *Klaas* 95 Gulden.

* à 40 *Grooten Vlaams.*

101. Twee koopen te ſamen een party Lynwaat, doch A 85 Ellen meer als B. De ſom van A is een Quadraat getal, en van B twaalfmaal derzelver Radix. Hoe veel Ellen heeft ieder? *Antw.* A 289 en B 204 Ellen.

102. Een Vrouw koopt 12 Steen Vlas; verkoopt de Steen wederom voor 7 Gulden, en wint met 36 Daalders ⅙ der aangelegde ſom. Hoe veel heeft de Steen gekoſt? *Antw.* 6 Gulden.

103. Daar zyn twee getallen: wanneer ik het Quadraat des kleynſten multipliceer met het grootſte getal, zoo komt 'er 637, maar multipliceer ik het Quadraat des grootſten met het kleynſte getal, zoo komt 'er 1183. Welke getallen zyn het? *Antw.* 7 en 13.

104. *Toen* Phebus *met de* Maagt *was ſchertzende in 't groen,*
Kreeg ook Auguſtus * *luſt een wandeling te doen*
Na zynen Appelhof, langs ruyme wandeldreeven,
Die aan den wandelaar haar' koele ſchaduw' geeven.
Twee Juffers uyt de Stad ontmoet' hy by geluk;
Hy groetze vriendelyk, en zegt, kom in, en pluk

Van

---

* *In deze Maand is de* ☉ *in* ♍.

Van myne geurge vrugt : Terwyl zy lekker aaten
En vol van vroolykbeyd in 't koele lommer zaaten,
Nam by een zeker deel, die by de Juff'ren geeft,
Als A *een derde part en twee daar boven beeft,*
En B *de belft en drie van die 'er overblyven,*
En by 'er vier beboud, boe veel zoudt gy dan schryven
Dat elk van baar ontfing uyt onverdiende gunst.
Die baar Augusť *bewees! zeg my? en toon uw kunst.*

Antwoord elk 10 Appelen.

105. Johan *en* Margariet *met eenen blyden zin,*
Al jokkende onder een, getreden Boschwaard in,
Vervoegen zich in't Woud van dichte Hazelaaren,
Alwaar zy elk een zak vol schoone Nooten gaaven:
Gezeten in bet groen, nam by bet derde deel,
En zy van 't baar' de belft, dit maakte in 't gebeel
Een bondert-twintig stuks, dies at elk zestig Nooten.
Toen zey Johan *tot baar, dat bem net overschooten*
Zoo veel als zy bebield; bewust boe veel dat zy
Der meerder in getal verkreegen bad dan by.
Zeg Reekenaar boe veel bet ieder mogt gelukken

In hunne wandeling van deeze vrugt te pluk-
ken.

Antw. *Johan* 120 en *Margariet* 160 Nooten.

106. Rudolfus, Simon *en* Tobias krygen t' *zaa-*
men
Een koop van Rynzewyn. Raad eens van hoe
veel Amen?
Zoo Rudolf *heeft van doen eer hy zoo veel*
verslyt,
Vyf honderd-seventig en nog twee dagen tyd,
En Simon *daar alleen vierhonderd-zestien dagen*
Zich met behelpen kon. Tobias *aan het klaagen*
Dat hy zich daar zoo lang niet me' geneeren
kan,
Dewyl hy één Pint meer dan deeze laatste man
Op ieder dag gebruykt; doch over een gekomen,
Heeft ieder dag aan dag daar van zoo veel ge-
nomen,
Als zyn gewoonte was, mids elk dan ook be-
taalt
Na hy van tyd tot tyd hier ten gebruyk af-
haalt.
Dit duurt vier dagen min dan een-en-twintig
weeken,
Toen was de gantsche wyn door hun gebruykt.
Ey reeken
Na hoe veel Stoopen elk daar van genomen heeft.
'k Zeg Stoopen daar m'er één van voor vier Pin-
ten geeft.

Antw. *Rudolf* 143, *Simon* 196 [illegible] en *Tobias* 232 [illegible] Stoopen, zynde te samen 8 [illegible] Aam.

107. *Drie Krygslien reeden uyt*
Op hoop van goede buyt,
En roofden van Soldaaten
Een groot getal Ducaaten.
B *nam 'er zestig van,*
En C *tien meerder dan*
Daar toen voor A *nog bleven.*
Nog drayden zy op steeven,
En gingen verder los
Op een' gemesten Os,
Die zy, geslagt, bevonden
Net zesmaal zoo veel ponden
Als ieder, hoofd voor hoofd,
Ducaaten had geroofd,
Als ze evenveel verdiende.
Het vierde, vyfde, en tiende,
Van 't geen het vleesch wel woeg,
Vermenigd, dan bedroeg
De som net veertigmaalen
Agtduyzend in getalen.
Steld A *krygt twee pond vleysch,*
B *drie pond, ieder reys*
Dat ze één Ducaat ontfangen,
Laat C *de rest erlangen.*
Dan is de vraag van my,
Hoe veel Ducaaten zy
Van 't geld, en hoe veel ponden
Van 't vleesch, zy krygen konden?

Antw. A 65, B 60, C 75 Ducaaten.
en A 130, B 180, C 90 ℔ Vleesch.

PAUL HALCKEN'S Sinnen-Confect.

108. *Toen Vorst* August *sints veertig Jaar*
Had 't Keyzerlyk bewind in banden
Van 't Roomsche Ryk, zond Hy aldaar
Bevelen rond door al zyn Landen,
Om, door de gantsche Wereld heen
Een schattinggeld te doen betaalen;
Ik zal hier ieder Hoofd door een
Op een quart - *Gulden eens bepaalen.*
Steld voorts in de oude Wereldstad,
Het bloeiend Rome, *alleen te woonen,*
Diestyds, een tal van Menschen, dat
Men als hier onder kan vertoonen;
Het honderd-duyzendst' deel van al
Het Volk, ter vyfder magt verheven,
Geeft 't dertien letterig getal (a)
Dat hier ter zyden staat geschreven.
Zeg Rekenaars hier uyt, hoe veel
't Getal van Romens *volk kon halen?*
En wat die Hoofdstad in 't geheel
Den Vorst aan Hoofdgeld moest betalen?

(a) 4094691316893.

Antw. 33300000 Menschen die gaven *f* 8325000.

109. *By Mamres Eykenbosch was* Abraham *gezeten,*
Wanneer de Godheyd kwam, en aan haar' Vriend deedt weeten
Dat zynen Egtgenoot hem baaren zal een Zoon
Omtrent *dees tyd van 't Jaar; Vrouw* Sara *ongewoon*
In haaren zuyvren egt geen levend Zaad te teelen.
Nu in den ouden dag een' lieven Zoon te streelen.

Nu

Nu wellust hebben, nu, nu zy en haaren heer
Door oudheyd zyn verzwakt, keert dan de Jeugt ooit weer!
Zal dan 't verdorde veld des winters bloemen geeven!
Zal een verstorven schoot dan wederom herleeven!
Dit dagt Vrouw Sara *niet, maar lachte om dit woord,*
Geen wonder, zulk een zaak was vreemd en ongehoord.
't Getal *der schakels aan den keten van haar Jaaren,*
Was van die veelheid, dat, zoo die vermeenigt waaren
Met die van Abraham, *dat dan haar' ouderdom*
Tot den verheven trap van negenduyzend klom.
En tienmaal had den Boer alreede in Abrams *dagen,*
Het ryp en goudgeel graan in zynen schuur gedragen,
Eer Sara *'t levenslicht uyt 's Hemels hand ontfing:*
Doch by Hem, die 't beloofde, is niets te zonderling.
Zeg my nu Rekenaar, zeg my, hoe hoog de Jaaren
Van Gods vriend Abraham *en van zyn* Sara *waaren.*

Antw. *Abraham* 100 en *Sara* 90 Jaaren.

110. *De Zoon van* Manoah, *Held* Simson, *heeft verslaagen*
Van 't Philistynsche volk een overgroot getal,
Alleen met 't kaakebeen eens Ezels, in het Dal
Van Lechis, zoo genaamd, daar zy op hoopen laagen.
Zoo iemand na de som der dooden komt te vraagen,
Zoo zegt, hy driemaal agt daar by addeeren zal,
Of hondert substraheert, dat dan in zulk geval
De rest, zoo wel als som, hem zal Quadraaten draagen,
En als men dan 't verschil der wortels multpliceert
Met vier, en hy 't produkt 't Quadraat daar van (a) *addeert,*
Dan komt 'er tweemaal zes; zoo hy dan is ervaaren
In 't reek'nen, weet hy ook hoe veele dat 'er waaren.

Antw. 1000 Man.

111. Pomarius *verkoos aan eenige Gezellen*
Wel twintigmaal 't getal van zeventien te tellen,

Der

(a) Namentlyk het Quadraat van 't verschil dier wortelen.

Der geurigste Appelen van 't lekker boomgaard oost;
En had aan elk van hun net evenveel beloofd:
Dies telde hy 't getal der Appelen en Knaapen,
En vond na 't overzien de zaak aldus geschaapen;
Indien 't getal des volks dat hy de vrugten gaf,
Drie meerder was geweest, moest van elks aandeel af
Het drietal Appelen. Nu vraag ik Rekenaaren,
Hoe menig in getal de jonge lieden waaren?

Antw. 17.

112. Gezina *had ter markt' gebragt*
't Getal van t'negentig en acht
Der Eyëren die door haar Hennen
Waaren geleyd op nieuwe pennen:
En van haar Eenden nevens dien
Eenhondert zeventig en tien.
Zy heeft den handel dus gedreven,
Dat zy van de eerst' vier meer zou geven
Dan van de laatste voor acht Groot:
En toenze op 't eynd haar reek'ning sloot,
Bedroeg het geld vyf Guldens t'samen.
Nu vraag ik, hoe veel Eyërs namen
De koopers, of gaf zy ze hien
Voor eenen Schelling? doe 't plaizier,
Dit my door rekening te toonen,
Ik zal u met myn gunst beloonen.

Antw. 15 Eend- en 21 Hen-Eyëren.

113. Anthoni *kogt een platte grond*
Daar nog geen huys of boom op stond;
Wat of hy hier van dagt te maaken
Zal u noch my in 't minst niet raaken,
Maar laat ons spreeken van de prys
En maat van 't Land op deze wyz';
Wilt gy de langte en breete weeten?
Die staat als vyf tot twee gemeeten.
Voor zestien Roeden van dat veld
Zyn zoo veel Guldens uytgeteld
Als vier per cent meer agt genomen
Van 't tal der Roeden die 'er komen
Zoo gy de breete neemt vierkant.
En duyzend Daalders kost het Land.
Wie kan nu langte en breete melden,
Of zeggen wat de Roed moest gelden?

Antw. lang 50 en breed 20 Roeden; dus één Daalder de Roed.

114. *De Slagtmaand was naby, men zag het volk hy hoopen*
Ter Markt om voor de kuyp wat vlees en spek te koopen.
Het talryk Huysgezin van Putman *zet hem aan*
Om meer dan eenen Os en Verken in te slaan.
Vraagt gy hoe veel van elks? Dit voorstel zal 't u leeren,
Wilt ieder soorts getal slegts naar de konst quadreeren,
En trekt dan van de som van die quadraaten af

Zoo

Zoo veel hem 't Zwynen tal meer dan der Ossen
gaf.
Doch dit is niet genoeg; Ik zal 't u het beschry-
ven,
Vermenigvuldig dan 't geen daar zal overbly-
ven
Met de uytkomst als gy 't Vee in alles quadra-
teert,
En zoo gy dit quadraat tot dit product addeert
Zoo komt 'er achtmaalacht wel zes-en-dertig
maalen
En vier-en-zestig meer. 'k Zal 't nader nog
bepaalen;
Vermenigvuldig ook het beyder Vee getal:
Tel dan de helft der som dat 't een meer wezen
zal
Dan 't andere daar by: het geen 'er uyt zal
komen
Moet gy met het vierkant van 't gantsche Vee
genomen,
Vermenigvuldigen, dan zal de som, wanneer
Gy dat gemeld' vierkant daar aftrekt eene keer,
Achthondert twee-en-dertig zyn. Zeg vlug-
ge Geesten!
Hoe veel kogt Putman *toch van ieder soort dier*
beesten?

Antw. 2 Ossen en 6 Verkens.

115. Daar is een Breuk wiens Noemer 108 meer is als de Teller: als men deze Breuk verkleynd zoo doet de Noemer 6 meer als de Teller, en zoo men de Noemers en Tellers van de onverkleynde en verkleynde Breuken

ken met elkander multipliceert, komt 'er 2683044. Wat is het voor een Breuk? *Antw.* $\frac{156}{234}$, en verkleynt $\frac{2}{3}$.

116. Men heeft nog een Breuk wiens Teller en Noemer is ieder van drie cyfferletters als $\frac{bac}{cba}$; verkleynd zynde doet dezelve $\frac{b}{c}$. Zoo de cyfferletters *a*, *b*, *c* in een *Arithmetische Progres* staan, vraagt men wat het voor een Breuk is? *Antw.* $\frac{324}{432}$, en verkleynt $\frac{3}{4}$.

117. Een Heer huurt een Knegt, die hy in 't Jaar zal geven 70 Ryxdaalders en een nieuw Kleed, welk Kleed de Knegt terstond by den aanvang van zynen dienst ontfangt. Na dat de Knegt zoo veel Weeken gediend heeft als het Kleed Ryxdaalders kost, word hem den dienst opgezegt, en ontfangt by zynen afscheyd noch $15\frac{3}{4}$ Ryxd. Hoe lang is de Knegt by zyn Heer geweest? *Antw.* 21 Weeken.

118. Een Vader heeft vyf Kinderen die te samen 100 Jaaren oud zyn. Wanneer men de Jaaren van A, B, C met D en E multipliceert, komt 2100. Multipliceert men de Jaaren van B, C, D met E en A, komt 2379. C, D, E haar Jaaren met A, B gemultipliceert, komt 2500. Insgelyks D, E, A met B, C gemultipliceert, komt 2451. Eyndelyk E, A, B met C en D gemultipliceert zynde, komt 2356. Hoe oud is ieder Kind? *Antw.* A 27, B 23, C 20, D 18, en E 12 Jaaren.

119.

119. Een Winkelier verkoopt drie ſtukken Lijnwaat, daar van het ſtuk B 8 Ellen meer houd als A, en C 4 Ellen meer als B. Bekomt voor de El van A juyſt zoo veel Gulden als of 't getal der Ellens van C door B gedivideert wierde. Voor de El van B bekomt hy zoo veel Gulden als of men 't getal der Ellens van A door C divideerde, en voor de El van C bekomt hy zoo veel Guldens als of 't getal der Ellens van B door A wierde gedivideerd. Alzoo bedraagt de ſom van al de drie ſtukken te ſamen $56\frac{1}{4}$ Gulden. Hoe veel Ellen heeft ieder ſtuk gehouden? *Antw.* A 24, B 32 en C 36 Ellen.

120. Een *Arithmeticus* ſchryft een van zijne Scholieren twee Getallen voor, waar van het eene 75 meer is als het ander, om dezelve met elkander te multipiceeren. De Scholier zulks verrigt hebbende, word hem gelaſt de proef op 't werk te maaken, namentlyk, dat hy 't product wederom door 't kleynſte getal moet divideeren; zulks doende, bevond hy in 't quotient 227, en bleef nog 113 over. Daar op ſprak de Meeſter; hier uyt is openbaar dat gy niet wel hebt gemultipliceert, derhalven ziet het zelve beter na. Als de Scholier zyn fout ontdekt hadde, ſprak hy; ik hadde my in 't multipliceeren maar één vergiſt, alzoo ik in 't optellen niet heb gedagt aan het in den zin gehouden getal. De Meeſter antwoorde; gy hebt u niet ſlegts 1, maar wel 1000 vergiſt. Wat getallen zyn de Scholier voorgeſteld? *Antw.* 234 en 159.

Een Rekenaar vermag geen eene fout begaan,
Want feylter maar een tal, 't zal alles qualyk ſtaan.

121. Daar zyn drie getallen wier ſom is 20, de ſom der quadraaten 152, en het product der drie getallen 224. Wat getallen zyn het?

Antw. $6 - \sqrt{8}$, $6 + \sqrt{8}$ en 8. *

122. Vind twee getallen daar van de ſom, het product, als ook het verſchil haarder quadraaten elkander gelyk zyn.

Antw. $\sqrt{1\tfrac{1}{4}} + 1\tfrac{1}{2}$ en $\sqrt{1\tfrac{1}{4}} + \tfrac{1}{2}$. †

123. Daar is een *Geometriſche Progres* van 4 Termen, zoo men van dezelve 5, 6, 10, 18 ſubſtraheerd dan reſt 'er een *Arithmetiſche Progres*. Welk is dezelve? *Antw.* 27, 36, 48, 64.

124. Daar zyn drie getallen, multipliceerd men het eerſte met het Quadraat des tweeden en het komende met den Cubo des derden, komt 1296. Het tweede gemultipliceerd met het Quadraat des derden, en verder met de Cubo des eerſten komt 486. Insgelyks het derde gemultipliceerd met het Quadraat des eerſten en vervolgens met de Cubo des tweeden, komt 432. Wat getallen zyn het? *Antw.* $\sqrt{4\tfrac{1}{2}}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$.

125.

---

* *No.* 353 *van 't 1ſte Duyzent der Mathematiſche Liefhebbery is ſoortgelyke* † *Dit is het 24ſte Voorſtel der Algebra van* C. Wolf, *Mathes.* Tom. IV. Pag. 1590. § 85. Halle 1737, *zie ook* A. de Graaf *Inleyding No.* 167 *en* P. Venema *No.* 15.

125. Twee Broeders zyn te ſamen 30 Jaaren oud; wanneer men het Quadraat van 't getal der Jaaren des eenen van 545, en het Quadraat van 't getal der Jaaren des anderen van 745 aftrekt, zoo reſt 'er telkens wederom een Quadraatgetal en de ſom der wortelen van deze twee laatſte Quadraaten doet 40. Hoe oud is ieder geweeſt? *Antw.* A 17 en B 13, of A $10\frac{1}{3}$ en B $19\frac{2}{3}$ Jaar.

126. Vind twee getallen, hebbende deze eygenſchap; zoo men het drievoud des eerſten multipliceert met 27 minder als het tweede, en het vyfvoud van 't tweede multipliceert met 45 minder als het eerſte: van dit laatſte het eerſte product geſubſtraheerd dat de reſt nog twintigmaal zoo veel is als de ſom van beyde getallen. Wat zyn het voor getallen? namentlyk de kleynſte in heele, en hoe veel Antwoorden in heele getallen konnen hier op gevonden worden? *Antw.* de kleynſte zyn 98 en 122, en tot deze kan men nog vier Antwoorden in heele getallen vinden.

127. Vind nog twee heele getallen, wanneer men tot het eerſte 9 addeert, de ſom met het zevenvoud des tweeden multipliceert; ook wanneer men tot het tweede getal 60 addeert, en de ſom met het vyfvoud des eerſten getals multipliceert, beyde producten addeert, dat deze ſom zoo veel is als of men de ſom van beyde getallen hadde met 343 gemultipliceert. Welke getallen zyn het? *Antw.* 24 en 129.

128. Vind vier na believen geheele getallen wiens ſom 1000 is. Wanneer men twee van dezelve

te samen addeert dat 'er zes getallen in een *Arithmetische Progres* komen. Men vraagt hoe veel Antwoorden hier op in heele getallen konnen gevonden worden? De Autheur zegt 35, en *P. Karman* 62.

129. Vind nogmaal vier na believen geheele getallen; wanneer men twee van dezelve te samen addeert dat 'er zes getallen in een *Arithmetische Progres* komen, en dat de som dezer zes getallen het Jaargetal 1716 zy. Hoe veel Antwoorden konnen hier op gevonden worden? De Autheur zegt 20, en *P. Karman* 35.

130. Een groot Potentaat hadde een Stad belegerd, en was'er zoo na by dat dezelve zoude bestormd worden, waar toe 6000 Man wierde gecommandeert, die na hun Montuur in vier hoopen onderscheyden waaren. Om dezelve tot dapperheyd aan te moedigen, toonde hy hen een brave zak geld; met belofte zooze de Storm wonnen dat hy dit geld onder hen zoude laaten uytdeelen in dezer voegen; dat de hoop die by de verovering der Stad de voorste zouden zyn, ieder van hen *f* 10, en de drie andere hoopen het overige tot gelyke deel hebben. Hier op wierde bevonden, wanneer de Roodrokken de eerste waaren dat dan ieder van de overige manschap bekwam *f* 4. Zyn de Blaauwrokken de eerste, dan had ieder van de andere *f* $3\frac{2}{4}$. Zyn de Geelrokken de eerste, dan elk van de overige *f* $2\frac{6}{7}$. En zoo de Witrokken de eerste zyn, dan bekwam hooft voor hooft ieder van de overige *f* $2\frac{1}{2}$. Vraage hoe veel geld, en hoe veel onderscheiden

den manschap daar geweest zyn? *Antw.* *f* 30000. Roodrokken 1000. Blaauwrokken 1200. Geelrokken 1800. en Witrokken 2000.

131. Een Vader heeft 3 Zoonen wier Jaaren staan in een Geometrische Progressie: substraheert men 6 van des Vaders Jaaren zoo staanze mede in dezelve Progressie. Addeert men beyder jongstens tot des Vaders Jaaren komt 100, maar addeert men des jongsten en oudsten Jaaren tot des Vaders komt 112. Hoe oud is de Vader en ieder Zoon? *Antw.* 60, 36, 24, 16 Jaaren.

132. Iemand doet 800 Ryxdaalders op Intrest aan drie onderscheyden Persoonen tegen gelyke Intrest ten 100 in 't Jaar. Na verloop van 2 Jaaren brengt A wederom 364$\frac{7}{12}$ Ryxd. aan Capitaal en simple Intrest. B na 2$\frac{1}{2}$ Jaaren 308$\frac{1}{8}$ Ryxd. en C betaalt het zyne over 4 Jaaren, namentlyk 310 Ryxd. Hoe veel heeft ieder van de 800 Ryxd. ontfangen?
Antw. A 312$\frac{1}{2}$, B 255 en C 232$\frac{1}{2}$ Ryxdaalder.

133. Twee begeeren met elkanderen te ruylen; A heeft 80 Ellen Fluweel daar van hy de El *f* 2 hooger in Mangeling steld als die contant waardig is, en wil $\frac{3}{16}$ in geld hebben. B heeft Atlasch daar van hem de El *f*. 6$\frac{3}{8}$ contant kost, en bekomt A nevens het geld zestienmaal zoo veel Ellen Atlasch als de El van dezelve in Mangeling Guldens gesteld is, en dus is de Mangeling gelyk. Vraage hoe veel de El Fluweel contant gekost heeft, en hoe hoog de El Atlasch in Mangeling gesteld is? *Antw.* de El Fluweel

koſt contant *f* 10, en de El Atlaſch is in Mangeling geſteld op *f* $7\frac{1}{2}$.

134. Daar zyn drie getallen waar van A 3 meer doet als B, en B 6 meer als C. Wanneer men de drie getallen met elkander multipliceert en tot het product de ſom der drie getallen, 34 maal genomen, addeert, zoo komt 'er 682. Wat getallen zyn het? *Antw.* A 10, B 7 en C 1.

Geſchikte ſolutie door de Cubicq Cos.

Steld $A = x$, $B = x - 3$ en $C = x - 9$,

zoo bekomt men deze Æquatie;

$x^3 - 12xx + 129x - 1090 = 0$, heelt de Cubicq

$x^3 - 12xx + 48x - 64 = -81x + 1026$

$\sqrt[3]{}$

$x - 4 = \sqrt[3]{-81x + 1026}$

$x = 4 + \sqrt[3]{-81x + 1026}$

met $+ 4 \quad - 324$

$- 324 \quad 702.$

Nu heeft men deze Æquatie;

$x^3 = -81x + 702$

of

of $x^3 + 81x = 702$

$$\frac{3}{+27}\ \overset{3}{\surd}\qquad \frac{2}{351}\ \overset{2}{\surd}$$

$$+19683 \quad + 123201$$
$$+ 19683$$
$$\overline{\quad 142884 \quad}$$

$\overset{2}{\surd}\ \overline{\qquad}$

± 378 dit geadd. tot, en gesubstr.

van de helft des ledigen getals, komt

$$\begin{array}{l|l|l} +351+378 & +729 & +9 \\ +351-378 & -27 & -3 \end{array}$$

(the second line is headed $\overset{3}{\surd}$)

$x = 6$ des *Radicis* waarde uyt de laatste Æquatie, daar toe addeert 4, dewyl de eerste Æquatie om 4 vermindert is, zoo komt $x = 10$ voor A, dienvolgens $B = 7$ en $C = 1$.

135. Vind een getal, zoodanig, wanneer men tot haar *Cubo* vyftienmaal de *Pronik* van 't zelve getal addeert dat 'er 1183 komt. *Antw.* 7.

Steld dat het getal x zy, zoo vind men deze Æquatie;

$x^3 + 15xx + 15x - 1183 = 0$, heelt de Cubicq

$$\overset{3}{\surd}\ \overline{x^3 + 15xx + 75x + 125 = 60x + 1308}$$

$$x + 5 = \sqrt[3]{60x + 1308}$$

 of

$$\text{of } x = -5 + \sqrt[3]{60x + 1308}$$

met $-5, \quad -300$

$$-300 + 1008$$

Nu is de *Radices* om 5 grooter gemaakt, en men heeft

$$x^3 = 60x + 1008$$

of $x^3 - 60x = 1008$

3 ——— 2 ———

$-20 \qquad +504$

——— $\sqrt[3]{\ }$ ——— $\sqrt[3]{\ }$

$-8000 \qquad +254016$

-8000

$+246016$

$\sqrt[2]{\ }$ ———

$+496$

De helft van 't ledige getal

$+504 \qquad +504$

$+496 \qquad -496$

$+1000 \qquad +8$

$\sqrt[3]{\ }$ ——— $\sqrt[3]{\ }$ ———

$+10 \qquad +2$

$+2$

$x = 12$ des *Radicis* waarde uyt de laatste Æquatie, en dewyl dezelve om 5 vergroot is

zoo fubftraheert 'er 5 van, zynde het derde deel van het xx getal, dan reft 'er 7, de waarde van x uyt de eerfte Æquatie, overzulks is 7 het begeerde getal.

136. Iemand heeft een fchoon Mathematifch Boek gekogt voor zoo veel Ryxdaalders, dat, wanneer men dezelve met 696 multipliceert, tot het product den Cubum addeert, zoo komt 'er zoo veel als of men deffelfs Quadraat 48 maal tot 2664 addeert. Hoe veel heeft het Boek gekoft? *Antw.* 6 Ryxdaalders.

Steld dat het Boek gekoft heeft x Ryxd. zoo is

$$x^3 - 48xx + 696x - 2664 = 0, \text{ heelt de Cubicq.}$$

$$\sqrt[3]{\quad x^3 - 48xx + 768x - 4096 = 72x - 1432}$$

$$x - 16 = \sqrt[3]{72x - 1432}$$

$$x = 16 + \sqrt[3]{72x - 1432}$$

$$\text{met } + 16. \quad + 1152$$

$$+ 1152 \qquad - 280$$

Hier is de *Radices* om 16 kleynder gemaakt, en men heeft

$$x^3 = 72x - 280$$

 of

of $x^3 - 72x = -280$

$$\begin{array}{rr} 3\overline{\quad\quad} & 2\overline{\quad\quad} \\ -24 & -140 \\ \overline{\quad\quad}\sqrt[3]{} & \overline{\quad\quad}\sqrt[2]{} \\ -13824 & +19600 \\ & -13824 \\ \hline & 5776 \\ & \sqrt[2]{\overline{\quad\quad}} \\ & \pm 76 \end{array}$$

De helft van 't ledige getal

$$\begin{array}{rr} -140 & -140 \\ +76 & -76 \\ \hline -64 & -216 \\ \sqrt[3]{\overline{\quad\quad}} & \sqrt[3]{\overline{\quad\quad}} \\ -4 & -6 \\ -6 & \\ \hline \end{array}$$

$x = -10$ des *radicis* waarde uyt de laatste Æquatie, addeert hier 16 toe, zynde het derde deel van 't xx getal, alzoo de *radices* om zoo veel vermindert is, komt $x = 6$, en zoo veel Ryxdaalders heeft het Boek gekoft.

'tZoude een voortreffelyke zaak zyn wanneer de Cubicq Cos haar altyd in zulkervoegen liet behandelen als in deze drie Exempelen, maar dewyl zulks zoo niet is, en ook niet kan zyn, is men genoodzaakt het werk te nemen zoo als het na gesteldheyd der zaken voorkomt, en al-

zoo

zoo 'er gemeenlyk Binomiums opdoen dewelke wegens de aangehegte tekenen een zeldzaame vertooning maaken, zoo kan men deswegen in de voorbereyding van dit Boekje raadplegen. Middelerwyl heb ik hier willen aantoonen dat men de Cubische Æquatien ook door rationale getallen verklaaren kan, alzoo deze drie voorgaande Voorstellen na de drie Hooftregulen der Cubicq Cos gerigt zyn, en men kan van soortgelyke met weynig moeite zoo veel opstellen als men begeert, doch ik zal het hier by laten.

137. Gegeven zynde twee op elkandervolgende heele Cubicq getallen na believen als 1331 en 1728, welker wortelen zyn 11 en 12. Men vraagt hoe men uyt dezelve alle volgende Cubicq getallen zoo veel men begeert, door eene eenvoudige additie vinden kan.

Laat de wortels zyn	en de Cubicquen
x	x^3
$x+1$	$x^3+3xx+3x+1$ } substr.
$x+2$	$x^3+6xx+12x+8$ }

$$3xx+9x+7$$

't verschil van beyde eerste $3xx+3x+1$

$$6x+6$$

6 — $x+1$ de 2de Wortel.

Hier uyt kan men zien hoe men moet werken; namentlyk, multipliceert de tweede Wortel,

tel, zynde 12, met 6, komt 72, dit geaddeert tot het verſchil van beyde Cubicqien 397, komt 469, dit geaddeert tot de grootſte Cubo 1728, komt 2197 voor de volgende Cubus wiens Wortel is 13, deze gemultipliceert met 6, komt 78, dit geaddeert tot het laatſt genoemde verſchil 469, komt 547, dit tot de laatſte Cubo 2197 geaddeert, komt de volgende Cubus 2744, enz. De bewerking zonder woordelyke uytbreyding is klaar, zoo aan 't volgende te zien is.

11 . . . 1331	15 . . 3375
+ 397. add. 72	+ 721. add. 96
12 . . . 1728	16 . . 4096
+ 469. add. 78	+ 817. add. 102
13 . . . 2197	17 . . 4913
+ 547. add. 84	+ 919. add. 108
14 . . . 2744	18 . . 5832
+ 631. add. 90	+ 1027. add. 114
15 . . . 3375	19 . . 6859 enz.

138. My is in een ordentelyke Solutie (welker opgave ook in dit Boek te vinden is) voorgekomen

$a^3 - 3ab - 2484 = 0$, en $b^3 + 105ab + 35721 = 0$.

De vraag is hoe uyt deze a en b door geſchikte Rekening te vinden zyn?

Antw. $a = 12$, en $b = -21$.

139. Daar zyn twee vierkante Æquatien, namentlyk $axx-9x-40=0$, en $axx+6x-72=0$. Wanneer men uyt ieder Æquatie de waarde van x zoekt, en dezelve met elkander multipliceert, komt 6. De vraag is wat a (zynde een zelfde xx getal) voor een getal is? *Antw.* 10. De *Radices* zyn $2\frac{1}{2}$ en $2\frac{2}{5}$.

140. Twee andere vierkante Æquatien, namentlyk $axx-6x-8=0$, en $bxx+10x-20=0$. Het product ab doet 14, en wanneer men beyde waare *radices* met elkander multipliceert, komt 4. Vraage wat getallen a en b beduyden? *Antw.* a is $\frac{63}{25}$ en b $\frac{50}{9}$. De *Radices* zyn $3\frac{1}{3}$ en $1\frac{1}{5}$.

141. Men heeft nog twee Vierkante Æquatien in dezer voegen;

$$axx+bx=4a+b+c$$
$$axx=cx+\frac{1}{4}a+4b+2c.$$

Wanneer men beyde waare *Radices* met elkander multipliceert, komt 20. Zoo $2a+5=4\frac{1}{2}b$ en c 5 meer als b is, word gevraagd wat Æquatien het zyn?

Antw. $1\frac{1}{4}xx+1\frac{2}{3}x=13\frac{1}{3}$
$1\frac{1}{4}xx=6\frac{2}{3}x+20\frac{5}{16}$.

142. Daar zyn nog twee Vierkante Æquatien, [illegible]

$$xx+zx-a=0$$
$$xx-yx-b=0.$$

Wanneer men beyde waare *Radices* te samen addeert, komt $z+y+1$, daar van doet y twee meer

meer als z, en *a* drie meer als *b*, maar *b* is twee maal zoo veel +1 dan z. Wat zyn het voor Æquatien?

Antw. $xx+2x-8=0$
$xx-4x-5=0$.

143. Twee Æquatien } $xx-ax-b=0$
$yy+cy-d=0$.

De som van *a*, *b*, *c*, *d* is 38, en deze vier getallen staan in een opklimmende *Arithmetische Progres.* De som van beyde *Radices* $x+y$ is 10. Welke Æquatien zyn het?

Antw. $xx-8x-9=0$
$yy+10y-11=0$.

144. Nog zyn 'er 2 Æquatien } $xx-ax-b=0$
$yy+cy-d=0$.

De som van *a*, *b*, *c*, *d* is 76. De som van $a+c$ is evenveel als het verschil van $b-a$, en de som van $b+c$ is zoo veel als het verschil van $d-c$, en de som van beyde *Radices* $x+y$ is zoo veel als het Quadraat van *c*.

Antw. $xx-10x-24=0$
$yy+4y-32=0$.

145. Iemand heeft een Vat Wijn, daar uyt tapt hy 4 Stoopen en doet in desselfs plaats zoo veel water daar by. Van zulken gemengde Wijn tapt hy wederom 4 Stoopen en vuld het daar tegen met zoo veel water op. Daar uyt tapt hy nogmaal 4 Stoopen en vuld desselfs plaats met water,

ter, bevind dan 2$\frac{1}{4}$ Stoop water meer als Wijn in 't Vat te zyn. Men vraagt hoe veel Wijn in 't begin in 't Vat geweest is? *Antw.* 16 Stoopen.

146. Een Tapper had een Vat Wijn daar van hem de Stoop koste *f* 2, doch was bedugt dat hy deselve zoo hoog niet zoude kunnen uyttappen, wierde daarom te raade om dezelve met slegter Wijn die hem de Stoop koste 22 stuyvers, te vermengen: tapte overzulks 6 Stoopen uyt het eerste Vat en vulde het wederom zoo veel op uyt het andere Vat; deede zulks nog tweemaal, en bevond eyndelyk dat de Stoop van de gemengde Wijn kwam te staan op 32$\frac{5}{12}$ stuyver. De vraag is hoe veel Stoopen het eerstgenoemde Vat gehouden heeft? *Antw.* 36 Stoopen.

147. Daar zyn twee getallen; zoo men het dubbel van B addeert tot A en de som met A multipliceert, komt 63: maar zoo men het drievoud van A tot B addeert en de som met B multipliceert, komt 66. Welke getallen zyn het?
Antw. A $\sqrt{27}$ en B $\sqrt{12}$.

148. Vind drie getallen; wanneer men de som van *a* en *b* multipliceert met *c*, komt 100. De som van *b* en *c* gemultipliceert met *a*, komt 70. En de som van *c* en *a* gemultipliceert met *b*, komt 80. Welke getallen zyn het? *Antw* *a* $\sqrt{20\frac{5}{11}}$, *b* 30$\frac{5}{9}$ en *c* $\sqrt{99}$. De Autheur zegt *a* $\sqrt{\frac{1125}{28}}$, *b* $\sqrt{\frac{875}{36}}$ en *c* $\sqrt{\frac{315}{4}}$, doch dan moet men in plaats van 70, 87$\frac{1}{2}$, en in plaats van 80, 75 lezen.

149. Een gegeven menigte Breuken wiens Tellers zyn 1, en de Noemers de naastvolgende Trigonaal-

gonaal-getallen, als $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, $\frac{1}{28}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{45}$ &c. Hoe men terstond de som van deze Breuken kan aantoonen.

R E G E L.

Men noemt de Trigonaal-wortel uyt de laatste Noemer, daar van substraheert 1; addeert 'er ook 1 toe; de rest en de som geven de Teller en Noemer des Breuks of der begeerde som.

Als; uyt 45 is de Trigonaal-wortel 9, daar van 1 gesubstr. en ook 1 toe geaddeert, zoo is de Breuk $\frac{8}{10}$ of $\frac{4}{5}$ de som van al de Breuken. Of wanneer de Breuken zoo ver voortgezet worden dat de laatste Noemer was 5050, dessels Trigonaal-wortel is 100, overzulks de som van al de Breuken $\frac{99}{101}$, enz. *

Van gelyken kan men ook de som der Breuken zoer ligt aantoonen wanneer de Noemers de naastvolgende *Pronik*-getallen zyn. Als; gegeven zynde deze Breuken $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{72}$. Zoo is derzelver som $\frac{8}{9}$, want de Pronik-wortel uyt de laatste Noemer 72 is 8, zynde de Telder, en 1 daar toe geaddeert, komt 9 voor de Noemer, en zoo voort tot in 't oneyndige.

---

* P. *Moolenaar* en P. *Karman* geven in hun eerste Stukje van de Mathematische Liefhebbery Pag. 14 op de som van *n* zulke Breuken deze Formule; $\frac{n}{n+2}$

150. Vind een getal, wanneer men al deszelfs deelbaare Deelders met elkander multipliceert dat 'er zoo veel komt als of men het getal quadrateerd.

Antw. 12, de Deelders zyn 1,2,3,4,6. 't Product 144.
of 20, de Deelders zyn 1, 2, 4, 5, 10. 't Prod 400.
of 45, de Deelders zyn 1, 3, 5, 9, 15. 't Prod. 2025.
En veel andere meer.

151. Vind een getal hebbende deze eygenschap; wanneer men al deszelfs deelbaare Deelders met elkander multipliceert dat 'er zoo veel komt als of men het getal cubeert.

Antw. 24, de Deelders zyn 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12.
40, de Deelders zyn 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20.
Als ook 42, 66, 78, 105, 135, 165,
en andere meer.

152. Nog een getal te vinden, wanneer men al deszelfs deelbaare Deelders met elkander multipliceert dat 'er zoo veel komt als of men het getal zens-zensicé multipliceert

Antw 48. Deelders 1, 2, 4, 8, 16, 3, 6, 12, 24.
80. Deelders 1, 2, 4, 8, 16, 5, 10, 20, 40.
405. Deelders 1, 3, 9, 27, 81, 5, 15, 45, 135.

En andere meer.

153. *M. Stifelius* heeft in de Aanhang van de Cos *Rudolphi* * twee getallen gezet, namentlyk 220 en 284, die zulken eygenschap hebben dat de even-

* Pag. 819. Amsterdam 1615.

evenmatige Deelen van het kleynste getal te samen geaddeert zoo veel doen als het grootste getal, en de Deelen van het grootste getal geaddeert doen te samen zoo veel als het kleynste getal, zoo als uyt het volgende te zien is;
220, de Deelen zyn 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, wier som is 284, het grootste getal.
284, de Deelen zyn 1, 2, 4, 71, 142, wier som is 220, het kleynste getal.
De vraag is hoe deze getallen te vinden? en of 'er meer konnen zyn?

Stifelius zegt dat deze getallen zonder Algebra op een Theoretische wyze door bloote getallen gevonden worden. Of schoon de Algebra de weg hier toe ook baanen kan, zoo zal ik egter dezelve voor ditmaal aan een zyde zetten, en na des Autheurs begeeren door bloote getallen verklaaren.

Nota. Het fondament is een Geometrische Progres in dubbele proportie aldus 2, 4, 8, 16, 32 &c.
Wy zullen eerst het kleynste getal 2 nemen.

Als	2	2	Quadraat 4	
altemaal met	3 . .	6	18	
	6	12	72	
substr.	1	1	1	
	5 . .	11	71	deze drie moeten eerst getallen zyn.
		met 5	met 4	
		55	284	't grootste getal.
		met 4 het dub. van 2.		
		220 het kleynste getal.		

Nu

Nu zullen wy 't ook verrigten met het volgende getal 4.

```
               4        4  Quadraat 16
altemaal met   3 . . .  6 . . . . . . 18
              ----     ----          ----
              12       24            288
     fubftr.   1        1              1
              ----     ----          ----
              11 . . . 23 . . . . . . 287, deze drie
```

moeten eerst getallen zyn; 11 en 23 zyn wel zoodanig, maar 287 is een t' famengezette door 7 en 41, dienvolgens gaat dit niet aan.

Ten derden zullen wy het getal 8 voor ons nemen.

```
              8      8  Quadraat 64
altemaal met  3 . .  6 . . . . . . 18
             ----  ----         ----
              24    48          1152
    fubftr.    1     1             1
             ----  ----         ----
              23 . . 47 . . . . 1151 dit zyn drie eerst
            met 23          met 16   ( getallen.
             ----             -----
             1081             18416 het grootste ge-
            met 16 het dub. van 8.         ( tal.
             ----
             17296 het kleynste getal.
```

17296, de Deelen zyn 1, 2, 4, 8, 16, 23, 46, 47, 92, 94, 184, 188, 368, 3-6, 752, 1081, 2162, 4324, 8648, wier fom is 18416 het grootste getal.

18416, de Deelen zyn 1, 2, 4, 8, 16, 1151

 2302

2302, 4604, 9208, wier som is 17296 het kleynste getal

Wie 't lust mag deze verder naspeuren.

154. Hoe oneven getallen, mits deelbaar zynde, in twee deelen te verdeelen zyn. By voorbeeld, het getal 77407. Alvoorens onderzoekt men of het getal door 3, 5, 7, 9 deelbaar is, het welk men met een opslag zien kan, en zoo zulks niet is, zoo zoekt een Quadraat-getal, wanneer men het zelve tot het gegeven getal addeert, dat 'er wederom een Quadraat-getal komt.

Deze Quadraat getallen vind men aldus;

Neemt de naast grootste Quadraat wortel uyt het gegeven getal 77407; dezelve is 279. Steld nu

$$\frac{x+279}{\qquad\qquad}\surd$$

komt $xx+558x+77841$

substr. het gegeven getal 77407.

$$xx+558x+434=\square$$

$xx+2ax+aa$ een $\square$ wiens wortel $x+a$ is.

$$558x-2ax=aa-434$$

$$x=\frac{aa-434}{558-2a}$$

Nu moet men a in diervoegen nemen dat daar door voor x een heel getal komt, en kan zulks niet geschieden zoo is 't een teken dat het gegeven getal ondeelbaar is. Hier neemt men

$a=$

$a = 52$, zoo is $x = 5$, resolveert daar meede $xx + 558x + 434$, komt 3249 het begeerde Quadraat getal.

$$\frac{\begin{array}{r} 77407 \\ +\ 3249 \end{array} \cdot \sqrt[2]{\ } \cdot 57}{80656 \cdot \sqrt[2]{\ } \cdot 284}$$

som 341	}	beyde begeer-
rest 227	}	de Deelen.

Ik weet wel dat hier nog een harde knoest overblyft, namentlyk hoe men het getal a, hier boven, vinden zal, daar mede x heel komt. Ik heb het hier slegts eerst onderstaan en een ontwerp gemaakt om daar door de Liefhebbers aan te moedigen ofze het getal a door geschikte rekening konnen uytvinden, dan was deze, anderzints zwaare zaak, uyt de grond opgehaald.

155. Divideer 7 door $2 + \sqrt[3]{6}$ dat de deeling werklyk geschiet

$2 + \sqrt[3]{6}$ de deeler. 7 't getal dat gedeeld moet worden.

met $2 - \sqrt[3]{6}$ het tegend. $2 - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4\tfrac{1}{2}}$

$$4 + \sqrt[3]{48} \qquad 14 - \sqrt[3]{2058} + \sqrt[3]{1543\tfrac{1}{2}}$$

$$- \sqrt[3]{48} - \sqrt[3]{36} \qquad 7$$

Antw. $2 - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4\tfrac{1}{2}}$

$$\begin{array}{rr} 4 & -\sqrt[3]{36} \\ +3 & +\sqrt[3]{36} \\ \hline 7 & \end{array}$$

Wanneer men $-\sqrt[3]{36}$ wil weg doen dan moet deſſelfs contrarie teken $+\sqrt[3]{36}$ komen, divideert het zelve door 't ledige getal 2, komt $+\sqrt[3]{4\frac{1}{2}}$, multipliceert ook daar mede den deeler $2+\sqrt[3]{6}$, komt $3+\sqrt[3]{36}$, en is alzoo de multiplicant $2-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4\frac{1}{2}}$.

My is niet onbekent dat dit door ſommige op een andere manier gemaakt word, maar op dat men het onderſcheid mag zien heb ik myn methode hier gebruykt.

156. Divideer 28 door $3+\sqrt[5]{9}$. *Antw.* $9-\sqrt[5]{2187}+\sqrt[5]{81}-\sqrt[5]{3}+\sqrt[5]{\frac{1}{9}}$.

Wanneer men na voorgaande aanleidinge te werk gaat zal men ſpoedig het begeerde bekomen.

157. Extraheer de Radix Quadraat uyt $\sqrt[3]{338+\sqrt{114308}}+\sqrt[3]{338-\sqrt{114308}}$. *Antw.* $2+\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$.

158. Extraheer de Radix Quadraat uyt $81+22\sqrt{2}+6\sqrt{3}-2\sqrt{5}+6\sqrt{15}+12\sqrt{30}$. *Antw.*

Dit is my van den Heer *Hendrik Meisner* voorgeſteld, en alzoo ik in de ſolutie bevond dat het een kunſt-ſtukje is, byzonder om dat de Radix uyt meer deelen beſtaat als het Quadraat zelven, zoo heb ik het Facit agter gehouden, op dat de

Lief-

Liefhebbers zulks uyt vrye onbedwongen ſolutie mogen vinden. *

159. Extraheer de Radix Cubum uyt $440+324\sqrt{2}-264\sqrt{3}-180\sqrt{6}$.

Antw. $2+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-1\sqrt{6}$.

160. Drie Vrouwen *Anna*, *Barbara* en *Catharina*, koopen van zeker Stof A 40, B 32 en C 16 Ellen. Van een ſtuk Zyde A 6, B 7 en C 4 Ellen. Nog van een ſtuk Baſt A 36, B 28 en C 14 Ellen, maar niemand van haar kan het zyne betaalen, dieswegen zegt A tot B en C geeft my ½ van uw geld tot het myne en 96 ſtuyvers zoo kan ik myn ſchuld betaalen. B zegt tot A en C geeft my ⅓ van uw geld en 96 ſtuyvers zoo kan ik A haar ſchuld ook betaalen, maar aan myn ſchuld ontbreekt my nog buyten uw hulp *f* 22 : 4 : ,. C zegt, my ontbreekt maar *f* 3 : 16 : , doch ik heb zoo veel by my, dat, wanneer gy my de helft van uw beyder geld geeft zoo kan ik A haar ſchuld betaalen en houde nog *f* 3 : 4 : , over. A vereerd haar Dienſtmaagt tot een Kermis 1 El Baſt en 1½ El Zyde, en zulks bedraagt na bovengenoemde prys *f* 2 : 13 : , Men vraagt hoe duur de El van ieder Stof geweeſt is? als ook hoe veel geld ieder Vrouw by haar gehad heeft? *Antw.* de El Stof 22, Zyd 28 en Baſt 18 ſtuyvers. A had 64, B 48 en C 32 gulden. *Michael Scharff.*

* *C. Noort* heeft deze ontbonden in de Maandelykze Mathematiſche Liefhebbery voor de maand February 1764 No. 137. P. 50–52.

161. Ik heb twee getallen, wanneer ik het Quadraat van haar ſom multipliceer met het verſchil der getallen, komt 'er 60, maar wanneer ik 't genoemde verſchil multipliceer met het Quadraat van 't grootſte getal 100 komt 'er 20. Wat getallen zyn het? *Antw.* $\sqrt[3]{\sqrt{4800}-40}$ en $\sqrt[3]{40+\sqrt{1200}}$.

162. Daar is een *Harmoniſche Progres* van drie Termen, wiens ſom doet 69. Wanneer men het verſchil van de twee eerſte met het verſchil van de twee laatſte Termen met elkander multipliceert, komt tot product 90. *Antw.* 14, 20, 35.

163. Een *Harmoniſche Progres* van drie Termen, heeft deze eygenſchap, wanneer men dezelve met elkander multipliceert is 't product 80, maar zoo men haar Quadraaten addeert, komt 76. Welk is dezelve? *Antw.* $5-\sqrt{5}$, 4, $5+\sqrt{5}$.

164. Drie getallen eener *Harmoniſche Progres* wier ſom doet 32½. De ſom haarer Quadraaten doet even veel als derzelver product wanneer alle de drie getallen met elkander wierden gemultipliceert. Wat getallen zyn het?

Antw. $13-\sqrt{84\frac{1}{2}}$, $6\frac{1}{2}$, $13+\sqrt{84\frac{1}{2}}$.

165. Hoe veel? en welke rationaale Poligonaal-wortelen konnen uyt 25 getrokken worden? de wortelen mogen zyn in geheele en gebroken getallen? *Antw.* 17.

Van deze zaak hebben de Rekenaars in voorige

rige Eeuw veel ophef gemaakt, en dezelve in hunne schriften als een ongemeen konst-stuk aangehaalt; eenige hebbenze ook in hunne konstige Woord-rekeningen ingelascht, waar in zy egter niet wel plooyen, om datze veel antwoorden konnen lijden. Om het zelve regt uyt de grond na te vorschen heb ik wel eer dit Voorstel in 't Appendix van de Konst-spiegel voorgesteld, maar alzoo men hier van geen werk heeft gemaakt, heb ik 't eenige Jaaren daar na in myn Almanak op 't Jaar 1699 wederom aangeroert, en gezegt dat 'er 47 rationaale Poligonaal-wortelen uyt het getal 105 konnen getrokken worden, zonder meer. Alzoo het voor ongeloofslyk wierde gehouden dat men de menigte der Antwoorden onfeylbaar kan aantoonen, heb ik toenmaals eenige goede Vrienden deze myne inventie mede gedeelt, die zy voldoende bevonden hebben. Ik zal de konstlievende Lezer zulks ook voor oogen stellen, en de waare oorspronk uyt de Algebra afleyden.

Generaale Solutie.

Steld de Poligoon of veelhoek $= x$, desselfs Wortel $= y$, en 't gegeven getal $25 = a$, zoo heeft men

$$\overline{\tfrac{1}{2}x - 1} \times yy - \overline{\tfrac{1}{2}x - 2} \times y = a.$$

volgens de Regel op de vierkante Æquatien vind men

$$y = \tfrac{1}{4}x - 1 + \sqrt{\tfrac{1}{16}xx + \overline{\tfrac{1}{2}a - \tfrac{1}{2}} \times x - a + 1}$$ gedeelt door $\tfrac{1}{2}x - 1$. Dus moet $\tfrac{1}{16}xx + \overline{\tfrac{1}{2}a - \tfrac{1}{2}} \times x - a + 1$ een rationaal Quadraat zyn. Steld deszelfs wor-

tel $= \frac{1}{4}x + b$, zoo is

$$\frac{1}{16}xx + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2} \times x - a + 1 = \frac{1}{16}xx + \frac{1}{2}bx + bb.$$

$$\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2} \times x = bb + a - 1$$

$$x = \frac{2bb + 2a - 2}{a - b - 1}.$$

Om x gevoegelyk te ſolveren, alzoo het een heel getal moet zyn, zoo deelt $2bb + 2a - 2$ door $-b + a - 1$, komt $-2b - 2a + 2 + \frac{2aa - 2a}{a - b - 1}$

of $\frac{4aa - 4a}{2a - 2b - 2} \div (2a - 2 + 2b)$.

Om de Wortel te vinden.

De voorige Quadraat-wortel is $\frac{1}{4}x + b$, addeert daar toe $\frac{1}{4}x - 1$, komt $\frac{1}{2}x - 1 + b$, dit gedivideert door de deeler $\frac{1}{2}x - 1$, komt de Wortel

$$y = \frac{2b}{x - 2} + 1.$$

Verklaaring door Getallen.

Het gegeven getal a is $= 25$, overzulks $4aa - 4a =$ 2400. Zoekt nu uyt 2400 alle evenmatige Deelen, en ſchiktze onder elkander, zoodanig dat haar product het getal 2400 uytmaakt. Als

2400

	2400 .	1200 .	800 .	600 .	480 .	400 .	300.
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	8.
	2401 .	1202 .	803 .	604 .	485 .	406 .	308.
substr.	96.	96.	96.	96.	96.	96.	96.
Hoeken	2305 .	1106 .	707 .	508	389 .	310 .	212.

	240.	200 .	160 .	150 .	120 .	100.	96.	80.
	10.	12.	15.	16.	20.	24.	25.	30.
	250.	212 .	175 .	166 .	140 .	124 .	121 .	110.
substr.	96.	96.	96.	96.	96.	96.	96	96.
Hoeken	154.	116.	79.	70.	44.	28.	25.	14.

	75	. 60	50.
	32	. 40	48.
	107	. 100	
substr.	96	. 96	
Hoeken	11	. 4	

Deze twee laatsten vallen weg om datze een 2 Hoek geven, het welk geen plaats kan hebben.

Dus zyn'er 17 Poligonaalen begrepen in het getal 25.

Ik vermoed dat dit eenigzints duyster zal voorkomen, en dat 'er veele met een opslag niet zullen vatten hoe dit met de Algebrasche Solutie overeen komt, derhalven zal ik zulks nog kortelyk verklaaren. Alvorens is gevonden

$$x = \frac{4aa - 4a}{2a - 2b - 2} - (2a - 2 + 2b).$$

4aa

Nu is $\frac{4aa-4a}{2a-2b-2}$ overal gelyk het bovenste gedeelte van 't Deel in getallen, en $2a-2+2b$ overal gelyk het onderste gedeelte van 't Deel in getallen.

Wanneer men van het bovenste Deel $\frac{4aa-4a}{2a-2b-2}$ subſtraheert $2a-2+2b$ zoo komt het Poligoon x; doch dit laat zig hier zoo ligt niet doen. Wanneer men over zulks tot $2a-2+2b$, het welk gesubſtraheert moet worden, het onderste Deel $2a-2-2b$ addeert, zoo komt 'er $4a-4$ Hier uyt volgt, wanneer men beyde Deelen boven en onder addeert, en van de som $4a-4$, dat in dezen 96 is, subſtraheert, zoo moet het Poligoon x resteren, en dus is deze zaak kunstig en nadenkens waardig. Om de Wortel met weynig moeyte te vinden; dezelve is $\frac{2b}{x-2}+1$. Wanneer men van $2a-2$, dat hier 48 is, overal het onderste Deel subſtraheert zoo rest 'er altijd $2b$, deze door $x-2$, 't Arithmetisch verschil, gedivideert, en tot het quotient 1 geaddeert, zoo heeft men de Wortel. By voorbeeld; by de 14 Hoek is het onderste Deel 30, dat subſtraheert van 48, rest 18, deze rest gedivideert door 't arithm. verschil 12, komt $1\frac{1}{2}$, addeert 'er 1 by, komt $2\frac{1}{2}$ de 14 Hoekige wortel, en dus ook met andere. Zoo als 't hier met het getal 25 toedraagt, worden ook uyt

uyt alle getallen de veelhoeken gevonden. *

166. Hoe veel? en welke rationaale Poligonaal-Centraal Wortelen konnen uyt 26 getrokken worden? de Wortels mogen zyn in geheele of gebroken getallen *Antw.* 7.

Dit word ook door de Algebra gedemonſtreert, dog wy zullen 't voor ditmaal in de volgende Regel beſluyten.

REGEL.

Trekt 1 van 't gegeven getal, reſt 25; gedubbeleerd komt 50; gequadraateerd 2500, dit is 't getal waar uyt de Deelders gezogt worden Dubbeleerd 50 nog eenmaal, komt 100, dit is 't getal dat van de ſom der Deelders getrokken word.

	2500.	1250.	625.	500.	250.	125.	100	50.
	1.	2.	4.	5.	10.	20.	25	50.
	2501.	1252.	629.	505.	260.	145.	125.	
	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100	
Hoeken	2401.	1152.	529.	405.	160.	45.	25.	
Wortels	$1\frac{1}{49}$.	$1\frac{1}{24}$.	$1\frac{2}{23}$.	$1\frac{1}{9}$.	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{3}$.	2.	

Om de Wortels te vinden zoo trekt overal de onderſte Deeler van des eerſten tweevoud 50, de reſt divideert door 't getal des veelhoeks, en addeert 'er 1 toe zoo heeft men de Wortel.

167.

* Zie hier van meerder in de Maandelykze Mathematiſche Liefhebbery voor de Maand April 1759. Pag. 137—149.

167. Daar word gevraagt hoe veel heele Poligonaal-wortelen uyt 93016 konnen getrokken worden? *Antw*. 7.

Deze word na myn vinding aldus gemaakt; Dubbeleer het gegeven getal, komt 186032. Zoekt hier uyt al de Deelen en fchikt dezelve zoodanig dat de kleynfte boven en de grootfte onder komen. Van de onderfte fubftraheer alzints 2, de reft gedivideert door het bovenfte Deel min 1; wanneer dit juyft opgaat zoo addeer daar 2 by, dan komt de veelhoek, en desfelfs Wortel, zynde het bovenfte Deel, ftaat 'er regt boven.

	2.	4.	7.	8.	11.	14.
	93016.	46508.	26576.	23254.	16912.	13288.
fubftr	2.	2.	2.	2.	2.	2.
	93014.	46506.	26574.	23252.	16910.	13286.
	93014.	15502.	4429.		1691.	1022.
add.	2.	2.	2.		2.	2.
Hoek.	93016.	15504.	4431.		1693.	1024.

	16.	22.	28.	44.	56.	77.
	11627.	8456.	6644.	4228.	3322.	2416 &c.
fubftr.	2.	2.	2.	2.	2.	2.
	11625.	8454.	6642.	4226.	3320.	2414.
15		27				
	775.		246.			
add.	2.		2.			
Hoek.	777.		248.			

Dit

Dit zyn al de Poligonaalen welker Wortels in heele getallen zyn, die uyt 93016 kunnen gevonden worden,* maar wanneer men al de Poligonaalen uyt dit getal wilde hebben welker Wortelen zoo wel in gebroken als geheele getallen bestaan dan zoude men 767 Antwoorden vinden.

168. *De groote* Hannibal, *Carthagoos dapp'ren Held,*
Trok wel gewapent op manmoedig in het veld,
Om met het Leger der Romeynen slag te waagen;
Hy heeft dat magtig Heyr zoo deerelyk geslaagen
Dat hun Æmilius *met veertig duyzend man*
Op 't Slagveld sneuvelden; men zegt 'er ook dit van,
Dat Varro *door de vlugt wist naauwlyks te ontkomen,*
En dat men van de buyt aan Ringen heeft genomen
Zoo menig Schepel, dat, wanneer men die Cubeert,
En 't Schepels-tals quadraats tienvoud daar toe addeert,
Zoo komt' er een getal van elfmaal driewerf vyven
Met nog drie agtste deel. Ik laat het hier by blyven.
Zeg my nu Konstenaars, zeg my nu ten besluyt,
't Getal der Schepels 't geen Carthago kreeg ten buyt

Antw. $3\frac{1}{2}$ *Schepel vol.*

169.

---

* Zie het laatstgenoemde stukje voor de Maand April 1759. Pag. 149—157.

169. Als *Leopoldus* I. Roomskeyzer A°. 1673. den 5. 15. Octòber met de Aardshertoglyken Princes van Insspruk *Claudia Felicitas* te Gratz Byleger hield is hun Keyzerlyke Majesteiten van een Poëet het volgende Vers overhandigt.

Es masz ein herrlich Winckelmasz L
Den halben Mond ohn Unterlasz, C
So lang und viel van Zoll zu Zoll,
Bisz dasz der Mond ward rund und voll,
Und überscheinte Land und Leut,
Mit lang gewünschter Fruchtbarkeit.
Da sprach der Feind; Wanns also geht,
Der Sonnen-Zeiger nicht recht steht;
Zu starck istdiese Aderlasz,
Hör auff! Halt an *Felicitas*.

Wegens deze vinding wierde de Poëet geadelt; en met een goed aantal Guldens beschonken. Begeert men dezelve te weten zoo zet eenige *Decagonaal* en ook zoo veel *Triaconta-octagonaal* getallen en addeert ieder party zoo menigmaal tot dat het getal des *Aggregats* de Wortel 10 overtreft, dan komt uyt het laatste viermaal zooveel als uyt het eerste. De Wortel met het getal des *Aggregats* gemultipliceert toond het getal der Guldens. *Facit* 2000 Gulden.

170. Zoo de *Columnaar*-getallen uyt *Dodecagonaal-Centraalen* gelyk zyn aan de op elkander volgende *Quadraats-quadraat* getallen, dan vraagt men

men onder welk *Aggregat* dezelve wederzyds moeten ſtaan op dat de Wortelen in Rationaale getallen komen?

Antw. onder het 5de of 36ſte &c. *Aggregat.*

171. Trekt de *Radix Tetrahedraal* uyt $x^6 + 21 x^5 + 168 x^4 + 637 x^3 + 1175 xx + 1022 x + 336$ gedeelt door 6. *Facit.* $xx + 7x + 6$.

172. *Keyzer* Karel *de vierde*
Eens opgeſchooten wierde
Een groote ſomme geld
Door iemand welgeſteld,
Woonagtig binnen Praage.
Mogt men ons hier op vraage
Hoe veel Goutguldens dat
Die ſchuldbrief heeft bevat?
't Product dat zal 't ons leeren
Zoo wy gaan mult'pliceeren
Drie tallen met elkaar
Waar van het eerſte maar
Eenvyfde van het tweede,
En dat we'er zoo veel deede
Als 't vierde deel doen zal
Van 't overige tal.
Ik zal nog meer ophaalen,
En 't Voorſtel het bepaalen,
Op dat men het ontvoud;
Wanneer men vierkant bouwt
Uyt deze drie getallen
Verſchillende gevallen,
Als 't eerſt' Pirgoidaal,
'k Herhaale nog eenmaal
Van een vierkantig wezen,

Zoo moet ook zyn by dezen
Het volgende geval; maar
De Vierbeek Columnaar.
't Piramidaal *op 't derde*
Brengt met deez' twee te berde,
(Tot eene som geteld)
*Zoo als hier naast * gemeld.* * 2812985.
Ten eynde van drie dagen
Liet men den Keyzer vraagen
By deezen Heer te gast;
Hy gaf zyn knegten last
Nauwkeurig op te letten
Om voor den Vorst te zetten
Ten eynde van het maal
Een groote gouden schaal
Waar in de Schuldbrief leyde
Van al het geld, en zeyde,
Al 't geen u Majesteyd
Gebruykt heeft was bereyd
Voor hem en de and're Heeren,
Maar nu is myn begeeren
Dat gy ô Vorst alleen
Genieten zult het geen
Is in deez' Schaal geleegen;
Myn hart is tans geneegen
Te schenken u het gelt
't Geen ik u heb geteld.
Zeg my nu Rekenaar
Hoe groot die somme waar.
Antw. 100000 *Goutguldens.*

173. De Herderin *Phillis* hadde in haar Boomgaart 74 Bloemen geplukt, als Roozen, Angelieren en Leliën (doch 't meest' Roozen en 't minst' Leli-

Leliën) staande in een Geometrische Progres. Wanneer men het getal der Roozen maakt tot een 22 hoekigen *Columnaar*, 't getal der Angelieren tot een 18 hoekigen *Piramidaal*, en 't getal der Leliën tot een 12 hoekigen *Pirgoidaal* getal, en deze drie Lichamen te samen addeert zoo komt 'er 391741. Hier van wil zy een Krans vlegten en dezelve aan den Rekenaar schenken die dit kan oplossen. Hoe veel Bloemen zyn 'er van ieder soort geweest? *Antw.* 32 Roozen, 24 Angelieren en 18 Leliën

Dit is, zegt den Autheur, myn oude Lyfstukje het welk ik eertyds op mynen Naam in Rym gebragt heb, maar alzoo ieder naamsletter een geheel vers hadde, heb ik de Rym wegens haare wytloopigheid weggelaaten.

174. In een Koninkryk zyn zes Graafschappen die wy met A, B, C, D, E en F zullen benoemen, dezelve zyn na haar groote en vrugtbaarheid in behoorlyke Schatting aldus aangeslagen; A geeft 53687 en B 78145 Ryxdaalders. de andere vier zyn in de Canselary verzwegen gehouden; alleen heeft men bekent gemaakt dat F 24100 Ryxd. meer als D, en E 14460 Ryxd. meer als F betaald. Het product $ac + e$ is gelyk het product $bd + f$. De vraag is hoe veel ieder van de vier overige moeten contribueëren, gerekent na de kleynste heele getallen? *Antw.* Die dit regt weet te treffen die wil de Koning van *Ceylon* tot Opzigter van zyne *Intraaden* of Inkomsten maaken.

175. *In 't Jaar des Heeren duyzent vyf*
Hadd' eenige ten tyd-verdryf
Te Kolbek *al te onbezonnen*
Op 't Kerkhof eenen dans begonnen,
Met Schreeuwen, hulken, en in ſte
Van zingen, loeydenze als het vee,
't Geen Pater Robbert *zeer misbaagde,*
Waar van de gantſche Plaats gewaagde,
Doch op deez' wyz' ten dans te gaan
Dat kwam de meeſte duur te ſtaan,
Want veele zyn 'er ſtraks geſtorven
Die ſpoedig dus hun loon verworven.
Vraagt iemand na 't getal der Mans
En Vrouwen van dit los gedans?
Ik zal 't Stelkundig u verklaaren;
Aan Mannen daar drie meerder waaren
Als Vrouwen, en zoo men Cubeert
Een ieders tal en dan addeert
Deez' Cubiquen, de ſom zal geven
Tweehondert, negenduyzent, zeven. *
Hoe menig Man? hoe menig Wijf?
Bedreeven hier dit tyd-verdryf. (*a*)

Antw. 18 *Mannen en* 15 *Vrouwen.*

176.

---

* *Dat is* 9207. (*a*) *Ik hebbet onwaarſchynelyke van deze Hiſtorie in 't verdagter gelaaten, namentlyk dat den Priester* Robertum *haar eerſt ernſtig, doch vrugteloos, vermaand zoude hebben en naderhand vloekte, zeggende; God geve dat gy een geheel Jaar blyft danzende. Waar op zy een geheel Jaar zouden gedanſt hebben zonder datze moede wierden of haare kleederen en ſchoenen verſleten zyn, zonder datze ook honger of dorſt geleden hebben, en wat dies meer is.* Zegerum Koningsbergen van Nymegen

maakt

176. Een naarstige Huysvrouw met haar drie Maagden, die wy A, B, C noemen, hebben een party Vlas te spinnen. A en B konnen het te samen afspinnen in 16 weken ieder van 6 dagen. A en C te samen in 18 weken, en B en C te samen in 24 weken. Maar de Vrouw moet het in 8 weken klaar hebben, dienvolgens gaatze met alle drie Maagden te gelyk aan 't werk, en verspint dagelyks zoo veel loot, dat, wanneer C de looden dieze dagelyks spint *Octadecagonaliter*

 mul-

maakt in zyn Duytsche Chronologie, *Leyden* 1598., *Fol.* 270 *verzo*, *van deze gebeurtenis ook gewag*, *doch brengtze* 8 à 10 *Jaaren later*, *en zegt dat 'er* 18 *Persoonen in 't geheel waaren*, *namentlyk* 15 *Mannen en* 3 *Vrouwen. Hy sluyt het verhaal met de woorden van* Henricus Buntingus *Fol.* 420. Ik gis, *zegt die*, dat deze Fabel door de Monniken is uytgedagt. *Deze Historie word ook aangeroerd in de Roomsche Uylenspiegel Pag.* 593, *doch daar is 't getal van Perzonen veel minder.*

Soortgelyke wonderen geeft men voor dat nog gebeuren; men schreef op den 28 February 1763. uyt Parys dat 'er in de toen voorleden week eenige jonge Lieden te Soissons in een Herberg zich vrolyk maakten; vier Jongmans en vier Meysjes danssten te samen een Contre dans terwyl het Sacrament voorby het Huys waar in zy waren, naar een kranken gedragen wierd. De Jongmans vielen op hunne knien maar de Meysjes, te druk in 't dansen bezig zynde, deeden zulks niet, en daarom gaf man voor dat zy tot dier uure toe nog met danzen bezig waren en daar van niet konden aflaaten, terwyl zy inmiddels als gezaamten zoo mager wierden. Men voegde 'er ook by dat de verstandigste Lieden het eerder voor eene uytvinding der Bigotterie dan voor een wezendlyke waarheyd hielden.

multipliceert, en de Vrouw de looden dieze dagelyks spint slegts *Quadrateert*, zoo zal nogtans dit *Quadraat* het genoemde 18 hoekig getal om 4 overtreffen, en overzulks het werk in de gemelde 8 weken gereet zyn. Hoe veel Vlas is 'er geweest?

Antw. 54 ℔, na de grootste waarde.

177. Drie Rekenmeesters of Boekhouders konnen eenige verwarde Boeken en Rekeningen in 10 weken en 4 dagen te regt brengen. Zoo A en B, B en C, C en A het byzonder verrigten, zoo bevindenze dat B C 4 weken langer als A B, en A C 8 weken langer als B C daar aan bezig moeten zyn. Vrage zoo 't A alleen word toevertroud, hoe veel tijd hy daar toe nodig heeft?

Antw. 32 weken.

178. Een groot Potentaat zönd drie Armeën te Velde, dezelve waaren voor 30 weken behoorlyk geproviandeert. Men had overslag gemaakt dat beyde Armeën B en C met deze proviant 9 weken langer toekonden als A en B, en A en C 15 weken langer als B en C. Na 6 weken kwam het tot een Actie, en daar sneuvelden van de Armee A het agtstedeel, van B het zesdedeel, en van C het vierdedeel, ook was van de nog overig zynde proviand het ⅓ verloren of vernielt. Men vraagt hoe lang de overgebleven Manschap der drie Armeën met de resterende proviand het konden uythouden?

Antw. 18 weken.

179. Een Overste wilde zyn Regiment een nieuwe Mon-

Montering geven, ontbood ten dien eynde tot hem 5 Snyders, en alzo de een meer knegts hadde als den ander zoo konde d' een ook meer afdoen als de ander. Op de vraag, hoe spoedig zy dit werk wilde aannemen gereet te maaken? gaven A, B, C tot antwoord; zy konden zulks in een zeker getal dagen doen. B, C, D zeyden; zy konden het nog 3 dagen eerder als de vorige verrigten. C, D, E beloofden het nog 2 dagen eerder als de naastvoorgaande klaar te hebben. D, E, A zeyden; wy konnen het nog 2 dagen eerder als de laastgenoemde vervaardigen, en E, A, B gaven voor dat zy het nog 4 dagen vroeger als deze laatste verrigten konden. De Overste konde hier uyt niet zekers bepaalen, sprak overzulks, wanneer 'er slegts twee van u aan 't werk gingen, hoe veel tyd zy daar toe noodig hadden? Daar op boden A en C zig aan om het werk in 80 dagen af te maaken. Maar alzoo 'er haast by 't werk was wilde de Overste dat zy alle vyf te gelyk met hun volk daar aan gingen, want de Montering moeste volstrekt in 3 weken of 18 dagen klaar zyn, en dan zoudenze na hun eygen voorgeven nog zoo veel tyd over hebben datze voor zyn drie Dienaars ook de kleederen vervaardigen konden, waar voor hy hen afzonderlyk 26 Gulden betaalen zoude. Men vraagt hoe hoog na zulken beding het maakloon van deze Montering beloopen zal? *Antw.* 1120 Gulden.

180. *Maximilianus de Eerste* was een zeer vroom en goed-aardig Keyzer, gelyk uyt verscheyden stukken die van hem verhaald worden is op te

maaken, waar van ik 'er een zal by brengen. Des Keyzers Schryver hadde een onverzadelyke geld-luſt waar door hy aangeport wierde zig aan des Keyzers Schatten te vergrypen en op een bedekte wyze daar van te verryken. Ik zal de ſom op een ſtelkundige wyze voorſtellen; zy beſtond uyt een duyzent en één hoekig getal: zoo men deſſelfs Poligonaalen wortel tot de magt van zes verhoogt, en tot het product addeert driemaal haar Cubum, dit collect. tweemaal ter neder ſteld, en addeert tot het eene 20 en tot het ander 10, dan beyde uytkomſten met elkander gemultipliceert, komt 680600. Als deze daad bekent, en ter oore van den Keyzer kwam, zeyde hy tot den Schryver; lieve Schryver! ey wat dunkt u? zoo een Dienaar goed vond zynen Heere heymelyk een ſomme gelds te ontvreemden, en zulks ontdekt wierde, wat is zulk een waardig? Aldergenadigſte Keyzer, ſprak de Schryver, dit, dat zyn Heer zulken boozen Boef terſtond, anderen ten exempel, aan de Galg liet hangen Ey my, ſprak de Keyzer, lieve Schryver, neen! hem op de Oxel kloppende; wy hebben u tot onzen dienſt nog meer noodig &c. Wie eeniger maaten in de Rekenkonſt ervaaren is, kan uyt het gezegde weten hoe veel Guldens de Schryver door ſlinkze wegen zynen Heere ontvreemd hadde?

Antw. 3000 Gulden.

181. *De Drukkonſt door haar nut Minerva toegewyt,*
Vond Guttenberg *het eerſt juyſt op den zelven tyd*
Als Keyzer Frederik *de derde wierd verkooren.*
Voorwaar een zeldzaam ſtuk dat nimmer van te
vooren, *Hoe*

Hoe schrander iemand was, is ooit of ooit bedagt,
ô Loffelyke Konst! door 's Hemels gunst gebragt
Tot algemeen gebruyk, waar door de diepste zaaken
Des schranderen vernufts tot onze kennis geraaken.
Vraagt gy na 't Jaar-getal der Christenen toenmaal?
Een Tetracozio octacontagonaal
Meer drie wyst u zulks aan, dat wy nog het bepaalen
Door deze Letterreeks

$$x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 245xx - 236x - 3.$$

Ik zal niet meer ophaalen,
't Gezegde is genoeg. Kom reken nu terstond
Wanneer dat Guttenberg *de Eed'le Druk-konst vond.* (*a*) *Antw.* Anno Christi 1440.

182. Daar is een *Arithmetische Progres* van 12 Termen: zoo men *c*, *e*, *h*, *m* met elkander multipliceert, komt 'er 4928, maar zoo men de Quadraaten van *a*, *d*, *i*, *k* te samen addeert, komt 'er 280. Men vraagt na de Progres?

Antw. *a* $4\frac{2}{3}$. *b* $5\frac{1}{3}$. *c* 6. *d* $6\frac{2}{3}$. tot *m* 12.

183. Daar is een *Geometrische Progres* van 4 Termen

(*a*) Men gedenke hier dat de Heer *Halcken* een Duytscher was, en geschreven heeft in 't Jaar 1719. Die dit in aanmerking neemt zal hem gereedlyk verschoonen, in de eer van de uytvinding der Drukkunste aan *Johannes Guttenberg* toe te schryven.

Het

men wiens som doet 130. Zoo men de eerste en tweede Term met elkander multipliceert en tot het produ& de derde Term addeert, komt 'er 420. Vraage na de Progres?

Antw. 16. 24. 36. 54.

184. Daar is een getal van 6 Cyfferletters: wanneer men het zelve door twee streepen aldus in drie deelen afscheyd . . | . . | . . dat ieder deel twee cyfferletters bevat, zoo is het tweede deel 20 meer als het eerste, en het derde deel 12 meer als het tweede. Addeert men de Cuboos van deze drie deelen te samen en tot de som nog het viervoudig produ& van 't eerste en tweede deel, zoo komt het eerste onverdeelde getal wederom te voorschyn. Wat is het zelve?

Antw. 163648.

185. Iemand leende aan 4 Debiteurs tegen gelyke Intrest ten 100 in 't Jaar, te samen *f* 1440, in diervoegen dat hun ontfangst was een *Arithmetische Progres*, en ieders som juyst 48 maal zoo veel als het getal der Maanden dat hy het zelve gehad hadde Als elk Debiteur ten eynde zyns tyds het Capitaal met de Intrest wederom bragt, wilde D maar *f* 26 min één stooter meer aan In-

---

Het is tans mag men wel zeggen een uytgemaakte zaak, dat die lofwaarde Kunst tusschen de Jaaren 1420 en 1430 door *Laurens Janzoon Koster* te *Haarlem* is uytgevonden. Men zie deswegens de Beschryving der *Stad Haarlem* door *Mr. G. W. van Oosten de Bruyn* 1. D. bl. 209—280, en *'t Aanhangsel* bl. 335—341.

Intreſt betaalen als A. Waar op den Crediteur Antwoorde; op die manier zoude ik aan myn winſt 2 per Cent in 't Jaar by u te kort komen, gy moet my volgens ons accoord 1 Gulden minder betaalen als A, B en C te ſamen. Vrage hoe veel ieder Debiteur van 't gemelde Capitaal ontfangen heeft? en hoe veel de Intreſt ten 100 in 't Jaar geweest is? *Antw.* A 180, B 300 C 420 en D 540 Guldens á 8 per Cent in 't Jaar.

186. Van drie getallen x, y, z is $xy+z=100$, $yz+x=199$ en $zx+y=124$. Wat zyn 't voor drie getallen? *Antw* x 7. y 12 en z 16.

187. Als de Koninglyke Boheemſche Jonkvrouwe *Valiska* op haar reyze na *Padua* door Roovers overvallen, gevangen genomen, en den Koning *Artabanus* wierde toegevoert, maar door haar getrouwen *Hercules* Groot Vorſt der onoverwinnelyke Duytſchers, nevens haar Broeder Koning *Ladiſla* agtervolgt, omze wederom in vryheyd te ſtellen, was de ouderdom van hun drieën in dezer voegen; Wanneer men de Jaaren van V en H met elkander multipliceert, tot het produćt de ſom van H en L addeert, zoo komt 'er 399. De Jaaren van V en L met elkander gemultipliceert, tot het produćt de ſom van V en H geaddeert, komt 438. Eyndelyk de Jaaren van H en L met elkander gemultipliceert, en tot het produćt de ſom van V en L geaddeert, komt 591. Vraage na ieders ouderdom? *Antw.* V 16, H 22 en L 25 Jaaren.

188. Vind 4 getallen: wanneer men A met B multipli-

tipliceert en tot het product C addeert, zoo komt 'er $ab+c=1008$. $bc+d=240$. $cd+a=690$, en $da+b=4020$. Wat zyn 't voor getallen?

Antw. 50. 20. 8. 80.

Voorbereyding tot de volgende Opgave.

Daar is een opklimmende *Arithmetische Progres* van 6, meer of minder Termen, dezelve word uytspringende onder elkander gesteld, namentlyk de volgende Term altyd een cyfferletter verder aan de regterhand, gelyk uyt het onderstaande te zien is.

```
235
 238
  241
   244
    247
     250
----------
26148120
```

Wanneer deze som gegeven word, als ook het getal der Termen, zoo is de vraag hoe hier uyt de Progres te vinden is? By voorbeeld;

189. Daar is na vorige orde een opklimmende *Arithmetische Progres* van 6 Termen, uytspringende onder elkander gesteld, namentlyk de volgende Term altyd een cyfferletter verder na de regterhand, wier som doet 987654321. Men vraagt na deze Progres? (*a*) De

(*a*) Zie N°. 120 van 't Eerste duyzent der Mathematische Liefhebbery.

De inventie van dit voorſtel heeft myn Zoon *Johan Halcke* uytgedagt, en dewyl ikze in de ſolutie konſtig bevond, heb ik dit hier by gevoegt.

190. Nauwlyks ontlook de Dageraat of Coridon ſpoede zig met zyn talryke kudde na een aangenaame Beemde wiens groene boorden door zagtvlietende Stroomen beſproeyt wierde. De menigte van dit Vee was een Poligonaal getal, hebbende niet alleen deze eygenſchap dat het getal der hoeken en deſſelfs wortel gelyk was: maar 't was ook teffens een Negentienhoekig getal wiens Negentienhoek gen wortel tot een zevenhoekig getal verheven zynde, zulks juyſt het Quadraat van de eerſtgenoemde wortel uytmaakt. Vraage na 't getal van 't Vee?
Antw. 261.

191. Drie maken geſelſchap; het Capitaal datze inleggen na de kleynſte heele getallen gerekent is zoodanig dat $\frac{1}{2}\,a+\frac{2}{3}\,b+\frac{1}{4}\,c+6$ gulden, of $\frac{2}{5}\,a+\frac{1}{6}\,b+\frac{6}{7}\,c+7$ Gulden, of $\frac{7}{8}\,a+\frac{2}{9}\,b+\frac{1}{10}\,c+8$ Gulden een gelyke ſom uytmaakt. Wanneer ieders Hooftſom na de kleynſte heele getallen behoorlyk gevonden is, zoo zoekt nog twee getallen, ook van de kleynſte in heele: wanneer men met het eene 't Capitaal van A multipiceert dat 'er net zoo veel komt als of men met het ander 't Capitaal van B multipliceert en tot het product 't Capitaal van C addeert. De ſom der Quadraten van beyde getallen toond aan wat 'er in 't geheel gewonnen is. Men vraagt na ieders Capitaal en de geheele winſt? *Antw.* A 9260,

B 5715, C 6230 Gulden, en de geheele Winst is 4072 Gulden.

192. Iemand heeft eenige Waaren gekogt voor *f* 6000 gereed, en terstond wederom verhandeld voor *f* 7000, te betalen *f* 2000 over 6 Maanden, *f* 2000 over 7 Maanden, *f* 2000 over 8 Maanden en de rest over 9 Maanden. Vraage hoe veel per Cent in 't Jaar gewonnen is? *Antw.* zeer na 27 1/8.

Dit Voorstel is my, zegt den Autheur, door den Heer *Job Heinr. Welgemoet* voorgesteld om 't zelve zonder *Algebra* door gemeene Rekening te ontbinden. Zooze door *Algebra* gemaakt wierde dan zoudze in een vierkants-vierkante vergelyking vallen, om dat de betaling in vier Termynen geschieden moet. Ik heb in de Konst-Spiegel, inzonderheyd by 't 28 ste Voorstel, genoegzame aanwyzing gedaan hoe de Algebraze solutie in te rigten is, maar hier zal ik de Liefhebbers van de Konst toonen hoe men zulke Voorstellen ook zeer geschikt door gemene Rekeninge ontbinden kan.

Om het Doelwit niet te ver te miszen, moet men alvorens de winst ten 100 in 't Jaar ongevaar vinden Reduceert overzulks de vier betaal-tyden in eene Term, aldus;

f 2000

f 2000	over 6 Maanden		12000
2000	. . . 7		14000
2000	. . . 8		16000
1000	. . . 9		9000
f 7000			51000

7000 —— 51000 / $7\frac{2}{7}$ Maand.

7000
6000

f 6000 —— *f* 1000 winst —— 100 ? k. $16\frac{2}{3}$ perCt.
$7\frac{2}{7}$ M. —— $16\frac{2}{3}$ perCt. —— 12 M. ? k. ongevaar $27\frac{23}{51}$ voor de winst perCent in 't Jaar.

Met deze $27\frac{23}{51}$ konde men terstond beginnen, doch ik zal om de ligtigheyd een heel getal nemen. Zet daarom voor de winst ten 100 in 't Jaar 27.

12 M. —— 27 perCent —— 6. 7. 8. 9. . M.
$13\frac{1}{2}$. $15\frac{3}{4}$. 18. $20\frac{1}{4}$.

$113\frac{1}{2}$ —— 100 ——	*f* 2000		1762. 11 (100.
$115\frac{3}{4}$ —— 100 ——	2000		1727. 86
118 —— 100 ——	2000		1694 92
$120\frac{1}{4}$ —— 100 ——	1000		831. 60

6016.49 (100 Contant.
6000

+ 16.49 (100. te veel.

f 1000 winst —— 27 per Cent. —— 16.49 (100 ? k. ongevaar $\frac{9}{28}$.

Om

Om dat de genomen 27 te weynig is, zoo moet deze $\frac{8}{18}$ ook nog te weynig zyn, derhalven neem daar voor $\frac{1}{2}$ en addeertze tot 27, dan is de winst ten 100 in 't Jaar nu $27\frac{1}{2}$.

12 M.——$27\frac{1}{2}$ perCt.——6. 7. 8. 9 M.

$13\frac{3}{4}$. $16\frac{1}{24}$. $18\frac{1}{3}$. $20\frac{5}{8}$.

$113\frac{3}{4}$ ——100——*f* 2000 | 1758 24 (100
$116\frac{1}{24}$——100—— 2000 | 1723. 52
$118\frac{1}{3}$ ——100—— 2000 | 1690., 14
$120\frac{5}{8}$ ——100—— 1000 | 829. 02

6000.92 (100.Contant
6000

+ 92 (100 te veel.

zet nu;

+16.49——27 perCt.
+ 92——$27\frac{1}{2}$ perCt.

15.57——$\frac{1}{2}$ perCt.——92 ? k. by na $\frac{1}{34}$,

't welk ook nog een weynig te kleyn is, doch dit gemis is van geen aanbelang, dienvolgens addeert $\frac{1}{34}$ tot $27\frac{1}{2}$, komt voor de Winst ten 100 in 't Jaar zeer na $17\frac{9}{17}$.

PROEVE.

12 M.——$27\frac{9}{17}$ perCt.——6. 7. 8. 9 M.

$13\frac{13}{17}$. $16\frac{1}{17}$. $18\frac{6}{17}$. $20\frac{11}{17}$.
$113\frac{13}{17}$

$113\frac{13}{17}$ — 100 — *f* 2000	1758.014	(	1000.
$116\frac{1}{17}$ — 100 — 2000	1723.264		
$118\frac{6}{17}$ — 100 — 2000	1689.861		
$120\frac{11}{17}$ — 100 — 1000	828.864		
	f 6000.003 contant.		

De Proef is goet om dat 'er *f* 6000 contant komt. Men vind hier als 't waar wel $\frac{3}{1000}$ Gulden te veel 't welk nog geen penning bedraagt, en daarom ook voor niets te agten is.

193. Vind vier zulke getallen wiens som 16 is; wanneer men twee en twee van dezelve met elkander multipliceert en die zes producten addeert, dat de som zy 44, maar zoo men drie en drie van dezelve multipliceert en die vier producten addeert, is de som 32, en wanneer men alle vier getallen met elkander multipliceert, komt 'er 4 Wat getallen zyn het? *Antw.* $4+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{12}$. $4+\sqrt{6}-\sqrt{8}-\sqrt{12}$. $4-\sqrt{6}+\sqrt{8}-\sqrt{12}$ en $4-\sqrt{6}-\sqrt{8}+\sqrt{12}$.

194. *Daphnis* ging onlangs in de May-maand een wandeling doen en vond *Galathe* zitten onder het gelommer van een Elzenbos, terwyl haare Schaapen in twee hoopen verdeelt (waar van de eene uyt 19 stuks meer bestond als de ander) het lachend Klavergroen afweyde. *Daphnis* vroeg na 't getal van ieder hoop? waarop *Galathe* antwoorde; zoo gy 't getal van ieder hoop Cubeert en addeert tot de grootste Cubicq 105 en tot de kleynste 64, dan komt 'er telkens een Elf hoekig getal waar van de Poligonaalwortelen 60

verſchillen. Reken nu *Daphnis* uyt hoe veel ſtuks Wolvee ieder hoop beſtaat. *Antw.* de eene uyt 30 en de ander uyt 11 ſtuks.

195. Daar zyn vier getallen waar van de ſom is 12, de ſom der Quadraaten 56, de ſom der Cubens 300, en de ſom der Quadraats-quadraaten 1716. Wat getallen zyn het?
Antw $2-\sqrt{3}$, $2+\sqrt{3}$, $4-\sqrt{5}$ en $4+\sqrt{5}$.

196. Men heeft vyf getallen waar van de ſom is 20, de ſom der Quadraaten 90, de ſom der Cubens 440, de ſom der Quadraats-quadraaten 2274 en de ſom der Surdeſolidums 12200. Wat vyf getallen zyn het? *Antw.* 2, 3, 4, 5 en 6.

197. Daar is gegeven deze Æquatie; $x^4-14x^3+71xx-154x+120=0$. Men begeert dezelve in een andere Vierkants-vierkante Æquatie te veranderen, zodanig dat de komende Wortels de *Hexagonaal* of zeshoekige getallen van de vorige Wortels zyn.

Maakt eerſt de ſchikking als volgt;

x de Wortel. a 't Arithmetiſch verſchil.

1. met a multipl.

ax

2. ſubs. $\frac{1}{2}a-1$

$ax-\frac{1}{2}a-1$

3. Quadreer dit.

$aaxx-aa-2a.\ x+\frac{1}{4}aa-a+1$

4. ſubs. 't quadraat van N°. 2. $\frac{1}{4}aa-a+1$

komt

komt $aaxx - \overline{aa - 2a}.\, x$

5. Divideer door $2a$

$\frac{1}{2}axx - \overline{\frac{1}{2}a - 1}.\, x$ 't begeerde Poligoon.

1. Arithm. verschil a is hier 4. Multipl. daar mede de *Radices* in de gegeven Æquatie, als

$$x^4 - 14x^3 + 71xx - 154x + 120 = 0$$
met 4. 16. 64. 256.

$$x^4 - 56x^3 + 1136xx - 9856x + 30720.$$

2. Maakt de *Radices* $\frac{1}{2}a - 1$, dat is 1 minder, komt
$$x^4 - 52x^3 + 974xx - 7748x + 21945 = 0.$$

3. Quadreer de *Radices* in deze Æquatie, komt
$$x^4 - 756x^3 + 186774xx - 17282644x + 481583025 = 0.$$

4. Maakt de *Radices* 1 kleynder, als 't quadraat by N°. 2.
$$x^4 - 752x^3 + 184512xx - 16911360x + 464486400 = 0.$$

5. Eyndelyk divideer de *Radices* door 8, 't dubbele verschil, komt
$$x^4 - 94x^3 + 2883xx - 33030x + 113400 = 0$$
de begeerde Æquatie.

Ik heb met voordagt zulken Æquatie verkoren dat men de Proef ligt kan opmaaken, want uyt de gegeven zyn de *Radices* 2, 3, 4, 5, en uyt de bekomen Æquatie 6, 15, 28, 45, 't welk *Hexagonaal*-getallen van de vorige zyn, zoo als begeert word.

 Men

Men konde ook wel Regelen ſtellen daar door de *Radices* in eene Æquatie, zonder dat men dezelve bekent hadde, in *Piramidaal-Colum-naar*- en *Pirgoidaal*-getallen verandert wierden, maar 't vereyſcht meer konſt en arbeyd, dieshalven zullenwe daar van niet verder handelen.

198. Daar is gegeven deze Æquatie; $x^3 - 2379xx - 32046x + 42875 = 0$. dezelve begeert men in een ander Cubiſche vergelyking te veranderen, dat de komende *Radices* de Cubicqwortelen der vorige zyn. *Antw.* $x^3 - 12xx - 21x + 35 = 0$.

199. Verandert $x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 7xx + 9x - 11 = 0$ in een ander *Surdeſoliſche* Æquatie, zoodanig, dat de *Radices* in de gegeven Æquatie gecubeert worden. *Antw.* $x^5 - 3x^4 - 34x^3 + 38xx + 465x - 1331 = 0$.

200. Verandert nog $x^6 - 4x^5 + 6x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 10x + 13$ in een ander *Zenſicubiſche* vergelyking, zoodanig, dat de *Radices* uyt de gegevene gecubeert worden. *Antw.* $x^6 - 13x^5 + 18x^4 + 287x^3 - 382xx - 1429x + 2197 = 0$.

201. Gegeven zynde de ſom van $a + b = 12$, als ook van $a^3 + 9bba - 6aab = 1568$. De vraag is hoe de grootte van a en b te vinden zyn, niet alleen Cubice, maar ook voornaamlyk door uytrekking der Quadraatwortel?

Dit is 't *Problema* 't welk Anno 1707 opentlyk in de Berigten uytgeſchreven wierde, en daar op een *Recompens* gezet van 1000 Louis d' Or

uyt

uyt Vrankryk en twee Sabel-peltzen uyt Moscou á 1000 Ryxdaalders waardig, doch de getallen 12 en 1568 waaren daar niet by gegeven, die ik 'er by voege. De volledige Solutie vind den Konstlievende Lezer in myn Almanak op 't Jaar 1709, daar tegen den Heer Voorsteller niets heeft ingebragt. Ik heb doentertyd dezelve het volgende voorgesteld.

202. Gegeven zynde $x^3 - 3xx + 6x - 10 = 0$. Verandert die in een ander Cubicq-Æquatie, doch zonder eenig *Radice* dadelyk te ontdekken; de *Radix* zy y, en zal zyn $y = x^3 + 6xx + 8x + 4$. De vraag is hoe men de ontbinding moet inrigten? en welk de begeerde Æquatie is? *Antw.* $y^3 - 21yy - 2136y - 52504 = 0$.

203. A°. 1683. den 4 July kwamen driemaal hondert duyzent gewapende Turken voor Wenen in Oostenryk en belegerde die Stad 9 weken lang, doch moesten op den 2 September door de geconjungeerde magt der Polen, Beyerze, Saxse en andere wederom aftrekken met agterlating van een onnoemelyke buyt en veel Manschap, welker juyst getal niet bekent is, maar die gedurende 't Beleg voor Wenen gesneuvelt waren heeft men door een Geschrift uyt de Kancellery van den Groote Vizier ontdekt. 't Was een 8092 hoekt getal 't welk in gelyke waarde staat met deze quantiteiten;

$$x^6 + 2x^5 - 13x^4 - 42x^3 + 4025xx - 4004x + 32.$$

Reken hier uyt hoe veel Turken voor Wenen gesneuveld zyn? *Antw.* 48544.

204. Van een Vierkants-vierkante Æquatie zyn twee Termen uytgelaaten, als x^4 . . $x^3-76xx+$ $140x$ . . $=0$, doch daar word by gezegt dat beyde waare *Radices* in *proportie dupla*, en beyde verdigte of Negative *Radices* in *proportie sesquialtera* staan. Hier uyt begeert men de Æquatie te heelen en de *Radices* aantewyzen.

Antw. $x^4-5x^3-76xx+140x+1200=0$. De *Radices* zyn 5, 10, −4, −6.

205. Vind eene zulke Æquatie in Rationaale getallen, welke deze Wortel in zig bevat;

$2+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{8}$. *Antw.* x^8-16x^7+ $24x^6+416x^5-736x^4-2816x^3+3904xx+$ $5376x-4544=0$.

206. Als uyt deze Æquatie; $x^7+12x^6-100x^5-$ $360x^4-68x^3+152xx-528x-a=0$ de waarde van x is $\sqrt{b}+3$. Men vraagt wat a en b voor getallen zyn? *Antw.* a 384 en b $\sqrt{21}$.

207. Wanneer uyt de volgende Æquatie; x^6+2x^5- $ax^4-bx^3+cxx-12248x+18960=0$ de beyde waare Wortels zyn $4+\sqrt{6}$ en $4-\sqrt{6}$, en de uytgelaaten getallen a, b, c in een Geometrische proportie staan, zoo is de vraag hoe men door geschikte Rekening de verzwegen getallen der Æquatie te voorschyn zal brengen? en welke dezelve zyn? *Antw.* a 16, b 40 en c 100.

208. Uyt de volgende Æquatie; $x^7-3x^6-ax^5-$ $bx^4-cx^3-dxx-3712\,x-25608=0$ is de waare Wortel $\sqrt{22}+4$, en de verzwegen getallen a, b, c, d staan in een Arithmetische

ſche Progres. Vraage na dezelve?
Antw. a 36, b 48, c 60, d 72.

209. Wanneer uyt $x^6+20x^5+80x^4-36x^3-408xx-ax+1224=0$ de waare *Radix* doet $\sqrt{70}-b$, zoo is de vraag wat a en b voor getallen zyn?
Antw. $a=1112$ en $b=6$.

210. Daar is een Vierkants-vierkante Æquatie $x^4-ax^3+196xx-624x+b=0$ Daar uyt ſtaan de 4 *Radices* in een Arithmetiſche Progres. Vrage na de verzwegen getallen a en b?
Antw. a 24 en b 612.

211. Van een *Surdeſolisch* Æquatie is niets meer bekent als de drie eerſte quantiteiten, naamentlyk $x^5-44x^4+528x^3-axx+bx-c=0$, en dat de vyf *Radices* in een Geometriſche Progreſſie ſtaan. Vraage na de verzwegen quantiteiten in de Æquatie? *Antw.* a 2112, b 2816 en c 1024.

DOOLHOF.

212. Op 't Eyland *Creta* is eertyds een *Labyrint* of Doolhof geweeſt dat den ouden Konſtryken Bouwmeeſter *Dædalus* vervaardigt hadde; 't zelve was met zoo veel doolwegen dat niemand het pad we'ërom konde vinden om 'er uyt te komen, ten zy hy een lange draat of ſnoer aan den ingang vaſt hegte en door al de paden met zig nam, 't welk hem in het te rug keeren den regte weg aanwees. In 't midden was een verſchrikkelyk Monſter *Minotaurus* genaamt, dat de gedaante had van onderen als een Menſch en van boven als een Os, het zelve heeft al de gene

die in den *Labyrint* aan 't dwaalen geraakte verwurgt en opgeëten. Doordien dit Doolhof gelyke in en uytgangen gehad heeft zoo zal ik op zulken voet een *Arithmetiſche Labyrint* met deſſelfs doolpaden voor ſtellen, doch waar uyt een verſtandig Konſtenaar gereet zal weeten te redden.

Daar is een opklimmende *Arithmetiſche Progres* wiens eerſte Term is 2345, daar toe word gedurig 6789 geaddeert, en telkens als het over 56789 loopt dan word met het overſchot wederom begonnen: dit zal zoo lang agtervolgt worden tot dat 'er komt 54321. Men vraagt in de hoeveelſte Term zulks geſchiet? (*a*)

Antw. in de 17437 ſte Term.

Als in de Telkonſt zich een Labyrint *op doet*
Zoo kan ons de Algebra *altoos ten leydraad ſtrekken*
Die in die duyſternis ons doet een licht ontdekken
Waar voor de Nevel-damp der doling wyken moet.

213. Een ander afklimmende *Arithmetiſche Progres* wiens eerſte Lit is 54321, daar van zal men gedurig 8765 aftrekken, en wanneer het beneden 8765 komt zoo moet men 56789 daar toe adderen, en dan verder in 't ſubſtraheren voortvaaren en zulks vervolgen tot dat men het getal 12345 treft. Van hoe veel Leden is deze Progres? *Antw.* van 43422 Leden. 214.

(*a*) Zie *Panſer* Pag. 162. N°. 64, en *Molenaar* en *Karman* Pag. 10. N°. 2.

214. Den *Minotaurus* moest men dagelyks opofferen *a* geslagte Schaapen, *b* Brooden en *c* Stoopen Wijn, welke getallen zig tegen elkander in volgende orde verhouden;

$$3aa + bb = 9b + 9c$$
$$bb + cc = 10c + 7a$$
$$3cc + aa = 8a + 10b.$$

Men vraagt hoe veel 'er van ieder geweest zyn? *Antw*. $4\frac{1}{2}$ Schaapen, $7\frac{1}{2}$ Brooden en $5\frac{1}{2}$ Stoopen Wijn, wel verstaande na de kleynste Rationaale Radix.

De Gordiaansche Knoop.

215. In de Stad *Gordium* gelegen in 't Land *Phrigia* had men een wonderbaare Wagen met een daar aangebonden strik als een Heyligdom bewaart, welke strik gemaakt was van de schors eenes Tarlingbooms, (*a*) en dat met zulken zeldzaame door elkander gestrengelde Knoop dat niemand dezelve konde losmaaken. De Inwoonders hadden een voorzegging, dat degene die deze knoop konde losmaaken een magtig Monarg en over alle Koningen zoude zyn.

(*a*) Of Cornoeljeboom, over welk gewas men in 't breede kan nazien *Dodoneus* Pempt. pag 802. en Kruydb. pag. 1256, als ook *Lemmerys* Woordenb. Lit. C. pag. 215. Dat door deze Tarlingboom een Cornoeljeboom betekent word blykt uyt den Griekschen Historie-schryver *Arrianus*: want schoon *Justinus* en *Curtius* in 't verhaal der geschiedenis van den Gordiaanschen knoop van

Als de groote *Alexander* met zyn Krygsheir te dier plaatze was aangekomen, de Stad *Gordium* had ingenomen, en van deze knoop en voorzegging berigt wierde, heeft hy onderſtaan de knoop te ontbinden, maar alzoo dezelve zeer verwart en in elkander geſtrengelt was dat men 'er begin nog eynde aan konde vinden, nam hy zyn zwaart en hieuw de knoop te midden door, zoo dat 'er verſcheyden eynden te voorſchyn kwaamen, en dus is de knoop wel ras en gemakkelyk ontknoopt geworden.

Ik zal de Liefhebbers der Algebra hier by een Arithmetiſche knoop (edog geen *Nodum Gordium*) voorſtellen, alzoo dezelve door een geſchikte hand ligtelijk kan los gemaakt worden, en beſtaat daar in dat de quantiteiten x, y en z door elkander verwikkelt en geſtrengelt zyn, gelijk de volgende Æquatien aanwyzen.

$$3x^4 - 5xxyy - 4xxzz + 6y^4 - 8yyzz + 8z^4 = 0.$$

$$12y^4z^4 - 28xy^3z^3 + 13xxyyzz - 5x^3yz + 12x^4 = 0.$$

$$6x^4z^4 - 31x^3yz^3 + 42xxyyzz - 11xy^3z + 6y^4 = 0.$$

De vraag is wat x, y en z voor getallen verbeelden? *Antw.* $x = \sqrt{8}$. $y = \sqrt{6}$, en $z = \sqrt{3}$.

Daar

---

van deze omſtandigheid niet melden, ſchryft *Arrianus* duydelyk in het 2de Boek aangaande den optogt van *Alexander* pag. 87. dat die knoop was *Ek phloiou kranias*, dat is *uyt de ſchors van een Cornoeljeboom.* Deze Boom word in 't Latyn genaamt *Cornus*, afſtammende van het woord *Cornu* dat een Hoorn betekent van wegen 't harde

Daar zyn nog meer Antwoorden voor handen
die een verstandig Konstenaar zal weten te vinden.

Gebruik de Stelkonst om de knoopen los te maaken,
Want Alexanders *zwaart kapt slegts dezelve door.*
Door konst en fyn vernuft geraakt men op het spoor,
Maar storm en woestgeweld bederft veel goede zaaken.

216. Een Vader deeld 4100 Ryxdaalders in een *Harmonische Progressie* onder zyn vier kinderen, namentlijk drie Zoonen en eene Dogter, uyt. 't Quadraat van 't getal der Ryxdaalders van des Dogters deel is nog 135838 meer als de som der Quadraaten van die der drie Zoonen. Hoe veel bekomt ieder? *Antw.* de Zoonen 663. 819. 1071, en de Dogter 1547 Ryxdaalders.

217. Men heeft nog een *Harmonische Progres* van vier Leden; wanneer men van dezelve deze vier getallen 50, 20, 8, 80 aftrekt, namentlyk het eerste getal van 't kleynste Lid, en zoo vervolgens in orde, dan komt 'er een *Geometrische Progres*. Wat is dezelve?
Antw. 455. 560. 728. 1040. 218.

---

harde hout daar uytze bestaat; dragende zekere langwerpige Bezyen in de gedaante van Olyven, die eerst groen zyn, maar rijp wordende eene roode coleur aannemen. In 't Hoogduytsch wordze genaamt *Thierlin-baum*, *Kurber-baum*, *Cornel-baum*, en de vrugten *Welsche Kirschen*, dat is Italiaansche Kerszen. Zie ook *J. H. Knoop* Fructologia pag. 130.

218. Met hun zessen hebbenze een Negotie-Compagnie opgerigt daar in elk na believen konde inleggen, doch niet minder als *f* 400, en dat wel in heele Guldens zonder stuyvers of penningen. De Inleg van hun allen bedraagt te samen *f* 6160. De som van A, C, D is evenveel als de som van B, E, F. A legt in een *Pentagonaal*, B een *Trigonaal*, C een *Tetragonaal* of *Quadraat*, D een *Hexagonaal*, en E een *Octagonaal* getal Guldens; F is vergeten aan te tekenen. De som der *Pentagonaal* en *Octagonaal*-wortelen is evenveel als de som der *Trigonaal* en *Quadraat*-wortelen. De Negotie eenige tijd voortgezet zynde bevondenze een aanzienlyke winst die zoo veel bedraagt als de Inleg van A en B of van C en D, of ook wanneer men van 't product *ac* substraheert het product *bd*. Hoe veel is de Inleg van ieder? *

Wie Konsten leeren wil moet zig tot vlyt begeven,
De Konst is uytgebreid, doch kort is slegts ons leven.
De aanvang is wel zwaar; de lust maakt alles ligt.
Door arbeid, liefde en lust word alle Konst verrigt.

Van de

Onbepaalde Voorstellen.

Deze Voorstellen zyn van zulken aart als het vierde Deel van de *Konst-Spiegel*; de van ouds beroemde *Diophantus* heeft daar van vyf Boeken

---

* In *S. Pansers* Rariteit-kamer Pag. 119. N°. 45 beantwoord.

ken geſchreven die heden nog by de Konſtenaars zeer hoog geagt worden, en zyn niet anders als een zinrijk en talkunſtig Spel daar mede de curieuze Lief hebbers hen dikwils vermaaken; daar ook ſomwylen zulke zaaken in voorkomen welke de hoogſte graad des vernufts vereyſchen, en daar men 't uytterſte vermogen des verſtands moet inſpannen omze tot een geſchikte Solutie te brengen. Men zal mogelyk hier ook wel ſoortgelyke vinden die een goed nadenken vorderen, doch wy zullen met de ligtſte beginnen.

219. Vind drie getallen in dier voegen, dat 'er evenveel komt, of men dezelve addeert of met elkander multipliceert *Antw.* 1, 2, 3 of 3, 4, $\frac{7}{11}$ en ontelbaar meer.

Steld voor de drie getallen a, b en x, zoo is

$$abx = a + b + x$$

$$x = \frac{a+b}{ab-1}$$

Is $a = 1$, $b = 2$, zoo is $x = 3$.
of is $a = 2$, $b = 3$, zoo is $x = 1$.
of is $a = 3$, $b = 4$, zoo is $x = \frac{7}{11}$.

Op zulken wyze kan men ook vinden 4, 5 of meer getallen daar van de ſom en 't product elkander gelyk zyn. Als ook 3, 4, 5 of meer getallen daar van de ſom of 't product 2, 3, 4 maal zoo veel is als het andere, waar van wy egter geen afzonderlyke Voorſtellen zullen by brengen, dewyl elk Lief hebber dezelve ligt kan uytden-

denken en na voorgaande manier ontbinden.

220. Vind drie getallen in een *Arithmetische Progres* wiens som en product elkander gelyk zyn. Doch 1, 2, 3 word hier van uytgesloten alzoo dezelve uyt het voorgaande reets bekent zyn.

Antw. $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, 2. of $\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$, 6. &c.

221. Vind twee getallen van zulken eygenschap; dat 'er evenveel komt of men dezelve addeert of 't eerste door het tweede divideert. *Antw.* $1\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$. of $\frac{4}{35}$, $\frac{10}{35}$, en ontelbaar meer.

222. Zoekt twee andere getallen, dat 'er evenveel komt of men dezelve van elkander substraheert of dat men 't eerste door het tweede divideert?

Antw. $1\frac{1}{3}$, 2. of $\frac{4}{15}$, $\frac{10}{15}$. of $5\frac{1}{3}$, 4. en zoo-veel men begeert.

223. Vind twee Quadraat getallen die evenveel uytmaaken of men dezelve addeert of met elkander multipliceert. *Antw.* ontelbaar veel, doch ik noem slegts $\frac{25}{16}$, $\frac{25}{9}$. of $\frac{169}{25}$, $\frac{169}{144}$.

Steld voor de Quadraaten xx en yy,

zoo is $xxyy = xx + yy$

$$xxyy - yy = xx$$

$yy = \dfrac{xx}{xx-1}$, dus moet $xx - 1$ een

Rati-

Rationaal Quadraat zyn; steld desselfs wortel $= x - a$, zoo is $xx - 1 = xx - 2ax + aa$

$$2ax = aa + 1$$

$$x = \frac{aa+1}{2a}.$$

Verklaring in getallen; laat $a = 2$ zyn, zoo is $x = \frac{5}{4}$, $xx = \frac{25}{16}$ het eene getal en $\frac{xx}{xx-1} = \frac{25}{9}$ het ander getal.

Of 'er ook drie Quadraat getallen konnen gevonden wörden wiens som en product elkander gelyk is, zulks kan by gelegenheid een geoeffend Konstenaar onderzoeken.

224. Vind twee Rationaale getallen daar van de som evenveel is als de som van haar Quadraaten.

Antw. $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{5}$. of $\frac{3}{13}$, $\frac{15}{13}$ en ontelbaar meer.

225. Vind nog twee Rationaale getallen daar van de som der Quadraaten evenveel is als de som der Cubums. *Antw.* $\frac{5}{14}$, $\frac{15}{14}$. of $\frac{5}{9}$, $\frac{10}{9}$. &c.

226. Men begeert het getal 2 in twee Rationaale Quadraat getallen te verdeelen.

Antw. $\frac{1}{25}$, $\frac{49}{25}$. of $\frac{49}{169}$, $\frac{289}{169}$. &c.

Steld de Wortelen	Quadraaten
$1 + ax$	$1 + 2ax + aaxx$
$1 - bx$	$1 - 2bx + bbxx$

$$2 + 2ax - 2bx + aaxx + bbxx = 2.$$

of

$$\text{of } aaxx + bbxx = 2bx - 2ax$$

$$x = \frac{2b - 2a}{aa + bb}.$$

Nu mag men *a* en *b* na believen neemen, mits dat *b* grooter is als *a*. Laat $a = 1$ en $b = 2$ zyn, zoo is $x = \frac{2}{5}$.

$$\left.\begin{array}{l} 1 + ax = \frac{7}{5} \\ 1 - bx = \frac{1}{5} \end{array} \right| \begin{array}{l} \frac{49}{25} \\ \frac{1}{25} \end{array}$$ beyde Quadraat getallen, en zoo ook met andere.

In dezer voegen kan men ook andere gegeven getallen in twee Quadraaten verdeelen, doch 't gaat met alle getallen niet aan, want 3, 6, 12, 24, 48 &c. kan men in geen twee Rationaale Quadraaten verdeelen.

227. Men begeert het getal 6 in twee ongelyke deelen te verdeelen, zodanig, wanneer men ieder deel tot het gegeven getal 6 addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{8067}{12769}$, $\frac{68547}{12769}$ en andere meer.

Dit gaat met alle getallen ook niet aan, maar om te weten of de Vraag mogelyk is zoo multipliceert het gegeven getal met 3, dan moet 'er wederom een Quadraat getal of een getal komen dat in twee Quadraaten kan verdeelt worden, gelyk in dezen; wanneer men het gegeven getal 6 met 3 multipliceert, komt 18, dat uyt twee Quadraaten bestaat, als tweemaal 9. Dus kan ook het

het gegevengetal zyn 3, 6, 12, 24, 48, 96 &c. of ook 15, 30, 60, 120 &c. en meer andere.

Steld de deelen x en $6-x$, addeert ieder tot 6, komt

$$6+x=\square$$
$$12-x=\square$$

18, verdeelt die in 2 ongelyke Quadraaten.

$$\begin{array}{l|l} 3+y & 9+6y+yy \\ 3-by & 9-6by+bbyy \end{array}$$

$$18 = 18+6y-6by+bbyy+yy$$

$$bbyy+yy = 6by-6y$$

$$y = \frac{6b-6}{bb+1}.$$

y moet kleyder zyn als $\sqrt{12}-3$, dat is, y moet kleynder zyn als $\frac{47}{100}$, of niet grooter als $\frac{46}{100}$.

$$\frac{6b-6}{bb+1} = \frac{46}{100}$$

$$46bb+46 = 600b-600$$

$$46bb-600b+646=0.$$

komt $b = 11\frac{32}{46}$ na de grootste waarde, dus moet b grooter genomen worden als $11\frac{32}{46}$.

Laat $b=15$ zyn, zoo is $y=\frac{42}{113}$. $y+3=3\frac{42}{113}$, desselfs Quadraat is $\frac{145161}{12769}=6+x$. Ergo $x=\frac{68547}{12769}$

het

het eene deel en $6-x = \frac{1967}{11785}$ het ander deel.

228. Daar is een Orde van geheele en gebroken getallen, de heele getallen, de Tellers, als ook de Noemers, ſtaan ieder byzonder in een *Arithmetiſche Progres*, en hebben deze eygenſchap; wanneer men ieder getal met deſſelfs Breuk inrigt zoo geven Teller en Noemer de *Cathetus* en *Bazis* van een regthoekigen *Triangel*. Men vraagt na zulke getallen? en hoe dezelve gevonden worden? *Antw.* $\frac{5}{12}$. $1\frac{17}{28}$. $2\frac{29}{44}$. $3\frac{41}{60}$. $4\frac{53}{76}$. &c.

Dit Voorſtel heb ik reets in de *Konſt-Spiegel* N°. 191, verklaart, en aldaar een Regel geſteld waar door zulke getallen met weynig moeyte konnen gevonden worden. Ik zal nu aantoonen van waar zulken Regel haar oorſpronk heeft.

$$\text{Steld } \frac{aa-xx}{2ax},\ \frac{bb-xx}{2bx},\ \frac{cc-xx}{2cx}.$$

Van deze geſtelde Breuken geven de Tellers en Noemers de beyde Beenen van een Rationaale regthoekige *Triangel*. De Tellers en Noemers, als ook de geheele getallen moeten in een *Arithmetiſche Progres* ſtaan Wanneer men voor a, b, c drie getallen in een *Arithmetiſche Progres* neemt zoo ſtaan de Noemers in de Progreſſie. Om het overige ook in de Progreſſie te brengen zoo zet de bovengeſtelde Breuken aldus;

$$\frac{aa-xx}{2ax},\ 1+\frac{bb-2bx-xx}{2bx},\ 2+\frac{cc-4cx-xx}{2cx}.$$

Wanneer men elk inrigt zoo heeft men wederom-

om dezelve Breuken als boven.
Hier ſtaan de heele getallen ook in de Progreſſie, nu is 'er alleen overig dat ook de Tellers tot een *Arithmetiſche Progres* gemaakt worden, 't welk aldus geſchiet;

$bb - 2bx - xx$ 't medium. met 2. $\left.\begin{matrix} cc - 4cx - xx \\ aa - xx \end{matrix}\right\}$ de uitterſte.

$$2bb - 4bx - 2xx = cc + aa - 4cx - 2xx$$

$$4cx - 4bx = aa + cc - 2bb$$

$$x = \frac{aa + cc - 2bb}{4c - 4b}$$

Als men voor a, b, c een *Arithm. Progres* ſteld wiens verſchil 2 is, als 3, 5, 7. Of 6, 8, 10 &c. zoo is $x = 1$. Maar is het *Arithm. verſchil* 4 zoo is $x = 2$. N. B. x is altyd half zoo veel als het *Arithm. verſchil*, want neem $a = 3$. $b = 7$. $c = 11$. zoo is $x = 2$.

$$\frac{aa - xx}{2ax} = \tfrac{5}{12}.\quad \frac{bb - xx}{2bx} = 1\tfrac{17}{28}.\quad \frac{cc - xx}{2cx} = 2\tfrac{29}{44}.$$

$$\frac{dd - xx}{2dx} = 3\tfrac{41}{60}.$$

Hier uyt vloeit de Regel in de Konſt-Spiegel.

Dezelve word door getallen aldus verklaart.

3. 7. 11. 15. 19. &c. de *Arithm. Progres.*

9. 49. 121. 225. 361. = $aa, bb. cc, dd, ee$, &c.
substr. 4. 4. 4. 4. 4. = xx 't □ van 't halve (verschil.

5. 45. 117. 221. 357.
divid. 12. 28. 44. 60. 76 = $2ax$, $2bx$, $2cx$, $2dx$ &c.

$\frac{5}{12}$. $1\frac{17}{28}$. $2\frac{29}{44}$. $3\frac{41}{60}$. $4\frac{53}{76}$ de begeerde *Progres.*

Of zet de volgende *Arithm. Progres.*

3. 5. 7. 9. 11. &c.

9. 25. 49. 81. 121.
substr. 1. 1. 1. 1. 1.

8. 24. 48. 80. 120.
divid. 6. 10. 14. 18. 22.

$1\frac{1}{3}$. $2\frac{2}{5}$. $3\frac{3}{7}$. $4\frac{4}{9}$. $5\frac{5}{11}$ de begeerde *Progres.*

229. Men heeft een andere Orde van getallen daar ook de heele, de Tellers, als ook de Noemers, ieder byzonder staan in een *Arithmetische Progres*, en wanneer men ieder heel getal met deszelfs Breuk inrigt zoo is al het komende de *Hypothenuza*, en de Noemers de *Bazis* van een regthoekigen *Triangel*. Wat getallen zyn het? en hoe worden dezelve gevonden?

Steld $\frac{aa+xx}{2ax}$. $\frac{bb+xx}{2bx}$. $\frac{cc+xx}{2cx}$.

Zoo is het bovenste de *Hypothenuza*, en het on-

onderste de *Bazis* van een regthoekige *Triangel*. Deze Breuken schikken aldus;

$$\frac{aa+xx}{2ax}.\,1+\frac{bb-2bx+xx}{2bx}.\,2+\frac{cc-4cx+xx}{2cx}.$$

$$\begin{array}{lcl} bb-2bx+xx & & cc-4cx+xx \\ \text{met } 2 & & aa+xx \\ \hline 2bb-4bx+2xx & = & aa+cc-4cx+2xx \\ \hline 4cx-4bx & = & aa+cc-2bb \\ \hline \end{array}$$

$$x=\frac{aa+cc-2bb}{4c-4b}$$ even als te (vooren.

Verklaaring in getallen.

3. 5. 7. 9. 11. de *Arithm. Progres.*

$$\begin{array}{ll} & 9.\,25.\,49.\,81.\,121 = aa,\ bb,\ cc,\ dd.\ \&c. \\ \text{add.} & 1.\ \ 1.\ \ 1.\ \ 1.\ \ \ 1 = xx. \\ \hline & 10.\,26.\,50.\,82.\,122. \\ \text{divid.} & 6.\,10.\,14.\,18.\ \ 22 = 2ax,\ 2bx,\ 2cx.\ \&c. \\ \hline \end{array}$$

$1\frac{2}{3}.\ 2\frac{3}{5}.\ 3\frac{4}{7}.\ 4\frac{5}{9}.\ 5\frac{6}{11}.$ de begeerde getallen.

En zoo ook met andere.

230. Drie Quadraat-getallen in een *Arithmetische Progres* te vinden.

Antw. 1. 25. 49. of 49. 289 529. &c.

Dit is in de *Konst-Spiegel* ook genoegzaam ver-

verklaart, doch ik zal 'er nog een paar veranderingen by doen.

Steld voor de drie Quadraat-Wortelen

$x-b$. x. $x+a$. Quadreer ieder.

$$xx-2bx+bb.\quad xx.\quad xx+2ax+aa$$

met 2 $\quad xx-2bx+bb$

$$2xx=2xx+2ax-2bx+aa+bb$$

$$2bx-2ax=aa+bb$$

$$x=\frac{aa+bb}{2b-2a}.$$

Nu mag men a en b na believen nemen, doch zoo, dat b grooter is als a. Laat $a=1$ en $b=2$ zyn, zoo is $x=2\frac{1}{2}$.

$x-b=\frac{1}{2}$. $x=2\frac{1}{2}$. $x+a=3\frac{1}{2}$. quadreer elk.

$\frac{1}{4}$. $6\frac{1}{4}$. $12\frac{1}{4}$.

Of in heele getallen 1. 25. 49 de begeerde □ getallen.

Een andere ligte manier.

Men konde *Algebraice* dit Voorstel op nog verscheyden wyze solveeren, doch agte zulks onnoodig hier by te brengen. Een manier zal ik egter nog ophaalen, namentlyk, dat men uyt alle regthoekige *Triangels* drie Quadraat-getallen in een *Arithm. Progres* vinden kan. Want het Quadraat der *Hypothenuza* is altyd het mid-

delste

delfte Quadraat-getal: de Quadraaten van 't verſchil en van de ſom der Beenen zyn beyde uyter'te. en de viervoudige Inhoud is altyd 't *Arithmetiſche verſchil.* By voorbeeld; Ik neem de regthoekige *Triangel* 5. 12. 13. 't Verſchil der Beenen is 7, en derzelver ſom is 17.

7. 13 17. quadreer.

---

49. 169 289 de drie begeerde Quadraatgetallen. 't Arithm. verſchil is 120, 't welk is de viervoudige Inhoud des *Triangels.*

Of men neemt de regthoekige *Triangel* 8. 15. 17. 't verſchil der Beenen is 7, en derzelver ſom 23.

7. 17 23. quadreer.

---

49. 289. 529. de drie Quadraat getallen.

De viervoudige Inhoud des *Triangels* is 240, en dat is ook het Arithm. verſchil.

231. Vind zulk een Quadraat-getal, wanneer men deszelfs Wortel daar toe addeert of ook daar van ſubſtraheerd dat 'er telkens een Quadraat-getal komt. *Antw.* $\frac{625}{576}$.

Dit is mede in de *Konſt-Spiegel* zeer duydelyk en eenvoudig verklaart, zoo, dat 'er weynig aan te verbeteren is. Wanneer egter een curieus Liefhebber 't zelve nog op de een of andere manier begeerde te ſɔlveeren, die kan het volgende dienen.

't Quadraat-getal zy xx, zoo is

$xx + x = \square$

$xx - x = \square$ $xx - 2ax + aa.$

$2ax - x = aa$

$$x = \frac{aa}{2a-1}. \quad xx = \frac{a^4}{4aa-4a+1}.$$

$$xx + x = \frac{a^4 + 2a^3 - aa}{4aa-4a+1} = \square.$$

De Deeler is reets een Quadraat, daarom laat men die vaaren, maar de 1 eller $a^4 + 2a^3 - aa$ divideer door aa een $\square$, zoo is

$aa + 2a - 1 = aa - 2ab + bb$ een Quadraat.

$$2ab + 2a = bb + 1$$

$$a = \frac{bb+1}{2b+2}.$$

Verklaarig in getallen. Laat $b = 2$ zyn, zoo is $a = \frac{5}{6}$. $\frac{aa}{2a-1} = \frac{25}{24} = x$, Ergo $xx = \frac{625}{576}$ het begeerde Quadraat getal, en op zulken wyze veel andere meer.

Op een andere manier.

$$xx + x = \square.$$
$$xx - x = \square.$$

somma $2xx$.

Nu moet $2xx$ of het getal 2 in twee Quadraat getallen verdeeld worden, gelyk zulks alvorens by

by 't 226 Voorstel is aangewezen. Ik neem $\frac{289}{169}$. $\frac{49}{169}$. Zoo is $xx+x=\frac{289}{169}xx$. En $xx-x=\frac{49}{169}xx$.

$$\frac{120}{169}xx = x \qquad \frac{120}{169}xx = x.$$

Hier komt aan weerzyden $x=\frac{169}{120}$, zoo is $xx = \frac{28561}{14400}$ het begeerde Quadraat-getal, en zoo ook met andere.

Meer veranderinge worden met voordagt agter gehouden.

232. Vind twee Quadraat-getallen, wanneer men tot het Quadraat van haar som ieder byzonder addeert, dat 'er twee rationaale Quadraat-getallen komen. *Antw.* $\frac{2304}{68121}$. $\frac{14400}{68121}$.

233. Vind twee Quadraat-getallen; wanneer men van 't eene een gegeven getal, als in dezen 5, substraheert, en tot het ander des eersten Wortel addeert, dat 'er wederom twee rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $5\frac{4}{9}$. $\frac{4}{9}$.

234. Hoe moet men x nemen op dat $6xx+24x+27$ een Rationaal Quadraat zy? *Antw.* 9. of $2\frac{3}{5}$. &c.

235. En hoe moet men x nemen op dat $8xx+32x+39$ een Rationaal Quadraat voortbrengt? *Antw.* $7\frac{1}{2}$ of $53\frac{1}{2}$ en veel andere meer.

236. Vind een getal; wanneer men deszelfs Quadraat met 10 multipliceert en tot het product het getal zesmaal en ook negenmaal addeert, dat 'er telkens Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{8}{33}$.

237. Vind twee getallen; zoo met tot haar product ieder getal byzonder addeert, dat 'er twee Ra-

tionaale Quadraaten komen wier ſom der Wortels is 6. *Antw.* $\frac{37}{27}$. $\frac{121}{27}$. De 27 des II B. *Diophanti*

Steld voor de getallen x en $aax-1$, haar product is $aaxx-x$. Wanneer men hier toe addeert het eerſte getal x, komt $aaxx$ een Quadraat wiens Wortel ax is. Om dat de ſom van beyde Wortels 6 moet zyn, zoo is de andere Wortel $6-ax$, deszelfs Quadraat is $aaxx-12ax+36$. Zoo veel moet 'er ook komen wanneer men het andere getal $aax-1$ addeert tot het product $aaxx-x$. Nu heeft men deze vergelyking;

$$aaxx+aax-x-1 = aaxx-12ax+36$$

$$aax+12ax-x = 37$$

$$x = \frac{37}{aa+12a-1}$$

Verklaring in getallen. Laat $a=2$ zyn, zoo is $x=\frac{37}{27}$ het eene getal, en $aax-1=\frac{121}{27}$ het ander getal.

238. Twee andere getallen te vinden; zoo men van haar product ieder getal byzonder ſubſtraheert dat de reſt zy twee Rationaale Quadraaten wier ſom der Wortels is 5. *Antw.* $\frac{26}{17}$. $\frac{121}{17}$. De 28 des II B. *Diophanti.*

Steld voor de getallen x en $aax+1$, haar product is $aaxx+x$. Wanneer men daar van het eerſte getal x ſubſtraheert, reſt 'er $aaxx$

een

een Quadraat getal wiens Wortel ax is. Om dat de ſom van beyde Wortels 5 moet zyn, zoo is de andere Wortel $5-ax$, deszelfs Quadraat is $aaxx-10ax+25$. Subſtraheert van 't product $aaxx+x$ het ander getal $aax+1$, reſt $aaxx-aax+x-1=aaxx-10ax+25$

$$-aax+10ax+x=26$$

$$x=\frac{26}{-aa+10a+1}.$$

Bewys in getallen. Laat a wederom $=2$ zyn, zoo is $x=\frac{26}{17}$ het eene getal, en $aax+1=\frac{121}{17}$ het ander getal.

239. Vind twee getallen waar van de ſom, als ook de ſom van haar Quadraaten Ratonaale Quadraaten zyn. *Antw.* $\frac{12}{7}$. $\frac{16}{7}$.

240. Vind twee Quadraat-getallen; wanneer men derzelver ſom door de ſom van haar Wortels divideert, dat 'er een Rationaal Quadraat komt. *Antw.* 1. 49. of $\frac{49}{9}$. $\frac{289}{9}$.

241. Beyde regthoekszyden van een *Triangel* te vinden, zoodanig dat een der zelve een Quadraat is, en derzelver ſom een Rationaal Quadraat. *Antw.* 400. 561. of 2047837. 2965284.

242. De regthoekige *Triangel* 3. 4. 5. heeft deze eygenſchap dat het grootſte Been een Quadraat is, en wanneer men tot de Inhoud het kleynſte Been addeert komt ook een Quadraat. Een andere

dere regthoekige *Triangel* te vinden van gelyke hoedanigheyd. *Antw.* $\frac{48}{388}$. 4 de beyde Beenen, en $\frac{28}{300}$ de Inhoud.

243. Een zulk Quadraat getal te vinden; wanneer men deszelfs Wortel, of een gegeven getal 2 daar toe addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen? *Antw.* $\frac{2401}{3184}$.

244. Vind een zulk Quadraat getal; wanneer men deszelfs Wortel of een gegeven getal 2 daar van substraheert, dat de rest zy twee Rationaale Quadraaten. *Antw.* $\frac{6561}{3136}$.

245. Zoodanig een Quadraat getal te vinden; wanneer men het zelve met 14 multipliceert en tot het product vyfmaal de Wortel addeert, of wanneer men het Quadraat getal met 6 multiplceert en tot het product driemaal de Wortel addeert, dat beyde somme Rationaale Quadraaten zyn. *Antw* $\frac{1}{100}$. of $\frac{1}{580736}$. of $\frac{1}{2208235878}$ en meer andere,

246. Vind twee Rationaale Quadraat-getallen; zoo men van haar product ieder byzonder aftrekt dat de rest zy twee Rationaale Quadraat-getallen.

Antw. $\frac{100}{64}$. $\frac{289}{64}$. De 30 des II B. *Diophanti.*

Steld voor de Quadraaten xx en yy; haar product is $xxyy$

$$\begin{array}{l|l} \left.\begin{array}{l} xx \\ yy \end{array}\right\} \begin{array}{l} xxyy-xx = \square\, aaxx \\ xxyy-yy = \square\, bbyy \end{array} & \begin{array}{l} yy-1=aa \\ xx-1=bb \end{array} \end{array}$$

Dus moeten $yy-1$ en $xx-1$ Rationaale Quadraaten zyn, derhalven steld

xx

$$xx-1=xx-2cx+cc \qquad yy-1=yy-2dy+dd$$

$$2cx=cc+1 \qquad 2dy=dd+1$$

$$x=\frac{cc+1}{2c}. \qquad y=\frac{dd+1}{2d}.$$

Laat $c=2$ zyn, zoo is $x=\frac{5}{4}$ en $xx=\frac{25}{16}$. $d=3$ zoo is $y=\frac{5}{3}$ en $yy=\frac{25}{9}$, beyde Quadraat-getallen. Of onder gelyke Deeler $\frac{225}{144}$ en $\frac{400}{144}$.

247. Vind twee getallen; wanneer men haar som tot haar product addeert of daar van substraheert dat 'er telkens Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 3. $19\frac{1}{2}$. De 31 des II B. *Diophanti.*

Steld x en y voor de getallen, haar product is xy, overzulks moeten $xy+x+y$ en $xy-x-y$ Rationaale □ zyn.

$xy+x+y=aaxx$ een Quadraat.

$$xy+y=aaxx-x$$

$y=\dfrac{aaxx-x}{x+1}$, dit in plaats van y in $xy-x-y$,

komt $\dfrac{aax^3-aaxx-2xx}{x+1}$ dat een Quadraat moet zyn.

Deelt de Teller door xx, een Quadraat, zoo is

aax-

$$\frac{aax - aa - 2}{x+1} = bb \text{ een Quadraat.}$$

$$aax - aa - 2 = bbx + bb$$

$$aax - bbx = aa + bb + 2$$

$$x = \frac{aa+bb+2}{aa-bb}. \qquad y = \frac{aaxx - x}{x+1}.$$

Verklaring in getallen. Laat $aa = 9$ en $bb = 4$ zyn, zoo is $x = 3$ en $y = 19\frac{1}{2}$.
Of is $aa = 4$ en $bb = 1$, zoo is $x = 2\frac{1}{3}$ en $y = 5\frac{5}{6}$, beyde getallen.

Op een andere manier.

Steld ax en bx, quadreer ider.

$aaxx + bbxx$ 't product der twee getallen.
't Dubbele produćt van ax met bx is $2abxx$, dit is de som van beyde getallen; wanneer men dit tot het bovenstaande produćt addeert of daar van substraheert, zoo komt 'er telkens een Rationaal Quadraat na den eysch.
Steld nu dat het eene getal x is, divideert daar mede het bovenstaande produćt $aaxx + bbxx$, zoo komt het ander getal $aax + bbx$; hier toe addeert x, komt $aax + bbx + x$ de som van beyde getallen.

$$2abxx = aax + bbx + x$$

$$x = \frac{aa + bb + 1}{2ab}.$$

Verklaring in getallen. Is $a = 1$ en $b = 2$, zoo is $x = 1\frac{1}{2}$ het eene, en $aax + bbx = 7\frac{1}{2}$ het ander getal.

Derde Solutie.

Men neemt twee getallen na believen welker ſom en verſchil Quadraaten zyn, als 10 en 6. Nu is het produćt $10xx$ en de ſom $6xx$.

Steld voor het eene getal ax, divideert daar mede het produćt $10xx$ zoo komt voor 't ander getal $\frac{10x}{a}$,

daar toe addeert ax, komt

$$\frac{aax + 10x}{a} = 6xx \text{ de ſom.}$$

$$6axx = aax + 10x$$

$$x = \frac{aa + 10}{6a},$$

Zoo is $ax = \frac{aa + 10}{6}$ het eene getal,

en $\frac{10x}{a} = \frac{10aa + 100}{6aa}$ het ander getal.

Neem

Neem a na believen $=$ 2 zoo is het eene getal $2\frac{1}{3}$ en het ander $5\frac{5}{8}$.

248. Vind twee getallen waar van de som een Quadraat is, en wanneer men deze som tot haar product addeert en daar van substraheert dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen.
Antw. $1\frac{1}{2}$. $7\frac{1}{2}$. De 32 des II *Diophanti*.

Deze word na de voorgaande derde manier ligt en vaardig gesolveert. Men neemt twee getallen na believen daar van 't kleynste een Quadraat is, en dat haar som en verschil ook Quadraaten zyn, als 5 en 4.

Nu zy het product $5xx$ en de som $4xx$. Steld voor 't eene getal ax, divideert het product $5xx$ daar mede zoo komt voor 't ander getal $\frac{5x}{a}$, daar toe addeert ax, komt $\frac{aax+5x}{a}$ de som.

$$\frac{aax+5x}{a} = 4xx$$

$$4axx = aax+5x$$

$$x = \frac{aa+5}{4a}$$

$$ax = \frac{aa+5}{4} \text{ het eene getal.}$$

$$\frac{5x}{a} = \frac{5aa+25}{4aa} \text{ het ander getal.}$$

Is

Is $a = 5$ zoo is $7\frac{1}{2}$ het eene en $1\frac{1}{2}$ het ander getal.

249. Vind twee getallen wiens verschil een Quadraat is, en zoo men tot het product van beyde getallen het gemelde verschil addeert of daar van substraheert dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $1\frac{2}{9}$. 55.

250. Vind nog twee getallen wiens product een Quadraat is, en zoo men tot het gemelde product de som der getallen addeert of daar van substraheert dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{13}{12}$ $\frac{325}{12}$.

251. Vind drie Quadraat-getallen, zoodanig, dat de som der beyder eerste ook een Quadraat is, en wanneer men het derde Quadraat-getal van beyde eerste ieder byzonder substraheert dat 'er nog twee Rationaale Quadraaten resteren. *Antw.* 9. 16. $\frac{144}{25}$.

252 Men begeert drie getallen te vinden; wanneer men haar som tot haar product addeert of daar van substraheert dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{1}{2}$. $2\frac{1}{2}$. $17\frac{4}{5}$.

253. Vind twee Quadraat-getallen; wanneer men haar som tot haar product addeert of daar van substraheert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{1681}{144}$. $\frac{1681}{576}$.

254. Men begeert wederom twee Quadraat-getallen te vinden; wanneer men haar verschil tot haar product addeert of daar van substraheert, dat de som en de rest ieder een Rationaal Quadraat zy. *Antw.* $\frac{289}{16}$. $\frac{289}{256}$.

255. Vind een getal; wanneer men een gegeven getal a daar toe addeert, of een ander gegeven getal b daar van substraheert, dat de som en rest Quadraaten zyn.

Laat het getal $xx-a$ zyn; wanneer men het eerste getal a daar toe addeert, komt xx een Quadraat-getal: zoo men het andere getal b daar van substraheert zoo rest 'er

$$xx-a-b=xx-2cx+cc \text{ een Quadraat-getal.}$$

$$2cx=cc+a+b$$

$$x=\frac{cc+a+b}{2c}.$$

Gegeven zynde $a=4$, $b=5$, en neem $c=2$, zoo is $x=3\frac{1}{4}$. $xx=10\frac{9}{16}$, en $xx-a=6\frac{9}{16}$ het begeerde getal.

256. Vind een ander getal; wanneer men twee gegeven getallen a en b daar toe addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen.

Laat het getal wederom $xx-a$ zyn; wanneer men a daar toe addeert, komt xx een Quadraat-getal, maar zoo men b daar toe addeert, komt $xx-a+b$. Dit moet met een Quadraat vergeleken worden, als

$$xx-a+b=xx-2cx+cc$$

$$2cx=cc+a-b$$

$$x=\frac{cc+a-b}{2c}.$$

Ge-

Gegeven zynde $a=3$, $b=4$ en neem na believen $c=5$, zoo is $x=\frac{12}{5}$, $xx=5\frac{19}{25}$ en $xx-aa=2\frac{19}{25}$ het begeerde getal.

257. Deelt een gegeven getal a na welgevallen in twee deelen: wanneer men tot het eene deel een gegeven getal b, en tot het ander deel een gegeven getal c addeert, beyde sommen met elkander multipliceert, dat dat product een Rationaal Quadraat zy.

Laat het eerste deel $x-b$ zyn, hier toe addeert b. en het ander deel $a-x+b$, hier toe addeert c.

't product $\overline{a-x+b+c}.\,x=ddxx$ een □ getal.

$$\overline{a-x+b+c}=ddx$$

$$x=\frac{a+b+c}{dd+1}$$

Gegeven zynde $a=2$, $b=3$, $c=4$, haar som is 9. Nu moest men dd zoodanig nemen dat x grooter is als $b=3$, en kleynder als $a+b=5$. Laat $dd=1\frac{9}{16}$ zyn, zoo is $x=3\frac{21}{41}$, en dus zyn beyde deelen $\frac{21}{41}$ en $1\frac{20}{41}$. somma $2=a$.

258. Twee getallen te vinden; wanneer men haar product tot haar verschil addeert en ook daar van substraheert, dat 'er twee Rationaale Cuben komen. *Antw.* $\frac{8}{81}$. $\frac{14}{81}$.

259. Van beyde Cubicq-getallen 8 en 27 is haar verschil 19. Men begeert twee andere Cubico ge-

tallen te vinden wier ſom 19 is.
Antw 246491883 en 5341020992, ieder gedeelt door 294079625.

260. Men begeert twee Cubicq-getallen te vinden, hebbende deze eygenſchap; wanneer men ieder van een gegeven Zenzi-cubicq-getal (als in dezen 64) ſubſtraheert dat de ſom van beyde reſten een Rationaal Quadraat zy.
Antw. $\frac{32768}{2197}$. $\frac{8000}{2197}$.

261. Drie Cubicq-getallen te vinden; wanneer men ieder van een gegeven Zenzicubo, als 64, ſubſtraheert, dat de ſom der drie reſten een Rationaal Quadraat zy. *Antw*. $\frac{59319}{4096}$. $\frac{68921}{4096}$. 27.

262. Daar zyn vier ongelyke Cubicq-getallen waar van de ſom der twee eerſte evenveel is als de ſom der twee andere.
Antw. 1157625. 5359375. ſomma 6517000.
287496. 6229504. ſomma 6517000.

263. Vind vier andere Cubicq-getallen daar van de ſom der twee eerſte zoo veel doet als het verſchil der twee andere.
Antw. 343. 2744. ſomma 3087.
4913. 8000. verſchil 3087.

264. Drie getallen in een *Arithmetiſche Progres* te vinden, dat de ſom van haare Cuboos een Rationaale Cubus is. *Antw*. 3. 4. 5. of 149. 256. 363.

265. Vier getallen in een *Arithm. Progres* te vinden,

den, dat de ſom van haare Cuboos een Rationaale Cubus is. *Antw.* 11. 12. 13. 14.

266. Van gelyken vyf getallen in een *Arithm. Progres* te vinden, dat de ſom van haare Cuboos een Rationaale Cubus is.
Antw. 230. 243. 256. 269. 282.

267. Nog begeert men zes getallen in een *Arithm. Progres* te vinden, dat de ſom van haare Cuboos een Rationaale Cubus is.
Antw. 435. 506. 577. 648. 719. 790.

268. Vind drie Zens-Zenzi-getallen; wanneer men de twee eerſte addeert en van de ſom de derde ſubſtraheert, dat de reſt een Rationaal Quadraat zy.
Antw. 88529281. 1416468496. 1330863361.
of 65610000. 279841. 54700816.

269. Vind twee getallen wiens verſchil 1 is. Het drievoud van haar product een Rationaal Quadraat, en zoo men het Quadraat des grootſten met het kleynſte getal multipliceert, dat het product een Rationaale Cubus zy. *Antw.* $\frac{27}{37}$. $1\frac{27}{37}$.

270. Vind een Cubicq-getal; wanneer men tot het zelve, als ook tot deszelfs Wortel een getal *y* addeert, dat de eerſte ſom wederom een Cubus, en de andere deszelfs Wortel zy.
Antw. de Cubus is $\frac{4096}{117649}$ en deszelfs Wortel $\frac{16}{49}$. 't getal *y* is $\frac{23}{49}$.
De 9 des IV. B. *Diophanti.*

 Laat

Laat de Wortel $=x$ zyn, de Cubus $=x^3$.

$$\begin{array}{l} \text{add. } y \\ \hline x+y \\ \hline \end{array} \quad \sqrt[3]{} \qquad \begin{array}{l} \text{add. } y \\ \hline \end{array}$$

$$x^3+3xxy+3xyy+y^3=x^3+y$$

$$y^3+3xyy+3xxy-y=0$$

$$y \;\Big|\; yy+3xy+3xx-1=0$$

komt per Quad. Cos $y=-1\frac{1}{2}x+\sqrt{1-\frac{3}{4}xx}$

$1-\frac{3}{4}xx=1-2ax+aaxx$ een $\square$ wiens Wortel $ax-1$ is.

$$aaxx+\frac{3}{4}xx=2ax$$

$$x=\frac{2a}{aa+\frac{3}{4}}. \qquad y=ax-1\frac{1}{2}x-1.$$

Men moet a boven 3 nemen, waar door x en y geschikt komen. Is $a=6$ zoo is $x=\frac{16}{49}$, $x^3=\frac{4096}{117649}$ en $y=\frac{23}{49}$.

271. Vind vier getallen; wanneer men haar som multipliceert met het eerste dat 'er een *Quadraat*, met het tweede dat 'er een *Cubus*, met het derde dat 'er een *Sursolidus*, en met het vierde dat 'er een *B. Sursolidus* komt. *Antw.* $\frac{144}{2187}$. $\frac{16}{6561}$. $\frac{128}{6561}$. $\frac{64}{2187}$. haar som is $\frac{256}{2187}$.

272. Vind 10 ongelyke Quadraat-getallen; wanneer men van 't Quadraat van haar som ieder byzonder aftrekt, dat de resten 10 Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* zoo veel men begeert.

273. Vind drie heele getallen na believen; wanneer men tot haar aller product het product van haar tweeën addeert dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 1. 8. 49. of 2. 24. 242. of 3. 48. 675. en zoo veel men begeert te hebben.

274. Vind nog drie getallen; wanneer men van haar aller product het product van haar tweeën substraheert dat de resten drie Rationaale Quadraaten zyn, alles in geheele getallen. *Antw.* 2. 9. 289. en meer andere.

275. Vind drie zulke getallen; wanneer men twee van dezelve met malkander multipliceert en tot ider product 45 addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. Men begeert hier op al de *Antwoorden* in heele getallen te vinden, die 14 in getal zyn.

276. Daar zyn twee *Enneagonaal*-getallen 46 en 24 wiens verschil 22 is. Men begeert twee andere *Enneagonaal*-getallen te vinden wiens verschil ook 22 is. *Antw.* $\frac{1403}{63}$. $\frac{17}{63}$.

277. Gegeven zynde het *Decagonaal*-getal 52. Men begeert het zelve te deelen in twee andere Rationaale *Decagonaal*-getallen. *Antw.* $\frac{2394}{100}$. $\frac{2806}{100}$.

278. Vind een *Trigonaal*-getal; wanneer men deszelfs Wortel daar toe addeert of daar van substraheert, dat de som en rest *Trigonaal*-getallen zyn. *Antw.* $1\frac{8}{25}$, of $2\frac{2}{9}$, en ontelbaar meer.

Steld voor het *Trigonaal*-getal $\frac{1}{2}xx+\frac{1}{2}x$. Wanneer men deszelfs Wortel x daar van substraheert zoo rest 'er $\frac{1}{2}xx-\frac{1}{2}x$ dat een *Trigonaal*-getal is: maar zoo men x tot $\frac{1}{2}xx+\frac{1}{2}x$ addeert komt 'er

$\frac{1}{2}xx+1\frac{1}{2}x = Trig.\ \frac{1}{2}aa-ax+\frac{1}{2}xx+\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}x$ wiens (Wortel is $a-x$.

$ax+2x=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{2}a$

$$x=\frac{aa+a}{2a+4}.$$

Nota, men moet a boven 2 nemen.

Is $a=3$ zoo is $x=1\frac{1}{5}$ en deszelfs *Trigonaal* $1\frac{8}{25}$.
$a=4$ . . . $x=1\frac{2}{3}$ . . . . $2\frac{2}{9}$.
$a=5$ . . . $x=2\frac{1}{7}$ . . . . $3\frac{18}{49}$.
$a=6$ . . . $x=2\frac{5}{8}$ . . . . $4\frac{97}{128}$.

En zoo voort tot in 't oneyndige.

279. Vind een *Pentagonaal*-getal; wanneer men deszelfs Wortel daar toe addeert of daar van substraheert, dat 'er twee *Pentagonaal*-getallen komen. *Antw.* $1\frac{22}{32}$, of $3\frac{27}{40}$, en veel andere meer.

280. Vind een *Octagonaal*-getal; wanneer men deszelfs Wortel daar toe addeert of daar van substraheert, dat 'er twee Rationaale *Octagonaal*-getallen komen. *Antw.*

Deze is niet zoo gemakkelyk als de twee voorgaande, en men kan zich met een Antwoord wel laten genoegen, overzulks is het zelve agter gelaten.

281. Drie *Trigonaal*-getallen in een *Arithm. Progres* te vinden, zoodanig dat de som haarer Wortelen ook een *Trigonaal*-getal zy.

Antw.

Antw. $\frac{2921}{21632}$. $\frac{137921}{21632}$. $\frac{273921}{21632}$ zyn drie *Trigonaal*-getallen in een *Arithm. Progres*; de ſom van haar Wortelen bedraagt $7\frac{5}{8}$, dat ook een *Trigonaal*-getal is, volgens den eyſch.

282. Drie *Trigonaal*-getallen in een *Arithm. Progres* te vinden waar van de ſom ook een Rationaal *Trigonaal*-getal is. *Antw.* $\frac{13}{25}$. 15. $\frac{728}{25}$. wiens ſom is 45.

283. Vind twee *Pentagonaal*-getallen; wanneer men dezelve addeert of van eikander ſubſtraheert, dat 'er twee Rationaale *Pentagonaal*-getallen komen. *Antw.* 5 en 7, en andere meer.

284. Vind vier getallen; wanneer men van haar ſom ſubſtraheert de ſom der Quadraaten van *a* en *b* of van *a* en *c*, of van *b* en *c*, of van *c* en *d*, dat de reſten vier Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $\frac{112}{101}$. $\frac{12}{701}$. $\frac{114}{101}$. $\frac{74}{701}$.

285. Vind vyf getallen; wanneer men van haar ſom ſubſtraheert de ſom der Quadraaten van *a*, *b*, *c*, of van *b*, *c*, *d*, of van *c*, *d*, *e*, of van *a*, *c*, *d*, of van *d*, *a*, *b*, dat de reſten vyf Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $\frac{16}{33}$. $\frac{7}{33}$. $\frac{21}{33}$. $\frac{25}{33}$. $\frac{44}{33}$.

286. Vind een Quadraat-getal; wanneer men 3 of 5 daar toe addeert, dat in beyde gevallen wederom Rationaale Quadraaten komen.
Antw. $\frac{1}{16}$ of $\frac{14737921}{234016}$.

In plaats van beyde getallen 3 en 5 ſteld *a* en *b*.

$a+b$ de ſom $a+b$. halveer.

met 2 $\quad\quad \frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$

$2a+2b$ $\quad$ ſubſtr. b

$\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b$, quadreer.

$\frac{1}{4}aa-\frac{1}{2}ab+\frac{1}{4}bb$, divid. door $2a+2b$,

$2a+2b$.

Wanneer men tot deze Breuk addeert a of b zoo is de Teller telkens een Quadraat. Zoo men voor a en b zulke getallen neemt dat de Noemer $2a+2b$ ook een Quadraat is, zoo is de zaak richtig In dit Voorſtel is $a=3$ en $b=5$, dienvolgens is $2a+2b=16$, een Quadraat.

Om hier uyt het eerſte Quadraat-getal te vinden zoo reſolveert de bovenſtaande quantiteyten $\frac{\frac{1}{4}aa-\frac{1}{2}ab+\frac{1}{4}bb}{2a+2b}$ a met 3 en b met 5, dan komt 'er $\frac{1}{16}$ voor 't eerſte Quadraat-getal dat 'er komen kan na den eyſch van 't Voorſtel, en uyt dit kan nu verder het tweede, derde enz. gevonden worden.

287. Van drie Quadraat-getallen in een *Arithm. Progres* zyn de twee uytterſte gegeven, als 49 en 289. Men begeert een Quadraat getal te vinden wanneer men het zelve tot elk byzonder addeert dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{3600}{169}$.

Dit

Dit konde men op de zelve wyze solveren, doch wy zullen de Solutie hier op een andere manier voorstellen.

Steld voor het Quadraat-getal xx, daar toe addeert $aa-b$ en $aa+b$, zoo komt

$$xx+aa-b=\square$$
$$xx+aa+b=\square$$
mult.
$$x^4+2aaxx+a^4-bb=\square x^4-2aaxx+a^4$$

$$4aaxx=bb$$

$$xx=\frac{bb}{4aa}.$$ Dit is het Quadraat

dat te vinden was; wanneer men daar toe addeert $aa-b$, of $aa+b$ zoo komen 'er telkens Rationaale Quadraaten. Van de drie Quadraat-getallen in een *Arithm. Progres*, 49. 169. 289, is het middelste 169. Daarom $aa=169$. $4aa=676$.

Beyde uytterste
$$aa-b=49$$
$$aa+b=289$$
subStr.
$$2b=240$$
$$b=120.$$

$$xx=\frac{bb}{4aa}=\frac{14400}{676}$$ of $\frac{3600}{169}$ het begeerde Quadraat (getal.

288.

288. Vind drie Quadraat-getallen; wanneer men het kleynste van beyde grootere ieder byzonder substraheert, dat de resten twee Rationaale Quadraaten zyn. Ook wanneer men beyde resten addeert, de som halveert, dat 'er wederom een Quadraat-getal komt. *Antw.* $\frac{144}{25}$. $\frac{169}{25}$. $\frac{1369}{25}$.

289. Drie Quadraat-getallen te vinden; wanneer men twee van dezelve te samen addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen.
Antw. 1936. 57600. 13689.

290. Vind nog drie Quadraat-getallen; wanneer men twee derzelve van elkander substraheert, dat de resten drie Rationaale Quadraaten zyn.

Dit is ietwes moeylyker als het vorige, en geeft ook grooter getallen; doch wanneer men maar een Antwoord konstmaatig gevonden heeft, zoo is de weg tot ontelbaar andere Antwoorden open.

291. Men begeert zulke twee getallen te vinden waar van de som een Rationaal Quadraat is, en wanneer men van 't Quadraat der som ieder getal byzonder substraheert, dat de resten twee Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $\frac{1300}{5488}$. $\frac{3075}{5488}$.

292. Vind twee andere getallen waar van de som een Rationaal Quadraat is, en wanneer men tot het Quadraat der som ieder getal byzonder addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{243}{5488}$. $\frac{1332}{5488}$.

293. Vind drie getallen *a*, *b*, *c*; Wanneer men tot het

het Quadraat van 't getal *c* het getal *a* of *b* ieder byzonder addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. Daar na vind men een getal *d*, wanneer men de getallen *a*, *b*, *c* daar mede multipliceert zoo komen 'er drie getallen *e*, *f*, *g*. Zoo men tot het product *ef* het getal *g* addeert, of ook daar van substraheert, dat 'er wederom twee Rationaale Quadraaten komen.

Antw. *a* $\frac{5}{12}$. *b* $\frac{1}{12}$. *c* $\frac{1}{6}$. *d* 6. *e* $2\frac{1}{2}$. *f* $\frac{1}{2}$. *g* 1.

294. Men vind zulke twee getallen waar van de som en 't product beyde Rationaale Quadraaten zyn, en wanneer men 't verschil der getallen tot haar som addeert of daar van substraheert: insgelyks het verschil van haare Quadraaten tot haar gemelde som, als ook tot deszelfs Quadraat addeert of daar van substraheert, dat 'er telkens Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{1}{50}$. $\frac{49}{50}$. of $\frac{529}{1682}$. $\frac{2209}{1682}$. en veel andere meer.

295. Vind drie getallen in een *Arithm. Progres*; wanneer men tot het product van twee vervolgens, een gegeven Quadraat-getal 25 addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen.

Antw. 5. 40. 75. of 20. 150. 280. &c.

Steld voor de drie getallen $x-2a$. x. $x+2a$, en voor het gegeven Quadraat-getal aa. Wanneer men $x-2a$ multipliceert met x, en $x+2a$ met x, en tot ieder product het Quadraat aa addeert, zoo komen in beyde gevallen Rationaale Quadraaten na den eysch. Maar multipliceert men $x-2a$ met $x+2a$ en

en addeert tot het product aa, zoo komt 'er

$$xx - 3aa = \square\, xx - 2bx + bb$$

$$2bx = 3aa + bb$$

$x = \dfrac{3aa+bb}{2b}$, dit in plaats van x in de bovenstaande Stelling gezet, zoo zyn de drie getallen

$$\frac{3aa-4ab+bb}{2b}. \quad \frac{3aa+bb}{2b}. \quad \frac{3aa+4ab+bb}{2b}.$$

Daar is gegeven $aa = 25$, en neem $b = 3$, zoo zyn de drie getallen 4. 14. 24, en zoo ook met andere.

296. Drie getallen in een *Arithm. Progres* te vinden; wanneer men van het product van twee vervolgens, 3 substraheert, dat de resten telkens Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* 1. 4. 7. of 2. 14. 26. of $\frac{14}{11}$. $\frac{86}{11}$. $\frac{158}{11}$. &c.

297. Vind drie getallen in een *Arithm. Progressie*; wanneer men van het product van twee vervolgens, het Arithmetische verschil aftrekt, dat de resten drie Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $2\frac{1}{2}$. 15. $27\frac{1}{2}$. of 8. 56. 104.

298. Vind nog drie getallen in een *Arithm. Progressie*; wanneer men tot het product van twee vervolgens, het Arithm. verschil addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen.

Antw.

Antw. $\frac{8}{13}$. $4\frac{8}{13}$. $8\frac{8}{13}$. of 104. 780. 1456.

299. Vind drie zulke getallen waar van de ſom een Quadraat is; wanneer men twee der zelve met elkander multipliceert, en tot ieder product die ſom addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $4\frac{1}{2}$. $22\frac{1}{2}$. 54, haar ſom is 81.

300. Vind nog drie getallen waar van de ſom een Quadraat is; wanneer men van het product van twee vervolgens, gemelde ſom ſubſtraheert, dat de reſten drie Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $8\frac{1}{2}$. $110\frac{1}{2}$. 170. haar ſom is 289.

301. Men begeert twee Quadraat-getallen te vinden waar van de ſom ook een Quadraat-getal is, en wanneer men het Quadraat des ſoms van elk der eerſtgenoemde Quadraat-getallen ſubſtraheert, dat de reſten twee Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $\frac{1296}{15625}$. $\frac{2304}{15625}$.

302. Vind twee andere Quadraat-getallen waar van de ſom ook een Rationaal Quadraat is, en wanneer men van het Quadraat des ſoms elk der eerſtgenoemde Quadraat-getallen ſubſtraheert, dat de reſten twee Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $\frac{2082249}{9000000}$. $\frac{3701776}{9000000}$.

303. Vind drie getallen in een *Aritbm. Progreſſie*; wanneer men van de drie producten *ab*, *ac*, *bc*, het product *abc* ſubſtraheert, dat de reſten drie Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{3}{28}$.

304. Drie getallen in een *Harmoniſche Progres* te vin-

vinden; wanneer men van de drie producten *ab*, *ac*, *bc*, het product *abc* subtraheert, dat de drie resten Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $\frac{111}{640}$. $\frac{111}{400}$. $\frac{111}{100}$.

305. Vind nog drie getallen in een *Harmonische Progres*; wanneer men tot het product van haar allen, de drie producten *ab*, *ac*, *bc*, addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. Deze is als de voorgaande, uytgenomen dat hier grooter getallen komen.

306. Vind twee getallen hebbende deze eygenschap; wanneer men tot elk byzonder, tot haar som, als ook tot haar verschil, addeert een gegeven Quadraat-getal, als in dezen 4, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 96. $\frac{1344}{25}$.

De 14 des IV. *Diophanti.*

Steld voor de getallen x en y, en voor het gegeven Quadraat-getal aa, zoo komt 'er

$$x+aa=\square \quad bb-2ab+aa$$
$$y+aa=\square \quad cc-2ac+aa$$
$$x+y+aa=\square$$
$$x-y+aa=\square$$

Uyt beyde eerste Vergelykingen komt

$$x=bb-2ab$$
$$y=cc-2ac$$

Uyt beyde laatste $x+y+aa$ en $x-y+aa$ blykt dat y of $cc-2ac$ zoodanig een getal moet zyn, dat, wanneer men het zelve addeert tot een Quadraat $x+aa$ dat gelyk $bb-2ab+aa$ is, of ook

ook daar van fubftraheert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen.

Hier komt deze Regel in aanmerking.

Wanneer men het dubbele product van twee getallen addeert tot de fom van haare Quadraaten, of ook daar van fubftraheert, zoo komen 'er altyd twee Rationaale Quadraaten De quadraat-wortel uyt de fom is de fom van beyde getallen en de Quadraat-wortel uyt de reft is 't verfchil van beyde getallen.

Volgens deze Regel is in dit geval $cc-2ac$ als het dubbele product van beyde getallen aan te merken, dus is haar product $\frac{1}{2}cc-ac$: verdeel het zelve in twee producenten, als in c en $\frac{1}{2}c-a$. De fom der Quadraaten van deze beyde Deelen is $1\frac{1}{4}cc-ac+aa$, dit is nu gelyk het Quadraat $bb-2ab+aa$, wiens Wortel is $b-a$, Steld dezelve gelyk $cd-a$, en quadreer, zoo is dienvolgens

$$1\frac{1}{4}cc-ac+aa=ccdd-2acd+aa$$

$$ccdd-1\frac{1}{4}cc=2acd-ac$$

$$c=\frac{2ad-a}{dd-1\frac{1}{4}}.$$

Verklaring in getallen. Het gegeven Quadraat-getal aa is hier 4, zoo is $a=2$. Men moet d kleynder nemen als $1\frac{1}{2}$, doch dat deszelfs Quadraat dd grooter is als $1\frac{1}{4}$. Laat $d=1\frac{1}{4}$ zyn zoo is $c=\frac{48}{5}$. $cd-a=10=b-a$,

deszelfs Quadraat is $100 = x + aa$, zoo is $x = 96$ het eene getal.

$cc - 2ac$ is $= \frac{1344}{25} = y$ het ander getal.

Of men neme $d = 1\frac{1}{3}$. zoo is $c = \frac{120}{19}$. $cd - a = \frac{122}{19}$, deszelfs Quadraat is $\frac{14884}{361} = x + aa$, daar van substr. $aa = 4$, rest $x = \frac{13440}{361}$ het eene getal.

$cc - 2ac = \frac{5280}{361} = y$ het ander getal.

De Proef is regtmaatig.

307. Vind twee getallen; wanneer men van elk, als ook van haar som, en van haar verschil een gegeven Quadraat-getal (als in dezen 4) aftrekt, dat de vier resten Rationaale Quadraten zyn.

Antw. 20. $\frac{1825}{36}$. of 5. $\frac{2257}{144}$. &c.

308. Vind twee getallen; zoodanig, dat het verschil van haar Quadraaten een Rationaal Quadraat is, en wanneer men het zelve van ieder getal, als ook van het verschil der getallen aftrekt, dat de drie resten Rationaale Quadraaten zyn.

Antw. $\frac{5}{36}$ $\frac{3}{36}$.

309. Vind twee getallen; wanneer men tot ieder, als ook tot haar som, het verschil der Quadraaten addeert: ook wanneer van 't genoemde verschil der Quadraaten het verschil der getallen word afgetrokken, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{2150905}{4035}$. $\frac{246792}{144}$.

310. Vind twee Quadraat-getallen wiens som ook een Quadraat is, en wanneer men tot het Quadraat

draat der ſom beyde eerſte Quadraat-getallen elk byzonder addeert, dat 'er wederom twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 1656369. 49280400 ieder gedeelt door 22153456.

311. Vind drie Quadraat-getallen; wanneer men twee van dezelve met elkander multipliceerd, en tot ieder product het Quadraat-getal 25 addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 4. $\frac{121}{576}$. $\frac{8281}{576}$.

312. Drie andere Quadraat-getallen te vinden; wanneer men van het product van twee vervolgens het Quadraat-getal 9 aftrekt, dat de drie reſten Rationaale Quadraaten zyn.
Antw 4. $\frac{7921}{1600}$. $\frac{11881}{1600}$.

313. Vind twee getallen; wanneer men tot haar product ieder getal byzonder addeert en ook daar van ſubſtraheert, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{25}{24}$ en $\frac{2448401}{117600}$.

314. Vind nog twee getallen; wanneer men tot haar ſom het Quadraat van ieder getal addeert en ook daar van ſubſtraheert, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{12112}{11285}$. $\frac{47153560}{127351225}$.

315. Vind nog twee getallen; wanneer men tot haar verſchil het Quadraat van ieder getal addeert en ook daar van ſubſtraheert, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen.
Antw. $\frac{5904}{11285}$. $\frac{23055120}{127351225}$.

316. Vind twee getallen waar van de ſom een Rationaal Quadraat is: wanneer men het verſchil

der getallen met een gegeven getal 2, en het verschil van haar Quadraaten met een ander getal 3 multipliceert, en die beyde producten ieder byzonder tot opgemelde som der getallen addeert en ook daar van substraheert, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{448}{1681}$. $\frac{218}{1681}$.

317. Men begeert nog twee getallen te vinden waar van de som een Rationaal Quadraat is; wanneer men het verschil der getallen divideert door een gegeven getal 2, en het verschil der Quadraaten divideert door een ander getal 3: beyde quotienten ieder byzonder tot opgemelde som addeert en ook daar van substraheert, dat 'er vier Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{312\frac{1}{2}}{1332}$. $\frac{44\frac{1}{2}}{1332}$. of $\frac{8227}{3600}$. $\frac{1083}{3600}$.

318. Vind drie Quadraat-getallen; wanneer men tot het product van twee vervolgens addeert de som van dezelve twee, of ook het overige derde getal dat 'er telkens Rationaale Quadraaten komen.

Antw. $\frac{25}{9}$. $\frac{64}{9}$. $\frac{196}{9}$. De 5 des V. *Diophanti*.

Dit Voorstel word door een zonderlinge konstgreep kort en beknopt opgelost, en wanneer iemand zulks alvorens niet weet dan zal de solutie aan veele zwaar genoeg, zoo niet onmogelyk, voorkomen. De greep bestaat in deze aanmerkingswaardige eygenschap; wanneer men twee Quadraat-getallen steld waar van de Wortels 1 verschillen, en dan een derde getal het welk zoo veel doet als het dubbel der som van beyde Quadraat-getal-

tallen $+2$, zoo brengen deze drie getallen dat gene te weeg het welk dit Voorstel vordert.

Steld daarom twee Quadraaten waar van de Wortels 1 verschillen, als

$$\begin{array}{l} xx \\ xx+2x+1 \\ \hline \end{array}$$

haar som is $2xx+2x+1$. Dubbeleer $+2$

$4xx+4x+4$ het derde getal.

Nu is 'er niet meer overig als dat dit derde getal tot een Quadraat gemaakt word.

Steld voor deszelfs Wortel $2a-2x$, zoo is

$$4xx+4x+4=4xx-8ax+4aa$$

$$8ax+4x=4aa-4$$

$$x=\frac{aa-1}{2a+1}.$$

Is $a=2$, zoo is $x=\frac{3}{5}$. $x+1=\frac{8}{5}$. $2a-2x=\frac{14}{5}$ de drie Wortelen, dienvolgens de drie Quadraat-getallen

$$\frac{9}{25}. \quad \frac{64}{25}. \quad \frac{196}{25}.$$

319. Drie regthoekige *Triangels* te vinden in Rationaale getallen, zodanig, dat het product der drie *Perpendiculaaren* staat tot het product der drie *Bazen* als een *Quadraat* tot een ander *Quadraat*. Uyt *Vieta*. *

* Zie N°. 321 van *A. de Graaf's* Inl. tot de Wiskunst.

Steld voor de drie *Triangels.*

Hypoth.	*Bazis.*	*Cathetus.*
b	*b*	*c*
bb+bb	2*bb*	*bb−bb=cc*
bb+cc	2*bc*	*bb−cc=bb.*

Uyt de natuur der regthoekige *Triangels* is *bb−bb=cc* en *bb−cc=bb*; overzulks zyn de drie *Cathetuszen c. cc bb.* Derzelver product bbc^3. De drie *Bazen* zyn *b.* 2 *bb.* 2 *bc*, en derzelver product 4*bbbbc.*

Deze beyde *Producten* ſtaan tot elkander

$$bbc\ \frac{bbc^3 \text{ tot } 4bbbbc.}{cc \text{ tot } 4bb.}$$

Dat is als een *Quadraat* tot een ander Quadraat.

Verklaring in getallen; Neem een regthoekige *Triangel* na believen,

als	*b*=5.	*b*=4.	*c*=3.
	41.	40.	9.
	34.	30.	16.
Product		4800 tot	432

Dat is als een *Quadraat* tot een ander *Quadraat*, want zoo men elk door 3 divideert komt 'er 1600 en 144 twee Quadraaten.

Uyt deze eene Stelregel vind men door verzetting der getallen nog drie andere, gelyk hier onder te zien is.

H.

	H.	B.	C.	H.	B.	C.	H.	B.	C.
	5	3.	4.	5.	4.	3.	5.	4.	3.
	41.	40.	9.	41.	9.	40.	41.	40.	9.
	34.	30.	16.	34.	30	16.	34	16.	30.
product	3600 tot 576.			1080 tot 1920.			2560 tot 810.		
				30			10		
				36 tot 64.			256 tot 81.		

320. Vind drie Quadraat-getallen; wanneer men tot haar product ieder byzonder addeert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{25}{4}$. $\frac{9}{16}$. $\frac{256}{81}$ De 24 des V *Diophanti.*

Dit konstig voorstel, het welk door een andere weg bezwaarlyk is by te komen, word door behulp van 't voorgaande aldus ontbonden;

Steld voor het *Product* der drie Quadraaten xx.

Neem nu uyt het voorgaande Voorstel, van de eerste zetting, de *Bazis* en *Cathetus*, en zet haar Quadraaten breuksgewyze onder elkander met byvoeging van xx, zoo zyn de drie Quadraaten

$$\frac{9}{16}xx. \qquad \frac{81}{1600}xx. \qquad \frac{64}{225}xx.$$

Wanneer men het gestelde product xx tot ieder addeert dan komt 'er telkens een Quadraat zoo als begeert word. Multipliceert men deze drie Quadraat-getallen met elkander, komt

$$\frac{81}{10000}x^6 = xx$$

xx ——————

$$81\,x^4 = 10000$$

CC 4

3

$$3x = 10$$
$$x = 3\tfrac{1}{3},\quad xx = \tfrac{100}{9}$$

Overzulks zyn de drie Quadraaten $\frac{9}{16}.\ xx = \frac{25}{4}.$ $\frac{81}{1600}xx = \frac{9}{16}.$ $\frac{64}{225}xx = \frac{256}{81}.$

Of men neemt in 't voorgaande Voorstel uyt de tweede zetting de *Bazis* en *Cathetus*, en zet de Quadraaten breuksgewyze onder elkander, zoo zyn de drie Quadraaten $\frac{16}{9}xx.$ $\frac{81}{1600}xx.$ $\frac{64}{225}xx.$ Haar product is $\frac{16}{625}x^6 = xx.$ Ergo $x = \frac{5}{2}.$ $xx = \frac{25}{4}.$ $\frac{16}{9}xx = \frac{100}{9}.$ $\frac{81}{1600}xx = \frac{81}{256}.$ $\frac{64}{225}xx = \frac{16}{9}$ de drie Quadraaten.

Op de zelve wyze kan men inzonderheyd ook uyt beyde overige zettingen van 't voorgaande Voorstel nog een Antwoord vinden.

321. Vind drie regthoekige *Triangels* in Rationaale getallen, zoodanig dat het product der drie *Hypothenuzen* tot het product der drie *Bazen* staat als een Quadraat tot een ander Quadraat. Uyt *Vieta*.

Steld de eerste *Triangels*.

Hypoth.	*Bazis.*	*Cathet.*
b.	*b.*	*c.*

Formeert nu uyt $2b$ en c een ander regthoekige *Triangel*; van dezelve is de

Hypoth.	*Basis.*	*Cathet.*
$4bb+cc.$	$4bc.$	$4bb-cc.$

Om de derde regth. *Triangel* te vinden, zoo zet voor de *Hypothenuza* het product van bey-

de

de vorige *Hypothenuzen*; voor de *Bazis* het product van beyde vorige *Bazen* min het product van beyde *Cathetuszen*; voor de *Cathetus* zer de som van beyde producten der eerste *Bazis* en tweede *Cathetus*, en der eerste *Cathetus* en tweede *Bazis*, komt van deze *Triangel* de

Hypoth.	*Bazis.*	*Cathet.*
$4bbb+ccb$.	c^3.	$4b^3+3bcc$.

Verklaaring in getallen. Neem een regthoekige *Triangel* na believen, als $b=5$. $b=3$. $c=4$, en resolveer daar me de bovenstaande groothedens dan komt 'er voor de drie *Triangels*

Hypoth.	*Bazis.*	*Cathet.*	
5.	3.	4.	
13.	12.	5.	de 2 laatste zyn ver-
65.	16.	63.	(kleynt.

322. Vind drie Quadraat-getallen, zoodanig, wanneer men van haar product ieder byzonder aftrekt, dat de drie resten Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $\frac{169}{64}$. $\frac{25}{4}$. $\frac{4}{9}$. De 25 des V. *Diophanti*.

Steld voor het product der drie Quadraat-getallen xx. Deel vervolgens het Quadraat der *Bazen* door het Quadraat der *Hypothenuzen* der drie *Triangels* zoo als dezelve in de vorige Opgave gevonden zyn, en teken ieder met xx, dan zyn de drie Quadraaten

$$\frac{9}{25}xx. \qquad \frac{144}{169}xx. \qquad \frac{256}{4225}xx.$$

Wanneer men ieder van het product xx aftrekt,

329. Een regthoekige *Triangel* te vinden, zoodanig, dat de som der drie zyden een Rationaal Quadraat is, en wanneer men tot deze som de Inhoud addeert, dat 'er nog een Rationaal Quadraat komt. *Antw.* 144. 192. 240.

330. Ontelbaare regthoekige *Triangels* te vinden wier *Bazen* en *Hypothenuzen* zyn Trigonaal-getallen, en de *Cathetus* Cubicq-getallen: ook wanneer men de *Bazen* en *Hypothenuzen* te zamen addeert of van elkander substraheert, dat 'er Rationaale Quadraaten komen.

Deze worden gevonden wanneer men uyt twee aan elkander volgende Trigonaal-getallen regthoekige *Triangels* formeert, zoo als by 't volgende te zien is;

Trigonaalen.		*Bazis.*	*Cathetus.*	*Hypothenuza.*
1.	3.	6.	8.	10.
3.	6.	36.	27.	45.
6.	10.	120.	64.	136.
10.	15.	300.	125.	325.

en zoo voort in 't oneyndige.

331. Regthoekige *Triangels* te vinden; wanneer men de *Hypothenuza* en *Bazis* te samen addeert of van elkander substraheert, dat 'er Rationaale Quadraaten komen, en dat de *Cathetus* ook een Quadraat is.

Wanneer men twee Quadraat-getallen, of die elkander volgen, of ook wel na believen genomen, voor *Genituuren* zet, dan hebben de regthoekige *Triangels* zoo daar uyt ont-

ontstaan, wanneerze gehalveert worden, de begeerde eygenschap.

Genituuren.		Hypoth.	Bazis.	Cathetus.
1.	4.	$8\frac{1}{2}$.	$7\frac{1}{2}$.	4.
4.	9.	$48\frac{1}{2}$.	$32\frac{1}{2}$.	36.
9.	16.	$168\frac{1}{2}$.	$87\frac{1}{2}$.	144. &c.

332. Men begeert zoodanige Regthoekige *Triangels* te vinden wier *Cathetus* een Cubus is, en wanneer men de *Hypothenuza* en *Bazis* addeert of substraheert, dat 'er ook Rationaale Cubens komen.

Deze kan men op voorgaande manier ligt werkstellig maaken.

333 Gegeven zynde een regthoekige *Triangel* 3. 4. 5. Deszelfs Inhoud is 6 Men begeert een andere regthoekige Triangel in Rationaale getallen te vinden wiens Inhoud ook 6 is.

Ik zal hier maar alleen de Algebrasche Formule zetten daar uyt men zulks terstont kan zien; een nasporend Konstenaar kan by gelegenheyd deszelfs oorsprong ontdekken.

Als de *Bazis* $=b$, de *Cathetus* $=c$ en de *Hypoth.* $=h$ is, zoo word de Formule op de drie zyden aldus uytgedrukt;

$$\frac{cc-bb}{2b} \qquad \frac{2bcb}{cc-bb} \qquad \frac{b^4+4bbcc}{cc-bb \times 2b}$$

Van de gegeven *Triangel* is $b=3$. $c=4$. $h=5$.

De

De bovenstaande quantiteiten hier mede geresolveert zoo bekomt men deze regthoekige *Triangel* B $\frac{7}{10}$. C $\frac{120}{7}$. H $\frac{1201}{70}$. wiens Inhoud ook 6 is.

Wanneer men met deze gevonden zyden de bovenstaande quantiteiten wederom resolveert zoo vind men andermaal een regthoekige *Triangel* wiens Inhoud 6 is. De getallen worden geduurig grooter indien men dit verder vervolgt; zelfs zoo, dat men de solutie niet boven de derde of vierde maal zal begeeren.

334. Twee regthoekige *Triangels* te vinden wiens Inhouden tegen elkander in rede staan als p tegen q.

De *Genituuren* daar uyt deze *Triangels* geformeert worden kan men op zoo veelderhande manieren vinden als men begeert, doch ik zal 'er maar twee by brengen.

Ik neem ten eersten deze *Genituuren*.

$p+q$.	$p+q$.
$2q-p$.	$2p-q$.

Wanneer men nu twee regthoekige *Triangels* begeert te vinden wiens Inhoud tegen elkander zal staan als 2 tegen 3, zoo is $p=2$ en $q=3$.

$p+q=5$	25.	$p+q=5$	25.
$2q-p=4$	16.	$2p-q=1$	1.
de grootste *Tri*. 40. 9. 41.		de kleinste *Tri*. 10. 24. 26.	

Derzelver Inhoud verhoud zig als 3 tegen 2 volgens den eysch.

Ten

Ten tweeden zet ik deze *Genituuren*.

$2p+q=7$	49.	$p+2q=8$	64.
$q-p=1$	1.	$q-p=1$	1.

de kleinste *Tri.* 14. 48. 56. de grootste *Tri.* 16. 63. 65.

Derzelver Inhoud verhoud zig wederom als 2 tegen 3. In dezer voegen mogen nog veel andere *Genituuren* gezet worden die een naarstig Konstenaar wel zal weten te vinden.

335. Daar zyn twee regthoekige *Triangelen*; van de eerste doet de *Hypothenuza* 5 en de *Bazis* 4. Van de ander doet de *Hypothenuza* 10 en de *Bazis* 6, dus staan de producten van de *Hypothenuzaas* en *Bazen* beyder *Triangels* in *proportie tripla*. Men begeert twee andere regthoekige *Triangels* te vinden daar van de producten der *Hypoth*. en *Bazen* zig ook in *proportie tripla* tegen elkander verhouden.

Antw *Hypoth.* 481 *H.* 962. *H.* 481. *H.* 721½.
of
Bazis 480. *B.* 720. *B.* 360. *B.* 720.

336. Vind een regthoekige *Triangel* van zulken eygenschap; wanneer men tot deszelfs Inhoud het eene Been addeert, of van gemelde Inhoud het ander Been subtraheert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 3807 2176. *Hypoth.* 4385. ieder gedeelt door 1215.

337. Zodanig een regthoekige *Triangel* te vinden; wanneer men deszelfs Inhoud van ieder Been sub-

ſubſtraheert dat de twee reſten Rationaale Quadraaten zyn. *Antw* 207. 224. *Hypoth.* 305. ieder gedeelt door 135.

338. Daar is nog een regthoekige *Triangel* te vinden; wanneer men tot deszelfs Inhoud ieder Been addeert, dat 'er twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* $\frac{12}{19}$. $\frac{16}{19}$. $\frac{20}{19}$. De 13 des VI. *Diophanti.*

Steld voor den *Triangel* $3x$. $4x$. $5x$. deszelfs Inhoud is $6xx$, wanneer men hier toe ieder Been addeert zoo komt 'er

$$6xx+3x=\square$$
$$6xx+4x=\square \quad aaxx$$

$$aaxx-6xx=4x$$

$$x=\frac{4}{aa-6}. \qquad xx=\frac{16}{a^4-12aa+36}.$$

$$6xx+3x=\frac{12aa+24}{a^4-12aa+36}, \text{ dit moet een Quad. zyn.}$$

De Noemer is een Quadraat, reſteert alleen dat de Teller $12aa+24$ ook tot een Quadraat gemaakt word, 't welk ligt te doen is, alzoo de beyde getallen $12+24$ een Quadraat, namentlyk 36 uytmaaken.

Steld dienvolgens $a=b+1$.

$$aa=bb+2b+1.$$

12

$$12aa+24=12bb+24b+36=\square\, bbcc+12bc+36.$$

$$12bb-bbcc=12bc-24b$$

$$b=\frac{12c-24}{12-cc}.$$

Bepaaling der quantiteit c. Dezelve moet grooter zyn als 2 maar kleynder als $\sqrt{12}$.

Ik neem $c=3$, zoo is $b=4$. $b+1$ of $a=5$.

$$\frac{4}{aa-6}=\tfrac{4}{19}=x.\quad 3x=\tfrac{12}{19}.\quad 4x=\tfrac{16}{19}.\quad 5x=\tfrac{20}{19}.$$

Op zulken wyze heeft het *Diophantus* gesolveert, en men kan hier uyt verder zoo veel Antwoorden vinden als men begeert, want zoo men voor c een ander getal neemt zoo vind men telkens een andere *Triangel* die gedurig in dezelve proportie als 3. 4. 5 staat. Dat het *Diophantus* met de Solutie op deze manier in te rigten, gelukt is, is uyt hoofde dat de som van beyde voornoemde getallen 12 en 24 een Quadraat geeft, namentlyk 36, en hy heeft de eygenschap des *Triangels* 3. 4: 5 in aanmerking genomen, het welk in andere gevallen zoo ligt niet zoude laate vinden.

Want wanneer men een ander *Triangel*, zoo als de Opgave vordert, in een ander proportie wilde vinden, zoo kan men geen bekende regthoekige *Triangel* ten Fondament stellen, gelyk

alvorens gedaan is, daar aan men zig kan houden: maar het moet uyt een onbedwongen Solutie gevonden worden, en dan is het een regt konstig Voorstel het welk menig een zwaar genoeg zal toeschynen. Doch op dat men deszelfs mooglykheyd mag zien, zoo zal ik hier een paar *Triangels* van een andere proportie vertoonen, namentlyk;

82668. 94916624. 94916660, gedeelt door 5890955.

Of in een andere proportie;

20102860513 2. 22225613377 6. 29968364834 0, ieder gedeelt door 2467609064 59. Die beyde aan de Proef voldoen.

340. Zoekt vier getallen; wanneer men gedurig twee van dezelve met elkander multipliceert, en ieder product van een gegeven Quadraat-getal 25 aftrekt, dat de zes resten Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $2\frac{1}{2}$ $\frac{18}{5}$. $\frac{30}{5}$. $\frac{1995}{512}$.

341. Vind zulke vier getallen; wanneer men van het product der drie eerste substraheert het product van haar tweeën, dat 'er telkens Rationaale Quadraaten resteeren.
Antw. I. $\frac{4}{3}$. $\frac{49}{48}$. $\frac{7847849}{7689529}$.

342. Vind vier getallen waar van de som een Rationaal Quadraat is, en wanneer men gedurig twee der zelve te samen addeert, dat 'er telkens een Rationaal Quadraat komt.
Antw. 1888496 1. 3741004 8. 46935808 531-

53144208, de som is 156375025 zynde een Quadraat-getal.

343. Men begeert vier getallen te vinden; wanneer men gedurig twee van dezelve met elkander multipliceert, en van ieder product de som der vier getallen aftrekt, dat de zes resten Rationaale Quadraaten zyn. *Antw.* $5\frac{1}{8}$. $10\frac{1}{2}$. $11\frac{1}{8}$. 22, waar van de som is $48\frac{3}{4}$.

344. Nog vier getallen te vinden; wanneer men tot ieder product zoo van haar tweeën gemaakt worden, de som der vier getallen addeert, dat 'er zes Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* 19. $\frac{2748}{25}$. $\frac{6918}{25}$. $\frac{17047}{25}$, waar van de som is $\frac{26283}{25}$.

345. Vind drie zulke getallen; wanneer men haar som met ieder getal multipliceert, dat 'er drie Rationaale Quadraaten komen: en wanneer men tot het product van beyde eerste getallen het derde getal addeert of ook daar van substraheert dat 'er nog twee Rationaale Quadraaten komen. *Antw.* de twee eerste getallen zyn 176670583684. 298270017025, en het derde getal is 929335222500, ieder gedeelt door 557709229760.

346. Vind eyndelyk nog vier Quadraat-getallen waar van de som ook een Rationaal Quadraat is: en wanneer men van gemelde som de Wortel uyt ieder van de begeerde vier Quadraat-getallen substraheert, dat 'er nog vier Rationaale Quadraaten resteren. *Antw* de vier Quadraat-getallen zyn

 579-

5797894564931967777937858 56.
410599150950347260737490944.
218427132178079535927398400.
5816991131738235294935 0400.

Ieder gedeelt door het Quad, van 47376996779025.
Haar som is $\frac{26742688283584}{47376996779025}$, een Quadraat-getal.
'''t Is alles wel en geprobeert.

Dus genoeg van dit soort van Voorstellen, waar van wy opzettelyk een goed getal gesteld hebben, om datze konstig en vermaakelyk te ontbinden zyn. Wie lust tot speculeeren (of om een zaak wel te overdenken) heeft, die zal deze dingen niet moeyelyk voorkomen, alzoo de meeste ligt zyn, en waar van men de grond met een opslag ontdekken kan. Egter zyn 'er ook onder die eenigermaaten voet geven om het vermogen van den Geest te beproeven, alzoo men dezelve alvorens wel moet overleggen eer men den aanval waagt om het werk by 't regte end te vatten; doch een verstandig Konstenaar zal het bedoelde wel weten te treffen.

Wie van den arbeyd walgt eer hy 'er aan zal gaan,
En ledigheyd bemint, die laat deez' dingen staan.
Maar die geen moeyte ontzien in 't onderzoek der zaaken,
Die kunnen in de konst ten hoogen trap geraaken.

ARITHMETICA INFINITORUM.

Leerende hoe de oneyndige quantiteiten of getallen te berekenen zyn.

347. Daar is een Reeks van oneyndige Breuken wiens Tellers de éénheyd maar de Noemers een ordentlyke *Geometrische Progres* zyn, als

$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{32}$. $\frac{1}{64}$. en zoo voort zonder eynde.
Waar van de som 1 is.

Of $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{27}$. $\frac{1}{81}$. $\frac{1}{243}$. $\frac{1}{729}$. en zoo voort tot in 't oneyndige.
Waar van de som $\frac{1}{2}$ is.

Of $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{64}$. $\frac{1}{256}$. $\frac{1}{1024}$. $\frac{1}{4096}$. &c. zonder eynde.
Waar van de som $\frac{1}{3}$ is.

Of $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{125}$. $\frac{1}{625}$. $\frac{1}{3125}$. $\frac{1}{15625}$. &c. oneyndig.
Waar van de som $\frac{1}{4}$ is.

En zoo verder met alle andere *Geometrische Progressen.*

Dit is de Bazis of 't Fondament daar op de *Arithmetica Infinitorum* voornaamlyk gegrond is, overzulks vraagt men niet te onregt of het met de bovenstaande Sommen der oneyndige Breuken, en soortgelyk volgende, in waarheyd dusdanig gesteld is? het geen wy wel degelyk met Ja beantwoorden, en dat 'er in 't minst niet aan te twyffelen is, want zoo daar aan het geringste defect bevonden wierde dan zoude al het geen dat men daar op gronde of wilde bouwen ook

gebrekkig en onvolkomen zyn, waar voor men hier niet behoeft te zorgen alzo het zelve gegrond is, en met een onfeylbaare demonstratie kan bewezen worden. De Heer *Dithl. Cliiver* heeft in zyn zoogenaamde *Wereld-Mercurius* * dit wel ter loops tegengesproken en als vals willen verwerpen, zynde zyn eenig verweer *aangaande het niet vernietigen van de laatste Term*; dat is dat in een *Geometrische Progres* de laatste Term niet gelyk o of niets kan worden. Maar hier op dient tot antwoord, dat, alzoo de zaak zonder eynde is zoo kan hier geen laatste Term plaats hebben, want wanneer men een Breuk wilde maaken wiens Teller 1 en de Noemer van veel duyzentmaal duyzent Cyfferletters was, zoo is doch zulks in genen deele de laatste Term, dewyl, gelyk gezegt is, de zaak oneyndig is. In de demonstratie word op geen laatste Term gezien dewyl 'et dezelve niet is nog zyn kan, maar men zet een *Formule* daar door de som van alle oneyndige quantiteiten oogschynlyk voorgesteld worden. Ik heb dezelve met voordagt agter gehouden om te zien of de Konstenaars het op dezelve wyze of op een andere manier uytdrukken. De hier by gebragte *Progressien* zyn wel in verscheyden Boeken te vinden, en daar by zoo ligt dat men het Facit terstond zonder Rekenen kan aantoonen, doch wy hebbenze voor een begin genomen, gelyk ook haar korte Solutie uyt zeker Fondament ontstaat.

---

* Welt-Mercurius voor 't Jaar 1701. Num. IV en V.

ſtaat. * Hier op volgen andere *Progreſſien* welke ten deele wat meer overdenking vereyſſchen. Men heeft van ſommige het Facit agter gelaaten, niet als of dezelve van zoo grooten konſt zyn, maar op dat men de berekening na het voorgeſchreven Antwoord niet dwinge, en het zelve veel eer uyt een vrye onbedwongen Solutie ontdekke.

348. Daar is een oneyndige afklimmende *Geometriſche Progres* wiens eerſte Lid is 16, het tweede 12 het derde 9, het vierde $6\frac{3}{4}$ en zoo voort in 't oneyndige. Men vraagt hoe veel de ſom van deze oneyndige *Progres* is? *Antw.* 64.

---

* Namentlyk, wanneer de oneyndige Reeks is

$$\frac{a}{n}+\frac{a}{nm}+\frac{a}{nm^2}+\frac{a}{nm^3}\ \&c.\ \text{en deszelfs Som}\ x,$$

$$\text{zoo ſtaat}\ x,\ x-\frac{a}{n} :: \frac{a}{n},\ \frac{a}{nm}$$

$$\text{overzulks}\ x=\frac{am}{\overline{m-1}.\,n}\ \text{de begeerde Som.}$$

Is $a=1$, $n=m=2$, zoo is $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ &c. $=1$.

$a=1$, $n=m=3$, zoo is $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}$ &c. $=\frac{1}{2}$.

$a=1$, $n=m=4$, zoo is $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}$ &c. $=\frac{1}{3}$.

$a=1$, $n=m=5$, zoo is $\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}$ &c. $=\frac{1}{4}$.

349. Men begeert deze oneyndige Breuken; $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{25}$, $\frac{3}{125}$, $\frac{4}{625}$, $\frac{5}{3125}$, $\frac{6}{15625}$ &c. daar van de Tellers ordenlyk met 1 opklimmen, in eene Som te brengen. *Antw.* $\frac{5}{16}$.

350. Van deze oneyndige Breuken; $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{6}{64}$, $\frac{10}{256}$, $\frac{15}{1024}$, $\frac{21}{4096}$, &c zyn de Tellers de ordenlyke *Trigonaal*-getallen, en de Noemers een *Geometrische Progres in proportie quadrupla.* Hoe veel is deszelfs som? *Antw.* $\frac{16}{27}$.

351. Wanneer de volgende oneyndige Breuken; $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{125}$, $\frac{16}{625}$, $\frac{25}{3125}$ &c. van welke de Noemers met 5 Geometrisch opklimmen, en de Tellers de ordenlyke Quadraat-getallen zyn, zoude in een som gebragt worden. Hoe veel zoud 'er komen? *Antw.* $\frac{15}{32}$.

352. Zoo men de ordenlyke *Cubicq*-getallen 1, 8, 27, 64, 125, 216 &c. divideert door de *Progres in proportie tripla* 3, 9, 27, 81, 243, 729 &c. zoo komen 'er de volgende Breuken; $\frac{1}{3}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{27}{27}$, $\frac{64}{81}$, $\frac{125}{243}$, $\frac{216}{729}$ &c. Men vraagt na de som der oneyndige Breuken?

353. Men schryft de ordenlyke vierkants-vierkante getallen 1, 16, 81, 256, 625, 1296 &c. en divideer dezelve door de volgende *Geometrische Progres* 4, 16, 64, 256, 1024, 4096 &c. zoo komen 'er deze Breuken; $\frac{1}{4}$, $\frac{16}{16}$, $\frac{81}{64}$, $\frac{256}{256}$, $\frac{625}{1024}$, $\frac{1296}{4096}$ &c. Vraage na de som van deze oneyndige Breuken?

354. Men heeft deze orde in Breuken; $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{27}$, $\frac{5}{243}$, $\frac{7}{2187}$,

$\frac{7}{2187}$, $\frac{9}{19683}$, $\frac{11}{177147}$ &c. De Tellers klimmen met 2 op, en de Noemers Progederen met 9. Hoe veel is de som van deze oneyndige Breuken? *Antw.* even als by N°. 351.

355. Daar is gegeven de volgende *Series* in Breuken; $\frac{3}{5}$, $\frac{81}{125}$, $\frac{1215}{3125}$, $\frac{15309}{78125}$, $\frac{177147}{1953125}$ &c. De Tellers ontstaan wanneer men deze *Geometrische Progres* 3, 27, 243, 2187, 19683 &c. met deze *Arithmetische Progres* 1, 3, 5, 7, 9 &c. multipliceert, en de Noemers staan in *proportie* 25. Vraage na de som van deze oneyndige Breuken?

356. Wanneer men de ordenlyke *Quadraat*-getallen 1, 4, 9, 16, 25 &c. multipliceert met de *Geometrische Progres* 3, 9, 27, 81, 243 &c. zoo komen de Tellers, en de *Geometrische Progres quintupla* geven de Noemers dezer Breuken; $\frac{3}{5}$, $\frac{36}{25}$, $\frac{243}{125}$, $\frac{1296}{625}$, $\frac{6075}{3125}$ &c. en zoo voort in 't oneyndige. De vraag is na derzelver som?

357. De ordenlyke *Cubicq*-getallen 1. 8, 27, 64; 125, 216 &c. gemultipliceert met de *Geometrische Progres* 3, 9, 27, 81, 243, 729 &c. zoo komen er de Tellers, en de *Proportie* met 4 geeft de Noemers van deze Breuken $\frac{3}{16}$, $\frac{72}{64}$, $\frac{729}{256}$, $\frac{5184}{1024}$, $\frac{30375}{4096}$, $\frac{157464}{16384}$ en derzelver oneyndig volgende. Men begeert haar som te weten.

358. Daar is gegeven de volgende orde in Breuken; $\frac{3}{100}$, $\frac{144}{500}$, $\frac{2187}{2500}$, $\frac{20736}{12500}$, $\frac{151875}{62500}$ &c. Wanneer men multipliceert de *Geometrische Progres* 3, 9, 27, 81, 243 &c. met de ordenlyke *Zens de Zens*-getallen 1, 16, 81, 256, 625 &c. zoo komen 'er de Tellers, en de Noemers klimmen met de *Proportie* van 5 op. Men vraagt ook na de som van deze oneyndige Breuken?

359. Hoe is uyt 3 de Quadraat-wortel na de oneyndige nadering te vinden?

Deze zaak schynt eenvoudig alzoo men zulks zeer gereet door de *Decimaal-extractie* verrigten kan, doch daarom is het volgende, als ook de zonderlinge manier van *Extractie* by 't voorgaande 301ste Voorstel aangewezen, niet te veragten, maar verdienen veel eer met zinnen overwogen te worden, alzoo zulke beschouwinge ook tot andere zaaken dienen en tot verdere nasporinge aanleyding konnen geven.

De *Radix-Quadraat* is dan uyt 3, wanneer men van $1\frac{4}{5}$ substraheert $\frac{1}{15} + \times\frac{1}{6}q + \times\frac{3}{9}q + \times\frac{5}{12}q + \times\frac{7}{15}q + \times\frac{9}{18}q$ &c Deze *Series* strekken zig oneyndig uyt, staande de Tellers en Noemers in een *Arithm. Progres*: by de Tellers is 't verschil 2 en by de Noemers 3, ook is $q = \frac{1}{9}$. Hier op word de Solutie op de volgende wyze verrigt;

1000000000000000000000 &c. hier uyt $\frac{1}{15}$.

0666666666666666666666.	met	$\frac{1}{6}$	q.
1234567901234567 90.	met	$\frac{3}{9}$	q.
457247370 8276177.	met	$\frac{5}{12}$	q.
211688597605378.	met	$\frac{7}{15}$	q.
10976445801760.	met	$\frac{9}{18}$	q.
609802544542.	met	$\frac{11}{21}$	q.
35491153386.	met	$\frac{13}{24}$	q.
2136041639.	met	$\frac{15}{27}$	q.
131854422.	met	$\frac{17}{30}$	q.
8301945.	met	$\frac{19}{33}$	q.
531100.	met	$\frac{21}{36}$	q.
34423.	met	$\frac{23}{39}$	q.
2255.	met	$\frac{25}{42}$	q.
149.	met	$\frac{27}{45}$	q.
10.	met	$\frac{29}{48}$	q.

0679491924311227 0647.

$1\frac{4}{5}$. 1. 8000000000000000000000.

Facit 1.7320508075688772 9353.

Op een andere manier.

Wanneer men van $1\frac{3}{4}$ ſubſtraheert deze Orde in Breuken;

$\frac{1}{56} + \times\frac{1}{4}q + \times\frac{3}{6}q + \times\frac{5}{8}q + \times\frac{7}{10}q + \times\frac{9}{12}q$ &c. zoo komt 'er wederom de Quadraat-wortel uyt 3.

De Tellers en Noemers ſtaan als voren in een *Arithm. Progres*, en 't verſchil over beyde zyden is 2; maar q is hier $= \frac{1}{49}$.

1000000000000000000000000 &c. hier uyt $\frac{1}{56}$.

0178571428571428571428. . . $\frac{1}{4}$ q.
9110787172011166180. . . $\frac{3}{6}$ q.
929672160409353 2. . . $\frac{5}{8}$ q.
11858063270 5274. . . $\frac{7}{10}$ q.
1694009038646. . . $\frac{9}{12}$ q.
25928709775. . . $\frac{11}{14}$ q.
415766483. . . $\frac{13}{16}$ p.
6894087. . . $\frac{15}{18}$ q.
117246. . . $\frac{17}{20}$ q.
2033. . . $\frac{19}{22}$ q.
35. . . $\frac{21}{24}$ q.

0179491924311227064725
1.7500000000000000000000

Facit 1.7320508075688772935274 als te voren.

De derde manier.

Van $1\frac{41}{56}$ subtrah. $\frac{1}{18816}$ + $\times\frac{1}{4}q$ + $\times\frac{3}{6}q$ + $\times\frac{5}{8}q$ + $\times\frac{7}{10}q$ &c.
Hier is $q = \frac{1}{9408}$.
1000000000000000000000000, hier uyt $\frac{1}{18816}$.

00009204712812960239 64. . . $\frac{1}{4}$ q.
24457202712722. . . $\frac{3}{6}$ q.
129967 672. . . $\frac{5}{8}$ q.
86331. . . $\frac{7}{10}$ q.
6. + 2

00009204957397984932 97
1.7321428571428571428571

Facit 1.7320508075688772935274.

Van

Van waar deze *Extractien* of liever *Series* in Breuken haaren oorsprong hebben zal den Konst-ervaren lezer ligt bemerken. Men ziet hier uyt dat na de derde manier het werk veel korter is als na beyde vorige. Ik herinner my by deze gelegenheyd dat de Heer *Hinrich Meisner* in de Konst-Schoole Pag. 430 zegt dat hy voor eenige Jaaren tot eene Kringmeetkundige Rekening uyt ¼ éénheyd met byvoeging van 120 Nullen de Quadraat-wortel getrokken heeft, en daar by door een zonderlinge greep de helft der arbeyd bespaart heeft. Of hy op deze manier zyn Rekening ingerigt of in de *Decimaal-extractie* zulken voordeel gezien heeft, zulks is my onbekent, maar dit is zeker, wanneer men zulken *Extractie* uyt 3 en 120 of meer Nullen verrigten zoude, dat men na de derde manier veel korter en gemakkelyker als andersints daar in zoude slagen.

360. Gegeven zynde deze Æquatie; $1 + \frac{1}{2}x = \frac{30}{x} - \frac{60}{xx} + \frac{120}{x^3} - \frac{240}{x^4} + \frac{480}{x^5} - \frac{960}{x^6}$ &c. en oneyndig volgende: de − en + wiszelen beurteling: de Tellers der Breuken klimmen op in dubbele proportie, en de Noemers zyn de ordenlyk op elkander volgende Algebrasche Quantiteiten. Men vraagt na de waarde van x uyt deze oneyndige Æquatie?

361. Men heeft twee oneyndige Æquatien; de eerste is $2 + x = \frac{4}{9}xx + \frac{14}{27}x^3 + \frac{24}{81}x^4 + \frac{34}{243}x^5 + \frac{44}{729}x^6$ &c. en

en de andere $2-\frac{5}{3}x=0xx-\frac{5}{27}x^3+\frac{10}{81}x^4-\frac{15}{243}x^5+\frac{20}{729}x^6-\frac{25}{2187}x^7$ &c. De Tellers ſtaan weerzyds in een *Arithmetiſche* en de Noemers in een *Geometriſche Progres:* in de eerſte zyn al de tekens $+$ maar in de tweede wiszelen de tekens $-$ en $+$ beurteling.

Wanneer men wegens de Solutie zoo veel Ducaten te verwagten hadde als de waardens van x uyt beyde Æquatien verſchillen, zoo is de vraag hoe veel het zoude zyn?

362. Men heeft nog een oneyndige Æquatie, als; $0=4\frac{37}{64}-3\frac{3}{4}x+\frac{6}{16}xx-\frac{10}{64}x^3+\frac{15}{256}x^4-\frac{21}{1024}x^5$ &c. De Tellers zyn de ordentlyke Trigonaal-getallen, en de Noemers klimmen proportionaliter met 4 op, ook wiszelen de tekenen $-$ en $+$ beurteling. Hoe vind men de waarde van x?

363. De Inhoud des *Triangels* ABC na deze manier te vinden.

Laat A $=12$ en BC $=16$ zyn. *Fig.* 6

Steld AB $=a$ en verdeelt dezelve in oneyndige gelyke deelen in d, f, h, k, m, &c. en trekt de oneyndige lynen evenwydig met BC, als de, fg, hi, kl, mn, &c. Deze lynen van een oneyndige kleyne breete zeer digt aan elkander gezet, zullen de geheele *Triangel* vervullen.

AB 12 —— BC 16 —— AD p | $1\frac{1}{3}p$ voor de.

$Ad=p$, zoo is $ed=1\frac{1}{3}p$.
$Af=2p$, zoo is $fg=2\frac{2}{3}p$.

Ah

$Ab = 3p$, zoo is $bi = 4p$.
tot $AB = a$, zoo is $BC = 1\frac{1}{3}a$.
multipl. met $\frac{1}{2}a$ per Regel infinitor.

$\frac{2}{3}aa$ voor de ſom van alle oneyndige lynen, en zulks is ook de Inhoud des *Triangels*. Op deze manier kan men ook een Quadrant of ander Cirkelſtuk uytrekenen en derzelver Inhoud vinden, waar door men eyndelyk tot de *Quadratura Circuli* geraaken kan, waar van hier na op zyn plaats nog iets zal gezegt worden.

364. Daar is een *Arithmetiſche Progres* van ontelbare Leden; het eerſte Lid is oneyndig kleyn, het tweede tweemaal, het derde driemaal, het vierde viermaal zoo groot als het eerſte, en zoo vervolgens: het laatſte Lid is een zeker getal *a*. De ſom van al de Leden is evenveel als het product wanneer men het laatſte Lid *a* multipliceert met het halve getal van al de Leden.

Dit is een wonderbaarlyke zaak, en zal mogelyk aan veele ongelooflyk voorkomen, alzoo het tegen de waare *Theorie* ſchynt te ſtryden of ten minſten daar mede niet overeen komt, gelyk ik 'er in 't eerſt ook voor geſtaan heb om mijn toeſtemming aan dit Voorſtel te geven, maar na dat ik de zaak rypelijk overwogen had, heb ik bevonden datze wel gegrond is, en dat de zelve in de oneyndige Nadering beſtaan kan: want ſchoon, ſtrikt wiskundig, de waare ſom van al de Leden altyd grooter is als het gemelde

melde product van het laatste Lid met het halve getal van al de Leden, zoo gaat doch dit verschil in de oneyndigheyd verlooren, alzoo het zelve tegen een zeker getal voor niets te agten is, het welk uyt het volgende nog klaarder te zien is.

B E W Y S.

Ik stel dat het eerste oneyndige Lid is $=p$, het tweede $=2p$, het derde $=3p$ &c. het laatste Lid is een zeker getal a. Ik stel verder dat dit gegeven getal a bestaat uyt een ontelbaar getal oneyndig kleyne deeltjes p, namentlijk px, zoo dat x oneyndig groot is, overzulks staat de *Progres* aldus; $1p$, $2p$, $3p$, $4p$, $5p$, &c. het laatste Lid is $px=a$, en het getal van al de oneyndige Leden is $=x$. De som van 't eerste en laatste Lid $px+p$ multipliceert met het halve getal van al de Leden, namentlijk $\frac{1}{2}x$, komt $\frac{1}{2}pxx+\frac{1}{2}px$ de waare som van al de Leden. Maar 't Voorstel zegt; wanneer men het laatste getal px met de helft van 't getal der Leden, als $\frac{1}{2}x$, multipliceert, dat 'er ook de som van al de Leden komt, namentlijk $\frac{1}{2}pxx$, dienvolgens is

$$\frac{1}{2}pxx=\frac{1}{2}pxx+\frac{1}{2}px.$$

Zal dit waar zyn zoo moet volgen dat $\frac{1}{2}px$ tegen $\frac{1}{2}pxx$ voor niets te agten is. Hier schuylt eygentlijk de knoop die wy op de volgende manier zullen los maaken; Daar is gezegt dat p oneyndig kleyn is, dat is in vergelijking van een zeker quantiteit of getal

zal zoo veel als niets, maar x is oneyndig groot: wanneer men nu de bovenstaande Vergelyking wederzyds divideert door $\frac{1}{2}px$, zoo komt 'er

$$x = x + 1.$$

Dewyl x aan beyde zyden oneyndig groot is zoo ziet men daar uyt de waarheyd van 't Voorstel, en dat het in de oneyndige Nadering bestaanbaar is, want zoo daar twee groote Zandbergen waaren daar van de eene maar één Zandkorreltje meer aan was als aan de ander, zoo vermag men regtmatig zeggen datze beyde even groot zyn.

Of schoon men met dit bewys wel genoegen konde nemen, zoo mogte egter by sommige nog eenige twyffel overblyven, om dat ik gezegt heb in de oneyndige Nadering; overzulks zal ik toonen dat dit Voorstel in de oneyndige Nadering bestaat.

Wy hadden $\frac{1}{2}pxx = \frac{1}{2}pxx + \frac{1}{2}px.$

$\frac{1}{2}xx$ ———————————

zoo is $p = p + \frac{p}{x}$

Ik neem het oneyndig kleyn of $p = 1$, maar met x zullenwe het oneyndig groot naderen, en wel in dubbele proportie. Wanneer men neemt $x = 1$ zoo is $\frac{1}{x} = 1$, en dan is de vergelyking als 1 tegen $1 + 1$.

Neemt men $x = 2$ zoo is $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$, dat is $\frac{1}{2}$ minder dan te vooren, en is nu de vergelyking

 als

als 1 tegen $1 + 1 - \frac{1}{2}$ het welk nader als het vorige is. Neemt men verder $x = 4$ zoo is $\frac{1}{x} = \frac{1}{4}$, dat is $\frac{1}{4}$ minder als het naaſt voorgaande: de vergelyking is nu als 1 tegen $1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ het welk nog nader als het vorige is.

Vervolgens genomen $x = 8$ zoo is $\frac{1}{x} = \frac{1}{8}$, dat is $\frac{1}{8}$ minder dan te voren, en is nu de vergelyking als 1 tegen $1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$, dat alweer nader is als te voren, en in dezer voegen nadert men oneyndig. Zoo men vervolgens met x in dubbele proportie tot oneyndige groote continueerd zoo nemen de Breuken in de vergelijking gedurig de helft af, namentlijk $1 = 1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$ en zoo voort in 't oneyndige Dewijl al de Breuken die met — aangedaan zijn juyſt 1 doen, zoo blyft eyndelijk de Vergelijking $1 = 1$. Hier uyt ziet men dat dit Voorſtel in de oneyndige Nadering welgegrond is, zijnde dit Bewijs zoo middagklaar dat men gevoeglijk daar tegen niets kan inbrengen.

Om dit nog meer op te helderen zal ik aantoonen hoe men het oneyndig kleyn en oneyndig groot verſtaan moet. Ik neem by Exempel voor het oneyndig kleyn een Zandkorreltje, het welk nogtans in zig zelven niet oneyndig kleyn kan gezegt worden, alzo het een zigtbaare groote heeft, en daar een Zonnevezeltje nog veel kleynder is, doch wy zullen in plaats van 't oneyndig kleyn een Zandkorreltje behouden: in plaats van 't oneyndig

groot

groot neem ik een Zandberg of hooge Duyn, die, als 't waare een onteibaare menigte Zandkorreltjes bevat, zoo is egter de Zandberg deswegens nog niet oneyndig groot, nademaal de geheele Aardkloot nog veel duyzentmaal grooter is als de Zandberg, en daar tegen 't geheele Al nog veel duyzentmaal grooter als de Aardkloot. Denkt nu hoe veel een Zandkorreltje tegen een hooge Duyn te achten is! ik weet dat elk zeggen zal zoo veel als Niets. En dit is juyst het geen wy zoeken. Is dan een Zandkorreltje tegen een groote Berg voor niets te schatten, veel minder is zulks tegen de geheele Aardkloot, en nog veel minder tegen het zeer groote Wereld-gebouw, Hemel en Aarde, te rekenen (*a*). Hier uyt blijkt wederom de waar-

(*a*) De Heer *Hermannus Samuel Reimarus*, Hoogleeraar te Hamburg, haald in een Aantekening op den Nederduytschen Druk A°. 1758. *Van de voornaamste waarheden van den Natuurlyken Gods-dienst* Pag. 13, Schryvers aan die het *oneyndige* ook op zoo een vergelykende manier verklaaren, en past zulks toe op deze oneyndige Reexen; als nx, n^2x, n^3x, n^4x enz. Insgelyks $n^{-1}x$, $n^{-}x$, $n^{-3}x$, $n^{-4}x$ enz. alwaar overal het eene ten opzigt van het ander verdwynt en voor niets te rekenen is. De Hoogleeraar *Johan Lulofs* voegt 'er by „ Als n een oneindig getal uitdrukt, en x „ een eindig getal, zo is $\frac{x}{n}$ ten opzigt van x oneindig klein, en nx ten opzigt van x oneindig „ groot,

heyd van 't Voorstel, dat namentlijk het zelve in de oneyndigheid of in de oneyndige Nadering bestaat.

Of schoon de zaak in zig zelven oneyndig is, zoo worden egter eyndige getallen of zekere grootheden daar door berekent en betoogd; ook vermag men de Rekening in getallen zoo ver voortzetten als het een ieder belieft, gedagtig zijnde hoe verder men de getallen uytbreyd hoe nader men aan de waarheid komt.

365.

„ groot, om dat de eindige grootte, of het eindige
„ getal x oneindige maalen genomen wordt; als
„ $\frac{x}{n}$ nog wederom gedeeld wordt door n, wordt
„ de uitkomst $\frac{x}{n^2}$ oneindigklein ten opzigte van
„ $\frac{x}{n}$ enz. Dus wordt ook n^2x oneindig groot ten
„ opzigt van nx, om dat nx wederom oneindi-
„ ge maalen word genomen; derhalven is in de reex
„ $\frac{x}{1}$, $\frac{x}{n}$, $\frac{x}{n^2}$, $\frac{x}{n^3}$ enz. of (het geene het zelfde is,
„ doch op een andere wyze uitgedrukt) x, xn^{-1}
„ , xn^{-2}, xn^{-3} enz. altijd ieder term of lid on-
„ eindig kleinder dan de naast voorgaande; en in
„ de reex x, nx, n^2x, n^3x enz. is ieder term on-
„ eindig grooter dan de naastvoorgaande: deeze be-
„ rekeningen zyn nuttig, als men met groothee-
„ den te doen heeft, die in het afgetrokkene wor-
„ den beschouwd, daar men het woord *eindig*
„ en *oneindig* in een Wiskundigen, en niet in een
„ over-

365. Van een ontelbaare menigte Quadraat-getallen daar van de Wortels in ordenlyke Progreſſie ſtaan, als 1. 2. 3. 4. 5. &c. is het eerſte Lid of Wortel oneyndig kleyn en het laatſte Quadraat-getal is gelyk een gegeven grootheyd *aa*. De ſom van al deze Quadraat-getallen is even zoo veel als het product van 't laatſte Quadraat-getal met $\frac{1}{3}$ van 't getal der Leden.

B E W Y S.

Laat het eerſte oneyndig kleyne Quadraat-getal zyn $pp=1$, het tweede $=4$, het derde $=9$, en het laatſte Quadraat-getal is van een zekere groote $=aa$; dit bekende getal *aa* beſtaat uyt eene ontelbaare menigte van oneyndig kleyne deeltjes *pp*. Ik ſtel dat dezelve zyn *xx*, zoo dat *x* is oneyndig groot. Dus zyn de Quadraat-getallen 1. 4. 9. 16. 25. &c. het laatſte $=xx$, en *x* is de Wortel of het getal der Leden.

De *Bilance* op de geſommeerde Quadraat-getallen is $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}xx+\frac{1}{6}$. Maar het Voorſtel zegt dat de ſom evenveel is als het product van het laatſte Quadraat-getal met $\frac{1}{3}$ van 't getal der Leden, dat is $\frac{1}{3}x^3$. Overzulks is

 $\frac{1}{3}x^3$

„ over-natuurkundigen, of Metaphyſiſchen zin „ neemt; maar men moet deeze redeneeringen „ niet overbrengen op waarlyk beſtaande wezens. „ Zie myne Aantekeningen op de Natuurkundige „ Lesſen van den Heer *Keill* pag. 16, 28 enz. „ 34 enz. Het *oneindige* in een Wiskundigen zin „ kan men dikwyls niet hooger dan voor *onbepaald* uytveilen, en nog is het doorgaans *onbepaald* alleen in betrekkinge tot ons eindige ver- „ ſtand.

$$\frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x.$$

Zal dit waarheyd zyn zoo moet volgen dat deze $\frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x$ aan de eene zyde zoo veel als niets tegen $\frac{1}{3}x^3$ te achten is, dat men aldus bewyst;

Men heeft $\frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x$
$\frac{1}{3}x^3$ ———

$$\text{komt } 1 = 1 + \frac{1\frac{1}{2}}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{xx}.$$

Nu moet men bewyzen dat $\frac{1\frac{1}{2}}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{xx}$ in de oneyndige Nadering zoo veel is als niets. Wanneer men eerstelyk neemt $x = 1\frac{1}{2}$ zoo is $\frac{1\frac{1}{2}}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{xx}$ $= 1\frac{2}{9}$. Neemt men $x = 3$ zoo komt 'er $\frac{10}{18}$, dat is $\frac{12}{18}$ minder als $1\frac{2}{9}$. Neemt men $x = 6$ zoo komt 'er $\frac{19}{72}$, dat is $\frac{21}{72}$ minder als het vorige. $x = 12$, komt $\frac{37}{288}$, dat $\frac{39}{288}$ minder is als het derde, $x = 24$, komt $\frac{73}{1152}$, dat is $\frac{75}{1152}$ minder als het vierde, en zoo voort oneyndig. Nu heeft men

$$1\frac{2}{9} - \frac{12}{18} - \frac{21}{72} - \frac{39}{288} - \frac{75}{1152} \text{ \&c.}$$

$\frac{9}{18}$. $\frac{18}{72}$. $\frac{36}{288}$. $\frac{72}{1152}$. &c. de som is $= 1$.
$\frac{3}{18}$. $\frac{3}{72}$. $\frac{3}{288}$. $\frac{3}{1152}$. &c. de som is $= \frac{4}{18}$ of $\frac{2}{9}$.

dat is $1\frac{2}{9} - 1\frac{2}{9} = 0$.

Hier by is aan te merken dat het eerste of oneyndig kleyne Lid niet altyd de éénheyd, maar meermaalen een ander getal is, en dan moet men de

de zaak zoo voorftellen dat het Arithmetifch verfchil evenveel is als het eerfte getal. By voorbeeld; het eerfte getal is 3, zoo is de *Progres* 3. 6 9 12. 15. &c. tot 3*a* ('t getal der Leden is *a*) Quadr. 9. 36. 81. 144. 225. &c. tot 9*aa*.

366. Een *Logaritmus-getal* te vinden, daar uyt alle *Logarithmi* haren oorfprong hebben.

Van deze ongemeene curieuze en tot hier toe onbekende zaak heb ik in de Voorreden van de Konft-Spiegel reets gewag gemaakt, namentlyk dat men uyt een zeker *Logarithmus-getal* alle *Logarithmi* zonder eenige Worteltrekking, alleen door gemeene Specien berekenen en dezelve tot twintig of meer cyfferletters uytbreyden kan, en daar by belooft om zulke uytvinding gemeen te maaken. Deze konftige zaak verdient wel dat daar van uytvoeriglyk gehandeld word, en dezelve met alle omftandigheden befchreven wierde, doch dat zoude te wijtloopig zyn, en wel een Tractaatje op zig zelven vereyfchen, maar men moet hier de kortheyd in 't oog houden; egter zal ik ten dienfte van de Konft-Liefhebbers het voornaamfte, als ten eerften het *Logarithmus-Hooft-getal* befchryven, en ten anderen aantoonen hoe de *Logarithmus-getallen* daar uyt gevonden worden.

1. Om het *Logarithmus Hooft-getal* te vinden.

Dit Hooft-getal kan op tweederleye wyze ge-

vonden worden; eerstelyk na de oude manier door veelvuldige Worteltrekking, en ten tweeden zonder eenige Worteltrekking door gemeene Species. Na de eerste manier trekt men uyt 10, wanneer men genoegzame Nullen daar agter zet, de vierkante wortel, uyt het komende wederom de wortel getrokken tot dat het Extraheeren in halveeren verandert, en alzo komt 'er in de 52ste Trekking.

100000. 00000. 00000. 511276597280129.

Zet vervolgens de éénheyd, en daar agter ook genoegzaame Nullen, en divideert dezelve 52 maal door 2, zoo komt 'er

0. 00000. 00000. 00000. 22204460492503130808.

Laat nu van beyde getallen de voorste Nullen vaaren, en divideert dan het laatste door het eerste, zoo komt 'er 4342944819032. Dit is het begeerde *Logarithmus Hooft-getal* het welk men een Moeder der *Logarithmorum* mag noemen om dat alle *Logarithmus-getallen* daar uyt haaren oorsprong hebben en bykans daar uyt geboren worden. Het zelve bestaat hier slegts uyt 13 letteren, waar uyt men ziet welk een overgroote moeyte het kost wanneer men zulks na deze manier tot 20 of 30 letteren wil uytbreyden. Na de andere wyze door de gemeene Specien word dit Hooftgetal veel korter en gemakkelyker gevonden, en men kan het tot zoo veel letters uytstrekken als men wil; ik heb 't op 32 cyfferletters berekent, die de volgende zyn;

43429448190325182765112891891659.

Haar

Haar tweevoud is

86858896380650365530225783783318.

En hier uyt konnen de *Logarithmi* op 32 letteren berekent worden.

2. *Hoe men de* Logarithmus *berekenen zal.*

Om de *Logarithmus* van 't getal 2 te vinden.

Dit kan men aldus verrigten; ſubſtraheer 1 van 2 en addeer ook 1 by 2; zet de uytkomſten breuks-gewys zoo komt 'er $\frac{1}{3}$ wiens Quadraat $\frac{1}{9}$ is. Met deze breuken moeſte men na volgende leering voortgaan, maar om dat dit wat wytloopig valt zoo kan men korter aldus te werk gaan; Multipliceer 2 *Zens ſurſolide*, komt 1024. Dit gedivideert door 1000, komt $1\frac{3}{125}$. Hier van 1 afgetrokken, 1 by geteld, en breukswyze gezet, komt $\frac{3}{125}$ gedeelt door $2\frac{3}{125}$, dat is $\frac{3}{253}$ wiens Quadraat $\frac{9}{64009}$ is. Reſolveer met deze Breuken het dubbele Hooft-getal, te weten, eerſt met $\frac{3}{253}$ en daar na gedurig met $\frac{9}{64009}$. tot dat het Hooft-getal of deszelfs deelen geheel weg zyn, en divideer de quotienten door deze *Progres*; 1. 3. 5. 7. 9. 11 &c.

Als; 8685889638065036553o 't Hooft-getal.

$\frac{3}{253}$)	01029947387912850184.	1. door	1.
$\frac{9}{64009}$)	14481598667718.	1. door	3.
	20361884736.	4. . . .	5.
	2862987.	4. . . .	7.
	402.	5. . . .	9.

0,01029947387912850184. 1
48271995559039. 4
4072376947. 3
408998. 2
44. 7

$1\frac{24}{1000}$. 0. 01029995663981195213. 7
1000. 3. 00000000000000000000. 0

1024. 3.01029995663981195213. 7 Divid.d. 10.

2. . 0. 30102999566398119521. 4
4. . 0. 60205999132796239042. 7
8. . 0. 90308998699194358564. 1

Men ziet genoegzaam uyt deze bewerking hoe 'er gedaan is, en dus heeft het geen verdere opheldering noodig.

Om de *Logarithmus* van 't getal 3 te vinden.

Multipliceer 3 *Zens Zenfice*, komt 81. Dit gedivideert door 80, komt $1\frac{1}{80}$. Subftraheer 1 en addeer 1. Zet het komende breuksgewyze, als $\frac{1}{80}$ gedeelt door $2\frac{1}{80}$, dat is $\frac{1}{161}$ wiens Quadraat $\frac{1}{25921}$ is.

Doet nu voort als te vooren.

8685889638065036553 0 't Hooft-getal.

$\frac{1}{161}$) 00539496250811492 95. 4. door 1.
$\frac{1}{25921}$) 2081309559089. 1. . . . 3.
80294338. 9. . . . 5.
3097. 6. . . . 7.

0. 00539496250811492 95. 4
69376985 3029. 7
16058867. 8
442. 5

$1\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{80}$ *log*. 0.00539503188670616 35.
80. 1. 9030899869919435857

81 *log*. 1. 9084850188786497492

9 *log*. 0. 9542425094393248746
3 *log*. 0. 4771212547196624373.

Om de *Logarithmus* van 't getal 7 te vinden.

Het *Zens de Zens*-getal van 7, als 2401 divideert door 2400, komt $1\frac{1}{2400}$. Subtraheer 1 en addeer 1, zoo is de Breuk $\frac{1}{2400}$ gedeelt door $2\frac{1}{2400}$, dat is $\frac{1}{4801}$ wiens Quadraat $\frac{1}{23049601}$ is.

86858896380650365530 het Hooft-getal.

$\frac{1}{4801}$) 00018091834280493723. 3. door 1.
784908783. 5. door 3.
$\frac{1}{23049601}$) 34. 0. door 5.

0. 00018091834280493723. 3
261636261. 1
6. 8

$1\frac{1}{2400}$ *log*. 0. 00018091834542129991.
2400 *log*. 3. 38021124171160602293.

2401 *log*. 3. 38039216005702732284.

49. *log* 1. 69019608002851366142.
7. *log*. 0. 84509804001425683071.

Op zulken wyze worden alle *Logarithmus* getallen gevonden, en men kan uyt deze gegeven Voorbeelden genoezaam zien hoe men verder moet

moet werken. Als wanneer men de *Logarithmus* van 't getal 11 wilde vinden, zoo divideert men het zelve door 10, komt $1\frac{1}{10}$. Als daar 1 van gesubstraheert en 1 toe geaddeert word dan is de Breuk $\frac{1}{10}$ gedeelt door $2\frac{1}{10}$, dat is $\frac{1}{21}$ wiens Quadraat $\frac{1}{441}$ is, waar mede men werkt als te voren. Doch 't is beter dat men 121 neemt en divideer dat door 120, komt $1\frac{1}{120}$. Daar van substraheert 1 en addeert 1 &c.

Wil men de *Logarithmus* van 13 berekenen zoo kan men dit getal door 12 deelen, komt $1\frac{1}{12}$, maar 't is beter dat men 13 met 7 multipliceer, komt 91. Dit door 90 gedeelt, komt $1\frac{1}{90}$. Daar van 1 gesubstraheert en 1 toe geaddeert enz. Zoo vind men de *Logarithmus* van $1\frac{1}{90}$. Om dat de *Logarithmus* van 7 en van 90 reeds bekent zyn zoo vind men daar uyt de *Logarithmus* van 13, en zoo ook met andere. Summa de Markt zal ieder wel koopen leeren.

De *Logarithmi* tusschen 1 en 10 zyn

2 *log*. 0. 3010299956639811952137388947. &c.
3 . . 0. 4771212547196624372950279032.
4 . . 0. 6020599913279623904274777894.
5 . . 0. 6989700043360188047862611052.
6 . . 0. 7781512503836436325087667979.
7 . . 0. 8450980400142568307122162585.
8 . . 0. 9030899869919435856412166841.
9 . . 0 9542425094393248745900558065.

Om de Logarithmus getallen *op een andere manier te vinden.*

Alhier zet men twee getallen die 1 verschillen, het

het kleynste is 't waar van men de *Logarithmus* zal vinden, en van het grootste moet de *Logarithmus* alvorens bekent zijn: met dit grootste divideert men het voorheen gevonden enkelvoudig Hooftgetal zoo lang tot dat alles weggaat, en de quotienten gedivideert door de ordenlyke *Progres* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. &c. De som geeft het *Logarithmum* van 't getal, wanneer men het grootste door het kleynste divideert: dit *Logarithmum* van 't *Logarithmo* des grootsten getals gesubstraheert, rest het *Logarithmus* van 't kleynste getal.

De *Logarithmus* van 't getal 9 te vinden.

De twee getallen zyn 9 en 10. Gedivid komt $1\frac{1}{9}$.

434294481903 25. &c. het Hooft-getal.

10)04342944819032	Divid.	1.
434294481903	. . .	2.
43429448190	. . .	3.
4342944819	. . .	4.
434294481	. . .	5.
43429448	. . .	6.
4342944	. . .	7.
434294	. . .	8.
43429	. . .	9.
4342	. . .	10.
434	. . .	11.
43	. . .	12.
4	. . .	13.

0434294481903 2
21714724095 1
1447648273 0
108573620 5
8685889 6
723824 1
62042 0
5428 6
482 5
43 4
3 9
3

$1\frac{1}{9}$ *log*. 0.04575749056067.
10 *log*: 1.00000000000000.

9 *log*. 0.95424250943932.

Hier uyt is ook de *Logarithmus* van 't getal 3 openbaar.

Wil men de *Logarithmus* van 't getal 2 of 8 vinden zoo zyn de twee getallen 8 en 9; doch beter is 't dat men 80 en 81 neemt, want van 9 en 81 zyn de *Logarithmi* uyt het vorige bekent. Om de *Logarithmus* van 7 te vinden zoo kan men 35 en 36 nemen, of ook 63 en 64, want 36 en 64 haar *Logarithmi* heeft men reets uyt de vorige.

De *Logarithmus* van 't getal 11 te vinden.

De twee getallen zyn 99 en 100. Gedivideert komt $1\frac{1}{99}$.

43429448190325182765 het Hooft-getal.

100)00434294481903251827 6. door 1.
4342944819032518. 2. door 2.
43429448190325. 2 . . . 3.
434294481903. 2. . . . 4.
4342944819. 0. . . . 5.
43429448. 2. . . . 6.
434294 4. . . . 7.
4342. 9 . . . . 8.
43. 4. . . . 9.
. 4

00434294481903251827. 6
2171472409516259. 1
14476482730108. 4
108573620475. 8
868588963. 8
7238241. 3
62042 1
542. 8
4. 8

$1\frac{1}{99}$ *log* 0.00436480540245008466.
100 *log*. 2.00000000000000000000.

---

99 . . 1.99563519459754991534.
9 . . 0.95424250943932487459.

---

11 *log*. 1.04139268515822504075.

De *Logarithmus* van 37 te vinden.

Zet de twee getallen 999 en 1000, komt $1\frac{1}{999}$.

434.

43429448190325182765.. &c.

1000) 00043429448190325182.	7.	door	1.
434294481903225.	2.	. . .	2.
43429448190.	3.	. . .	3.
43429448.	2.	. . .	4.
43429.	4.	. . .	5.
43.	4.	. . .	6.

00043429448190325182.	7
21714724095162.	6
14476482730.	1
10857362.	0
8685.	9
7.	2

$1\frac{1}{999}$ *log*. 0. 00043451177401769131.
1000 *log*. 3. 000000000000000000000.

999 *log*. 2. 99956548822598230869.
27 . . 1. 43136376415898731188.

37 *log*. 1. 56820172406699499681.

'tZoude overtollig zyn om hier van meer Voorbeelden te geven, alzoo men uyt het bygebragte de geheele behandeling tot genoegen kan nagaan. Dus heeft de Konſtlievende Lezer alhier twee uytſtekent konſtige manieren waar door hy alle *Logarithmus* getallen kan vinden en berekenen. Hier konde men nog by doen hoe de *Logarithmus* van alle groote getallen te vinden zyn, die ook uyt de voorgemelde Hooft-getallen haaren oorſprong hebben; alleenlyk dat men by

by derzelver berekening andere middelen by de hand moet nemen, dewelke om uyt te vorſchen wy tot een ieders oeffening hebben agter gelaaten. Doch ten blyk dat dit zeer wel mooglyk is, en in diervoegen laat berekenen, zoo zal ik de twee volgende Voorſtellen hier nog byvoegen.

367. Daar is gegeven een getal van 20 Cyfferletters als 34567890123456789012. Men begeert deszelfs *Logarithmus* te vinden. Hoe veel is die? *Antw.* 19.5385728728688921 2566.

368. Genomen dat iemand oudtijds 50 Gulden had op Intreſt geſteld tegen 5 per Cent in 't Jaar, met beding, ingeval de Intreſt niet betaald wierde, dezelve Jaarlyks tot het Capitaal zoude gerekent worden. Wanneer dit Capitaal 666 Jaaren op Intreſt ſtond, en geen Intreſt betaald wierde; overzulks Intreſt op Intreſt rekenende, zoo is de vraag hoe veel dit te ſamen beloopen zal? *Antw.* *f* 6472069688301701 : 10 : 10 de breuk niet gerekent.

105. *log.* 2.0211892990699380727935052.
100. . 2.0000000000000000000000000.

0.0211892990699380727935052 met 666 (Jaar.

14 1120731805787564804 7449.
50 Guld. 1.6989700043360188047862 6.

log. 15.8110431849147752852607 5.

Van dit *Logarithmi* begeert men het *abſoluet*

Dd getal

getal te vinden. Het zelve is $6472069688301701\frac{53235}{100000}$.

Van zulke en diergelyke zaaken konde men wel meer bybrengen, als ook andere die tot de *Arithmetica Infinitorum* behooren, doch wy zullen het hier by laaten, en vertrouwen dat het volgende ook zyn Liefhebbers zal vinden.

De schrandere Konstenaar kan 't diepst geheym
doorgronden,
't Geen onbepaalbaar is heeft hy reeds uytgevonden.
Men heeft door Tal en Konst voor 't scherpziende oog gesteld
Hoe 't geen oneyndig *is als eyndig wordt geteld.*

DE

DE MAXIMIS & MINIMIS.

De Quantiteiten of Getallen na haar grootste of kleynste te bepaalen.

369. Alle getallen a in drie deelen te deelen, waar van de twee eerste deelen in een gegeven reede staan, en zoo men geduurig twee der zelve deelen met elkander multipliceert en de drie producten addeert, dat de som onder allen de grootste is.

De gegeven rede van beyde eerste deelen is als r tegen s.

Steld voor de drie deelen

$$rx \quad . \quad sx \quad . \quad a-rx-sx$$

overzulks zyn de drie producten

$$\begin{array}{l} \qquad +rsxx \\ rax-rrxx-rsxx \\ sax \qquad -rsxx-ssxx \\ \hline rax+sax-rrxx-rsxx-ssxx=z. \text{ 't } Maximus. (a) \\ \hline rrxx+rsxx+ssxx-rax-sax+z=0 \end{array}$$

(*a*) Na de Engelze manier word dit *Maximum* aldus gedifferentieerd.

$$\frac{ra\dot{x}+sa\dot{x}-2rrx\dot{x}-2rsx\dot{x}-2ssx\dot{x}=0}{\dot{x}}$$

$$ra+sa-2rrx-2rsx-2ssx=0$$

$$2rrx+2rsx+2ssx=ra+sa$$

$$x=\frac{ra+sa}{2rr+2rs+2ss}=\frac{\frac{1}{2}r+\frac{1}{2}s\times a}{rr+rs+ss}.$$

By na al de hier volgende Voorstellen over de *Calcule Differentieel* zyn in onze *Mathematische Lief-hebbery* op deze manier ontbonden.

Om dat z 't grootste getal of quantiteit moet zyn dat mogelyk is, zoo moet het product van 't eerste en derde lid zyn gelyk het Quadraat van de helft van 't tweede lid, dat is;

$$\overline{rr+rs+ss}\times zxx=\overline{\tfrac{1}{4}rr+\tfrac{1}{2}rs+\tfrac{1}{4}ss}\times aaxx.$$

Ergo $z=\dfrac{\overline{\tfrac{1}{4}rr+\tfrac{1}{2}rs+\tfrac{1}{4}ss}\times aa}{rr+rs+ss}$ voor de grootste som der drie producten.

Om dit nog klaarder voor te stellen zoo divideert de voorgaande Æquatie door $rr+rs+ss$, komt

$$xx-\frac{\overline{arx+asx}}{rr+rs+ss}+\frac{z}{rr+rs+ss}=0.$$

Dit moet altijd een geschikt Quadraat zyn; wanneer men de Radix Quadraat daar uyt trekt

zoo komt 'er $x=\dfrac{\overline{\tfrac{1}{2}r+\tfrac{1}{2}s}\times a}{rr+rs+ss}.$

Overzulks zyn de drie deelen

$$rx=\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rr+\tfrac{1}{2}rs}\times a}{rr+rs+ss}.$$

$$sx=\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rs+\tfrac{1}{2}ss}\times a}{rr+rs+ss}.$$

$$a-rx-sx=\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rr+\tfrac{1}{2}ss}\times a}{rr+rs+ss}.$$

Verklaaring in getallen. Laat het gegeven getal $a = 30$ zyn, en de rede van beyde eerste deelen als 1 tegen 2, zoo is $r = 1$ en $s = 2$. De bovenstaande deelen hier mede geresolveert, komt

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\overline{\frac{1}{2}rr+rs}\times a}{rr+rs+ss} = \frac{45}{7} \\[2ex] \dfrac{\overline{\frac{1}{2}rs+\frac{1}{2}ss}\times a}{rr+rs+ss} = \frac{90}{7} \\[2ex] \dfrac{\overline{\frac{1}{2}rr+\frac{1}{2}ss}\times a}{rr+rs+ss} = \frac{75}{7} \end{array}\right\} \text{de drie deelen.}$$

$$\dfrac{\overline{\frac{1}{4}rr+\frac{1}{2}rs+\frac{1}{4}ss}\times a}{rr+rs+ss} = \frac{2025}{7} \text{ of } 289\tfrac{2}{7} \text{ de grootste}$$

som der drie producten.

De Proef is regtmatig, want als men geduurig de gevonden deelen met elkander multipliceert en die drie producten addeert zoo komt 'er $289\frac{2}{7}$ gelyk boven is aangetekent, het welk de grootste som is die hier kan vallen, door dien de som der drie producten altyd kleynder zal zyn als $289\frac{2}{7}$ wanneer men 30 in drie andere deelen verdeelt waar van de twee eerste ook in rede staan als 1 tegen 2. By voorbeeld; wanneer men de drie deelen wilde nemen 7. 14. 9, zoo is de som der drie producten 287, dat kleynder is als $289\frac{2}{7}$, en zoo ook met andere.

Nog een Verklaaring.

Laat het gegeven getal $a = 38$ zyn, en de beyde eerste deelen zullen in rede staan als 2 tegen 3, zoo is $r = 2$ en $s = 3$. De voor gevonden Quantiteiten hier mede geresolveert, komt voor de drie deelen 10. 15. 13, en de grootste som der drie producten is 475. Wanneer men het getal 38 in drie andere deelen verdeelde daar van de twee eerste als 2 tegen 3 stonden zoo zou de som der drie producten altyd kleynder zyn als 475.

370. Een gegeven getal a in drie deelen te deelen daar van de twee eerste in een gegeven rede staan. Wanneer men ieder deel quadreert, en de drie Quadraaten addeert, dat deze som onder anderen de kleynste is.

Steld wederom voor de drie deelen

$$rx \quad . \quad sx \quad . \quad a - rx - sx.$$

De som der drie Quadraaten is

$$2rrxx + 2ssxx + 2rsxx - 2arx - 2asx + aa = z, \text{'t Minimus. (a)}$$

$$2rrxx + 2ssxx + 2rsxx - 2arx - 2asx + aa - z = 0.$$

Om

(*a*) Na de Engelze manier word dit *Minimus* aldus gedifferentieert.

$$4rr x\dot{x} + 4ss x\dot{x} + 4rs x\dot{x} - 2ar\dot{x} - 2as\dot{x} = 0$$

$$\dot{x}) \overline{}$$

$$4rrx + 4ssx + 4rsx - 2ar - 2as = 0$$

$$x = \frac{2ar + 2as}{4rr + 4ss + 4rs} = \frac{\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s \times a}{rr + ss + rs}.$$

Om dat z hier de kleynſte quantiteit moet zyn, zoo moet wederom het product van 't eerſte en derde lid gelyk zyn aan 't Quadraat van 't middelſte lid, dat is;

$$\overline{2rr+2rs+2ss} \times aaxx - \overline{2rr+2rs+2ss} \times zxx = \overline{rr+2rs+ss} \times aaxx.$$

$$\overline{2rr+2rs+2ss} \times zxx = \overline{rr+ss} \times aaxx$$

$$z = \frac{\overline{\tfrac{1}{2}rr+\tfrac{1}{2}ss} \times aa}{rr+rs+ss}$$ voor de kleynſte ſom der drie Quadraaten.

Divideert vervolgens de bovenſtaande Æquatie door $2rr+2rs+2ss$, komt

$$xx - \frac{\overline{arx+asx}}{rr+rs+ss} + \frac{aa-z}{2rr+2rs+2ss} = 0.$$

Dit moet insgelyks altyd een geſchikt Quadraat zyn; deszelfs Radix is gelyk de vorige

$$x = \frac{\overline{\tfrac{1}{2}r+\tfrac{1}{2}s} \times a}{rr+rs+ss}.$$

De drie deelen zyn wederom als te voren, namentlyk;

$$\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rr+\tfrac{1}{2}rs} \times a}{rr+rs+ss}.$$

$$\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rs + \tfrac{1}{2}ss \times a}}{rr + rs + ss}.$$

$$\frac{\overline{\tfrac{1}{2}rr + \tfrac{1}{2}ss \times a}}{rr + rs + ss}.$$

Verklaaring in getallen. Laat het gegeven getal $a=21$ zyn, en de rede van beyde eerſte deelen als 1 tegen 2, zoo is $r=1$ en $s=2$. De bovenſtaande quantiteiten hier mede gereſolveert, zoo komt 'er voor de drie begeerde deelen $4\tfrac{1}{2}$, 9, $7\tfrac{1}{2}$.

De ſom der Quadraaten is $157\tfrac{1}{2}$, en dit is de kleynſte die mogelyk is. Want als men 21 in drie andere deelen wilde verdeelen daar van de twee eerſte in dubbele rede ſtonden zoo zoud de ſom der Quadraaten altyd grooter zyn als $157\tfrac{1}{2}$. By voorbeeld; men neemt voor de drie deelen 4. 8. 9, zoo is de ſom der Quadraaten 161, dat meer is als $157\tfrac{1}{2}$, en zoo ook met andere.

Men kan zulke Voorſtellen op verſcheyden andere wyzen ontbinden (*b*) maar om dat deze Solutie klaar en duydelijk is, zoo laatenwe het daar by beruſten. De Solutien van de volgende Voorſtellen worden tot oeffening van de geëerde Lezers agter gehouden.

371. Vind een getal, en wel het mogelyk kleynſte; wan-

(*b*) Waar van 'er een te zien is op 't 261 ſte Voorſtel van 't tweede Duyzent onzer *Mathem. Liefhebbery.*

wanneer men het zelve in drie deelen verdeeld waar van de twee eerste zig verhouden als 3 tegen 4, en zoo men gedurig twee van dezelve deelen met elkander multipliceert en die drie producten addeert, dat de som 333 is. Wat is het voor een getal? en welk zyn de deelen? *Antw.* 't getal is $31\frac{1}{7}$ en de deelen zyn 9. 12. $10\frac{1}{7}$.

372. Vind zulk een getal, en wel het mogelyk grootste; wanneer men het zelve in drie deelen verdeelt waar van de twee eerste in rede staan als 3 tegen 5, en dan ieder deel quadreert, dat de som der drie Quadraaten 1700 zy. Vraage na 't getal en deszelfs deelen? *Antw.* 't Getal is 70, en de deelen zyn $17\frac{1}{7}$, $28\frac{4}{7}$, $24\frac{2}{7}$. *

373. Men begeert vier getallen te vinden wiens som de mogelyk kleynste is. *a*, *b*, *c* zullen tegen elkander staan als 1, 2, 3, en *d* is de rest. Wanneer men de vier producten *abc*, *bcd*, *cda*, *dab* te samen addeert dat de som 6480 is. Wat zyn 't voor getallen? *Antw.* 6. 12. 18. $13\frac{1}{11}$, haar som is $49\frac{1}{11}$. †

374. Maakt uyt 60 vier deelen, waar van *a*, *b*, *c* in rede staan als 2, 3, 4. Wanneer men de vier producten *abc*, *bcd*, *cda*, *dab* te samen addeert, dat deze som de grootste is. *Antw.* 208. 312. 416. 324, ieder gedeelt door 21. ‡

375. Men begeert 100 in vier deelen te verdeelen

Hh 5 waar

* *Mathem. Liefhebbery* 1 Duyzent N°. 304.
† Idem N°. 305. ‡ Idem N°. 337.

waar van A en B ſtaan in *proportie ſesquialtera*, en C en D in *proportie ſesquitertia*. Wanneer men geduurig twee van dezelve deelen met elkander multipliceert, en de zes producten addeert, dat die ſom de aldergrootſte is. *Antw.* 12500. 18750. 13650. 18200, ieder gedeelt door 631. *

376. Iemand koopt vyf ſoorten Speceryen, te ſamen 1058 ℔. Bekomt van A zoo menigmaal 2 als van B 3 ℔, van C zoo menigmaal 3 als van D 4 ℔, en van E de reſt. Geeft voor 't ℔ van ieder ſoort zoo veel § als derzelver Ponden zyn, en 't beloop der Koopſom in §ten is de kleynſte die mogelijk kan zyn. Hoe veel ℔ heeft hy van ieder gehad? *Antw.* van A 166⅔. B 250. C 182. D242⅔. en van E 216⅔ ℔. †

377. Men begeert een getal of linie zoodanig in zes deelen te verdeelen dat A en B tegen elkander ſtaan als 2 tegen 1. C en D als 3 tegen 2, en E en F als 4 tegen 3. Wanneer men ieder deel Quadreert, en die Quadraaten addeert, dat deze ſom de alderkleynſte is. Welk zyn de deelen na de kleynſte heele getallen?
Antw. 390. 195. 375. 250. 364. 273. §

378. Men begeert nog een getal in 7 deelen te verdeelen, zoodanig, dat A en B in rede ſtaan als 1 tegen 2. C en D als 3 tegen 5. E en F als 6 tegen 7, en G de reſt. De ſom der 7 Quadraaten moet de kleynſte zyn. Vraage na 't getal

---

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 994. † Idem N°. 338. § Idem N°. 361.

tal en deszelfs deelen.* *Antw.* 't Getal is 567, en de deelen 51. 102. 60. 100. 78. 91. 85 na de kleynste heele getallen. *

379. Vind drie getallen daar van *a* en *b* in rede staan als 1 tegen 3, en zoo men van haar beyder som 24 aftrekt, dat de rest *c* is, maar zoo men van de som der Quadraaten van *a* en *b* het Quadraat van *c* aftrekt dat als dan de rest de mogelyk grootste is. *Antw.* 16. 48. 40. †

380. Verdeelt 45 in drie deelen, zoodanig, dat de twee eerste in rede staan als 1 tegen 2. Wanneer men het Quadraat des eersten met het product van de twee andere, het Quadraat des tweeden met het product des eersten en derden, en het Quadraat des derden vermenigvuldigt met het product van beyde eerste, dat de som der drie producten, namentlyk $aabc + abbc + abcc$ de mogelyk grootste is. *Antw.* 10. 20. 15. ‡

381. Verdeelt 90 in vyf deelen, daar van *a*, *b*, *c*, *d* in rede staan als 3, 4, 5, 6, en *e* zy de rest. Wanneer men de vyf producten *a b c*, *b c d*, *c d e*, *d e a*, *e a b* addeert, dat de mogelyk grootste som komt. *Antw.* 12. 16. 20. 24. 18. §

382. Vind een heel getal het welk het kleynste is; wanneer men het zelve in vyf deelen verdeelt, dat de vier eerste deelen tot elkander in rede staan als 1. 2. 3. 4, en dat de som der vyf producten

ten

* Mathem. Lief h. 1 D. N°. 362. † Idem N°. 415. ‡ Idem N°. 510. § Idem 416.

ten *abcd*, *bcde*, *cdea*, *deab*, *eabc* de mogelyk grootste is. *Antw*. 't Getal is 952, en de deelen zyn 75. 150. 225. 300. 202. *

383. Een zeker getal *a* is gedeelt in twee deelen die tegen elkander in rede staan als 3 tegen 11. Wanneer men het kleynste deel Cubeert en het grootste Quadreert, dat de som van dit Quadraat en Cubus onder andere de mogelyk kleynste is. Zulks, wanneer men het getal *a* in twee andere deelen wilde verdeelen, onaangezien in wat proportie, zoo zal egter de som des Cubi en Quadraats altijd grooter zyn. Men vraagt na het getal *a* en deszelfs deelen? *Antw*. *a* is $11\frac{11}{27}$, en de deelen zyn $\frac{66}{27}$. $\frac{242}{27}$. †

Dit voorstel is ongerymd.

384. Twee goede Vrienden A en B onder een glaasje wyn zittende, tellen hun geld, en bevinden te samen 49 Gulden in hun zak te hebben. A zegt, wel aan! legt gy de Trigonaalwortel uyt het getal van uw Guldens by de Quadraatwortel uyt het getal van myn Guldens, zoo zullen wy voor deze som (die onder andere de grootste moet wezen) eens lustig vroolyk zyn, en wie hier uyt kan rekenen hoe veel ieder van ons in zyn zak heeft, zal een frisse dronk tot recompens hebben. Alzoo B dit accepteerd, is de vraag hoe veel ieder in zijn zak had? ‡

385. Een ander getal *a* is in twee deelen gedeelt die tot elkander in rede staan als 1 tot 3. Wanneer men

---

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 417. † Idem N°. 446. ‡ Idem N°. 447.

men het kleynste deel *Zens de Zens* multipliceert en het grootste *Cubeert*, dat de som van beyde producten de kleynste is zoo onder andede verdeelingen mogelyk kan zyn.

Antw. $a = 27$. De deelen zyn $6\frac{3}{4}$. $20\frac{1}{4}$. *

386. Men begeert het getal $75\frac{1}{9}$ in twee deelen te verdeelen, zoodanig; wanneer men het kleynste deel *Zens de Zens* en het grootste deel *Cubicq* multipliceert, die twee producten te samen addeert, dat die som onder alle de mogelyk kleynste is. *Antw.* $14\frac{1}{12}$. $61\frac{1}{36}$. †

387. Deelt een zeker getal *a* in twee deelen, zoodanig dat het grootste deel zy $32\frac{5}{32}$. Wanneer men tot de *Cubo* van dit deel addeert de *Zens de Zens* van 't kleynste deel, dat dan de mogelyk kleynste som komt; welverstaande, als men *a* in twee andere deelen wilde verdeelen, dat dan de som van de *Cubo* des grootsten en de *Zens de Zens* des kleynsten deels telkens grooter zoude komen als het genoemde kleynste. Wat is *a* voor een getal? *Antw.* $41\frac{11}{32}$. ‡

388. Men heeft een getal *a* in tweeën gedeelt daar van het eene deel $608\frac{11}{32}$ grooter is als het ander. Wanneer men de *Zens de Zens* des kleynsten vergaart by het *Quadraat* des grootsten deels, dat dan de mogelyk kleynste somme komt. Wat is *a* voor een getal? *Antw.* $621\frac{27}{32}$. §

389. Een ander getal *a* is in tweeën gedeelt, zoodanig, dat het verschil van haar *Quadraaten* is $702\frac{18}{81}$. Wanneer men de *Zens de Zens* des kleyn-

---

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 463. † Idem N°. 464. ‡ Idem N°. 511. § Idem N°. 512.

kleynsten deels vergaart by de *Cubo* des grootsten, dat die som de mogelyk kleynste zy. Wat is *a* voor een getal? en wat zyn de deelen? *Antw.* *a* is $= 36\frac{1}{9}$, en de deelen zyn $8\frac{1}{3}$ en $27\frac{7}{9}$ *

390. Een zeker getal *a* is in drie deelen gedeelt, waar van de twee eerste of kleynste in rede staan als 1 tegen 3. Wanneer men het eerste of kleynste deel *Zens de Zens* multipliceert, het tweede *Cubeert*, en het derde *Quadreert*, dat de som van deze drie producten onder al de andere verdeelingen die mogelyk zyn, de kleynste is. Vraage na het getal en deszelfs deelen? †

391.

WILHELMUS *en* JOHAN *die vinden zig geraan*,
In hoop van goede winst, een' handel aan te gaan:
Laat hunner beyder som de grootste zyn bevonden:
Laat WILLEMS *Capitaal bedragen hondert ponden*
En sestig meer dan JAN *vervolgens geven zal;*
Met dit bepaald' beding; dat, zoo men zyn getal
Regt Cubice bewerke, en WILLEMS *will' Quadreeren,*
Iemand in 't slot verkrygt, door deze t' zaam te adderen,
Netto de kleynste som: Dan vraag ik, hoe veel geld
Elk hunner voor zyn deel by d' aanvang heeft geteld? ‡

Erin-

---

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 513. † Idem N°. 514.
‡ Idem N°. 516. Dit Naamvers dat den Au-

Erinnering; Wanneer hier gezegt word dat hun beyder som de grootste moet zyn, zoo dient in acht genomen dat de som van de *Cubo* des kleynsten en 't *Quadraat* des grootsten getals moet de kleynste zyn die uyt het gegeven verschil 160 kan gevonden worden.

392. Vind drie getallen daar van A en B tot elkander in rede staan als 2 tegen 3. Wanneer men al de drie getallen met elkander multipliceert zoo zal dat product 1800 zyn, maar wanneer men de drie producten *ab*, *bc* en *ac* addeert, zoo zal die som de kleynste zyn. Wat zijn 't voor drie getallen? *Antw.* 10. 15. 12. *

393. Vind vier getallen daar van A en B in *proportie dupla* (*a*) maar C en D in *proportie sesquialtera* (*b*) staan. Haar product is, wanneer men dezelve met elkander multipliceert, 780, en zoo men haar Quadraaten addeert dat de allerkleynste som komt. † 394.

---

theur ter gedagtenis van den Heer *Johan Hinrich Wolgemuht* gemaakt heeft, heb ik op de Naam van een Vriend van my overgebragt die gemeenlyk in onze gemelde Liefhebbery voorkomt onder de letteren *S. H.* en die al dit soort van Voorstellen daar in ontbonden heeft. De hedendaagze Digters vinden niet zoo veel smaak in de Naamverzen als voor dezen, om datze gemeenlyk te gedwongen zyn.

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 575. (*a*) Dat is als 1 tegen 2. (*b*) Dat is als 2 tegen 3. † Idem N°. 947.

394. Verdeelt 30 in vier deelen waar van *a*, *b*, *c* in rede ſtaan als 1. 2. 3. Wanneer men ieder deel Cubeert, en die vier Cuboos addeert, dat de allerkleynſte ſom komt. *Antw.* $6-\sqrt{6}$. $12-2\sqrt{6}$. $18-3\sqrt{6}$, en $-6+6\sqrt{6}$. *

395. Vind vier getallen waar van *a*, *b*, *c* in rede ſtaan als 1, 2, 3. Wanneer men van de ſom der drie eerſte 30 aftrekt zoo reſt het vierde getal, en als men van de ſom der drie eerſte Cuboos ſubſtraheert de Cubicq van het vierde getal, dat de reſt de mogelyk grootſte is. *Antw.* $6+\sqrt{6}$. $12+2\sqrt{6}$. $18+3\sqrt{6}$. $6+6\sqrt{6}$. †

396. Men heeft een Orde in getallen waar van het eerſte lid is 1357, het tweede 987, het derde 685, het vierde 451. &c. Welke ordenlyk afnemen. De vraag is in welk lid en deel het kleynſte getal komt daar het niet meer afnemen kan, maar als men de Orde verder continuëren wilde, dezelve daar na wederom moeſte toenemen? ook welk het kleynſte getal is? *Antw.* het geſchiet in het $6\frac{16}{17}$ lid, en het kleynſte getal is $156\frac{15}{17}$. ‡

397. Daar is een *Parallelepipedum* wiens lichamelyken inhoud is $1518\frac{3}{4}$; daar van ſtaan twee zyden tegen elkander in rede als 3 tegen 5, en de ſom van al de zes zyden is onder allen de mogelyk kleynſte. Vraage na de drie zyden? *Antw.* 9. 15. $11\frac{1}{4}$. §

398.

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 592. † Idem N°. 614. ‡ Idem N°. 241. § Idem N°. 615.

398. Men begeert 40 in drie deelen te deelen daar van de twee eerſte in rede ſtaan als 1 tegen 2: wanneer men ieder product van twee deelen deelt door het derde, en die drie quotienten addeert, dat die ſom de allerkleynſte zy.
Antw. $\frac{200}{21}$. $\frac{400}{21}$. $\frac{240}{21}$. *

399. Vind drie getallen daar van de eerſte twee in rede ſtaan als 1 tegen 2, en zoo men van de ſom der eerſte twee 20 ſubſtraheert reſt het derde getal: wanneer men twee en twee van de zelve getallen met elkander multipilceert en ieder product door het overige derde getal divideert, dat de ſom der drie quotienten wederom de kleynſte zyn. † *Antw.* $\frac{60}{7}$. $\frac{120}{7}$. $\frac{40}{7}$.

400. Vind een getal, en wel het grootſte dat mogelyk is; wanneer men het zelve in drie deelen deelt daar van de eerſte twee in rede ſtaan als 1 tegen 2, en zoo men vervolgens ieder product van haar tweeën door het overige deel divideert dat de ſom der drie quotienten voortbrengt 48. ‡ *Antw.* het getal is $43\frac{1}{5}$, en de deelen 432, 360, 720, alles gedeelt door 35.

401. Deelt het getal 19 in drie deelen, zoodanig, dat de twee eerſte tegen elkander in rede ſtaan als 2 tegen 3. Wanneer men de ſom van twee telkens deeld door het overige derde deel, dat de ſom der drie quotienten de mogelijk kleynſte zy. *Antw.* $10-2\sqrt{6}$ $15-3\sqrt{6}$ en $-6+5\sqrt{6}$. §

 402.

---

* Mathem. Liefh. 1 D. N° 616. † Idem N°. 646. ‡ Idem N°. 668. § Idem N°. 669.

402. Drie getallen tot een Regel van driën te vinden daar van het derde 3 meer is als het tweede, en dat de som van 't tweede en derde 5 meer is als het eerste getal. Werkt men deze Regel uyt zoo als het behoort, dat dan het Facit of het vierde getal het mogelyk kleynste is. Wat getallen zyn het? *
Antw. 4——3——6? *Facit* $4\frac{1}{2}$.

Dit Facit $4\frac{1}{2}$ is het kleynste getal dat mogelyk kan zyn, want als men drie andere getallen van gelyke hoedanigheyd wilde nemen, zoo zal het Facit altyd grooter komen. By voorbeeld; 6——4——7? *Facit* $4\frac{2}{3}$. Dit is grooter als $4\frac{1}{2}$. Op deze manier kan men meer getallen beproeven, als; 10——6——9? *Facit* $5\frac{2}{5}$, dat wederom meer als $4\frac{1}{2}$ is. &c.

Maar wanneer het voorstel in dezer voegen wierde opgegeven dat het derde getal 5 meer was als het tweede, en de som van 't tweede en derde 9 meer als het eerste getal, zoo is de vraag wat getallen het dan moesten zyn?

403. Men begeert drie getallen te vinden daar van de twee eerste in zekere proportie staan. Als men de drie getallen met elkander multipliceert is het product $=a$, maar wanneer men ieder getal quadreert en de drie Quadraaten addeert, zoo zal die som de mogelyk kleynste zyn. Dit begeert men in rationaale getallen te vinden. *Antw.* Laat de proportie zyn als 1 tegen 7. Is

$a=945$

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 661.

$a=945$ zoo zyn de drie getallen 3. 21. 15, maar is $a=35000$ zoo zyn de drie getallen 10. 70. 50. En meer andere *

404. Daar zyn drie getallen; wanneer men dezelve met elkander multipliceert komt 'er 700. Het eerste en derde staan tegen elkander in een zevenvoudige rede, en wanneer men de Quadraaten van de drie getallen addeert zoo is die som onder allen de kleynste. Wat drie getallen zyn het? †

405. Het getal 100 begeert men in vyf deelen te verdeelen, zoodanig dat *a* tegen *b* staat als 14 tegen 13. *c* tegen *d* als 5 tegen 4. *e* is de rest, en het product van $a^5\ b^4\ c^3\ d^2\ e$ moet het grootste zyn. ‡

406. Daar zyn twee getallen; wanneer men tot de som van haar Quadraaten addeert het product van beyde getallen, komt 'er 688, maar wanneer men de *Cubicq* van 't kleynste tot het Quadraat van 't grootste addeert zoo komt de kleynste som die mogelyk kan zyn. Wat twee getallen zyn het? §

407. Vind een getal; wanneer men het zelve in twee deelen verdeelt en de *Cubum* des kleynsten tot het *Quadraat* des grootsten deel addeert, dat die som de mogelyk kleynste zy, edog datze nog $6\frac{2}{3}$ maal zoo veel is als het product, wanneer

ZZ 2 men

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 690. † Idem N°. 691. ‡ Idem N°. 711. § Idem N°. 758.

men beyde deelen multipliceert. Men vraagt na het getal en deszelfs deelen? *

408. Daar is een getal, wanneer men het zelve in twee ongelyke deelen verdeelt, en de *Cubicq* des kleynsten addeert by het *Quadraat* des grootsten deels zoo is die som onder allen het kleynste, welke som nogtans $15\frac{20}{27}$ maal zoo groot is als het begeerde getal, waar na gevraagt word? als ook na deszelfs deelen? †

409. Men begeert $322\frac{26}{27}$ in drie deelen te deelen, zoodanig, wanneer men het eerste of kleynste deel *Zens de Zens* multipliceert, het tweede *Cubeert*, en het derde *Quadrateert*, die drie producten te samen addeert, dat die som het mogelyk kleynste is. Welk zyn de deelen? ‡

410. Men verkiest een getal *a* na believen, en het zelve in drie deelen te verdeelen, zoodanig; wanneer men de *Zens de Zens* van 't eerste of kleynste, de *Cubum* van 't tweede, en 't *Quadraat* van 't derde deel te samen addeert, dat die som de kleynste is. Wat is *a* en deszelfs deelen in heele getallen? §

411. Men begeert nog een zeker getal *a* in drie deelen te verdeelen. Wanneer men de twee kleynste met elkander multipliceert, en dat product van

* Mathem. Liefh. 1 D. N°. 926. † Idem 2de Duyzent N°. 225. ‡ Idem N°. 226. § *L. Praalder's* Exame te Purmerende N°. 14 op de Arithmetica. Rotterdam 1752.

van 't grootste deel aftrekt zoo rest 'er $97\frac{227}{804}$. Wanneer men ook de *Zens de Zens* van 't eerste, de *Cubum* van 't tweede, en het *Quadraat* van 't derde of grootstedeel te samen addeert, zoo komt de kleynste som. Wat is *a* voor een getal? en welk zyn deszelfs deelen?

412. Men begeert het getal 666 zoodanig in vyf deelen te verdeelen dat A en B in dubbele, maar C en D in drievoudige rede staan, en wanneer men ieder deel *Cubeert* en die 5 *Cuboos* addeert dat die som de mogelyk kleynste is. Welk zyn de deelen?

By zulke en diergelyke konstige Voorstellen moet men de grond wel na speuren op dat men een vast en zeker Fondament heeft, want anders kan men dezelve bezwaarlyk tot een goede Solutie brengen.

413. Een zeker getal is in drie deelen gedeelt, wanneer men het eerste of kleynste deel *Zens de Zens* multipliceert, het middelste *Cubeert*, en het derde *Quadrateert*, die producten addeert, zoo is de som onder allen de kleynste, edog isze nog 51 maal zoo groot als het eerst genoemde getal. Men vraagt na het zelve? als ook na deszelfs deelen? *

414. Daar is een getal (en wel het grootste dat mogelyk is) in drie deelen gedeelt; wanneer men het eerste deel *Zens de Zens* multipliceert, het

 twee-

* Mathem. Liefh. 2 D. N°. 565. † Idem N° 566.

tweede *Cubeert*, en het derde *Quadrateert*, die drie producten te samen addeert. zoo komt 'er 15544649:5. Hier uyt heeft men het getal en deszelfs deelen te vinden. *

Wanneer 't geluk ons dient wil elk het grootste tellen.
By schaade en verlies zal men na 't kleynste bellen.
Wie dit niet treffen kan die zoek de middelmaat;
Dit is de beste weg waar op men 't zekerst gaat.

Arithmetische Slotquestie.

415. Men steld zig voor vyf getallen, daar van de som der *Quadraaten* is 17. De som der *Cubums* 74. De som der *Biquadraaten* 309. De som der *Sursolidums* 1295. De som der *Zensicubums* 5432. De som der *Bsursolidums* 22776. &c. Wanneer men met ieder getal byzonder resolveert $x^3+3xx+5x+7$, dat is, van ieder getal byzonder, haar *Cubum*, *Quadraats* drievoud, getals vyfvoud en 7, addeert, zoo komen 'er vyf sommen die wy tekenen met *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Wanneer men gedurig vier van deze sommen met elkander multipliceert zoo komen 'er vyf producten, namentlyk *abcd*, *abce*, *abde*, *acde*, *bcde*; haar som is $=p$, en zoo men alle vyf sommen met elkander multipliceert zoo komt 'er *abcde* wiens product $=q$ is. Men vraagt wat *p* en *q* eygentlyk voor getallen zyn? *Antw*. ieder bestaat uyt zes Cyfferletters.

Wan-

* Mathem. Liefh. 2 D. N°. 566.

Wanneer deze getallen behoorlyk gevonden zyn, zoo kan men daar door een Spreukje uyt de Psalmen Davids gewaar worden die my in myn wederwaardigheden dikwils getroost en opgebeurt heeft. Begeert iemand zulks te weten die multipliceer de derde en vierde letter van 't getal *p*, van de linker na de regterhand te tellen; van 't product substraheert het Quadraat des vierden letters van 't getal *q*, zoo is de rest het getal des Psalms. Verdubbel de tweede letter van het getal *q* en trek daar van deszelfs eerste letter, zoo is de rest het getal van 't Vers, daar uyt het Spreukje, zonder verdere moeyte aan te wenden, openbaar is.

God is der Vroomen hulp, Hy troost de droeve herten,
Wanneer der Boozen haat hun kwelling baart en smerten;
Zy draagen met geduld hun ongelukkig lot,
En roemen welgemoed, MYN SCHILD IS BY MYN GOD.

GEOMETRISCH ZINNEN-CONFECT.

416. Hoe regthoekige *Triangels* met Rationaale zyden te vinden zyn.

Of schoon dit na 't voorgaande 228 en 229 Voorstel op veelvuldige wyzen geschieden kan, zoo is egter zulks te lastig, overzulks zullen wy hier de eygentlyke Quantiteiten ontdekken die alle regthoekige *Triangels* in zig begrypen.

Steld $C=a$. $H=x$. $B=x-b$. *Fig.* 7.

zoo is $xx-aa=xx-2bx+bb$, een Quadraat

$$2bx=aa+bb$$

$$C=a.\quad x=\frac{aa+bb}{2b}=H.\quad x-b=\frac{aa-bb}{2b}=B.$$

Of ingerigt, dan is

$C=2ab$. $B=aa-bb$, $H=aa+bb$.

Gegeven zynde

$a=2$, $b=1$ | $aa=4$, $bb=1$ | $5=H$. $3=B$.
en $2ab=4=c$

$a=3$, $b=2$ | $aa=9$, $bb=4$ | $13=H$. $5=B$.
$2ab=12=c$.

$a=4$, $b=1$ | $aa=16$, $bb=1$ | $17=H$. $15=B$.
$2ab=8=c$.

$a=5$, $b=2$ | $aa=25$, $bb=4$ | $29=H$. $21=B$.
$2ab=20=c$.

en zoo voort tot in 't oneyndige.

417.

417. Scheefhoekige Driehoeken te vinden wiens zyden en Perpendiculaars Rationaale getallen zyn. *Fig*. 8.

Men konde hier ook wel een *Theorema* berekenen, en dus de drie zyden en Perpendiculaar in letteren van 't Alphabet voorſtellen, maar men kan dit even ligt, en zelfs nog korter verrigten, want men ziet dat de ſcheefhoekige Driehoek ABC door de Perpendiculaar AD in twee regthoekige Driehoeken gedeelt word, overzulks behoeft men ſlegts twee regthoekige Driehoeken na believen te nemen en dezelve in een gelyke zyde (dat de Perpendiculaar AD is) te ſamen zetten, zoo heeft men een ſcheefhoekige Driehoek.

By voorbeeld; ik neem de twee regthoekige Driehoeken 3. 4. 5, en 5. 12 13, en zet dezelve op deze manier te ſamen;

	12 AD		
I.	4	3. met 3. 5.	9 CD. 15 AC.
	12	1. met 5. 13.	5 BD. 13 AB.
			14 BC.

	20 AD		
II.	4	5. met 3. 5.	15 BD. 25 AB
	5	4. met 12. 13.	48 CD. 52 AC
			63 BC.

	12 AD		
III.	3	4. met 4. 5.	16 CD. 20 AC.
	12	1. met 5. 13.	5 BD. 13 AB.
			21 BC

	15 AD		
IV.	3.	5. met 4. 5.	20 BD. 25 AB.
	5.	3. met 12. 13.	36 CD. 39 AC.
			56 BC.

Aldus kan men altyd uyt twee regthoekige vier ſcheefhoekige Driehoeken vinden.

Maar begeert men overhandige Driehoeken te hebben als *Fig.* 9. daar de Perpendiculaar buyten dezelve valt, zoo werkt men even als te vooren, uytgenomen dat men BD van CD aftrekt. Ik zal 'er ſlegts een Exempel van by brengen.

60 AD		
4	15. met 3. 5.	45 CD. 75 AC.
15	4. met 8. 17.	32 BD. 68 AB.
		13 BC.

Zoo ook met andere.

418. Men begeert een ongelykzydigen *Triangel* in Rationaale getallen te vinden waar van de ſom der drie zyden driemaal zoo veel is als de Perpendiculaar. *Antw.* 125. 136. Bazis 99. Perp. 120. Of 183. 212. Bazis 145. Perp. 180. en ontelbaar meer.

De

De ordenlyke Solutie zal een verſtandig Konſtenaar ligt weeten te maaken. Ik zal 'er twee Regelen byvoegen; de eerſte is van de Heer *Joach. Mich. Brandt* en de ander van my zelven gemaakt, door welke Regels men het begeerde wel ras kan vinden.

De eerſte Regel.

Neemt twee getallen na believen, wiens verſchil kleynder is als het kleynſte getal: haar ſom deelt door de gegeven proportie van de ſom der zyden tegen de Perpendiculaar: het Quadraat van 't quotient ſubſtraheert van de Quadraaten der getallen: multipliceert dan de kleynſte reſt met het grootſte getal, en de grootſte reſt met het kleynſte getal. zoo is de ſom van beyde producten de Bazis. Addeert vervolgens het Quadraat van 't quotient tot de Quadraaten der getallen: de kleynſte ſom multipliceert met het grootſte en de grootſte met het kleynſte getal, zoo zyn de producten de twee zyden des *Triangels.*

Verklaaring in getallen.

De gegeven proportie is 3, daar toe neem voor de twee getallen 4 en 5.

4.		25.	16.		25.	16.
5.	ſubs.	9.	9	add.	9	9.
9		16	7		34	25
3——	met	4	5	met	4	5
3/9	√	64	35		136 AC.	125 AB.

Antw. 99 de Bazis BC. de 2 zyden,

De

De Tweede Reegel.

Neemt wederom twee getallen als te voren: multipliceer dezelve nevens de gegeven proportie met elkander: het product door de som der getallen gedivideert: het Quadraat van 't quotient gedivideert door ieder getal: wanneer men tot dit laatste quotient zyn getal of deelder addeert zoo heeft men de twee zyden, maar wanneer men 'er ieder getal van substraheert zoo geeft de som van beyde resten de Bazis, en het tweevoud van 't eerste quotient is de Perpendiculaar. Wanneer men de Breuken inrigt zoo heeft men 't in geheele getallen.

De gegeven proportie is 3: hier toe neem ik voor beyde getallen 2 en 3: 't product van deze drie gegetallen is 18: dit door 5, de som van beyde getallen, gedivideert, komt 18(5 het eerste quotient: deszelfs Quadraat is 324(25.

324(25. / 2 = 162(25 ± 2 → 212(25 AC. en 112(25.

324(25. / 3 = 108(25 ± 3 → 183(25 AB. en 33(25

33(25 + 112(25 = 145(25 Baz. BC.

Het tweevoud van 't eerste quotient 18(5 zynde 36(5 de Perpendiculaar AD. Alles met 25 gemultipliceert zoo heeft men het in geheele getallen, namentlyk;

212. 183. Bazis 145. Perp. 180.

Meer zoortgelyke Regelen kan men hier op vinden.

419. Daar is een ongelykzydigen *Triangel*, doende de Bazis 156, en het grootste been 145. De som der drie zyden is juyst viermaal zoo veel als de Perpendiculaar. Men vraagt na het kleynste been en de Perpendiculaar? *Antw.* 119. Perp. 105.

420. Vind zulk een *Triangel*, dat de som der drie zyden een *Trigonaal-getal* is, en de Perpendiculaar deszelfs Radix. *Antw.* 15. 28$\frac{1}{3}$. Bazis 34$\frac{2}{3}$. Perpend. 12.

421. Een ander *Triangel* te vinden, dat de som der drie zyden een *Quadraat-getal* is, en de Perpendiculaar deszelfs Radix. *Antw.* 12$\frac{1}{6}$. 22$\frac{1}{12}$. Bazis 29$\frac{3}{4}$. Perp. 8.

422. Vind nog een *Triangel*, dat de som der drie zyden een *Cubicq-getal* is, en de Perpendiculaar deszelfs Radix. *Antw.* 36$\frac{1}{4}$. 72$\frac{1}{8}$. Bazis 107$\frac{5}{8}$. Perp. 6.

423. Van een scheefhoekigen *Triangel* is de som der drie zyden een *Cubus*, en de Perpendiculaar een *Quadraat*. *Antw.* 16$\frac{2}{3}$. 24$\frac{1}{3}$. Bazis 23. Perp. 16.

424. Van de *Triangel* 13. 15. Bazis 14, doet de som der drie zyden 42, en de Perpendiculaar 12.

Een ander Triangel te vinden daar van de som der drie zyden ook 42 is, en de Perpendiculaar 12. *Antw.* 16$\frac{1}{6}$. 12$\frac{3}{10}$. Bazis 13$\frac{8}{15}$.

425.

425. Daar is een regthoekige *Triangel* (*Fig.* 7) waar van de som der drie zyden beloopt 176, en zoo men de som der twee zyden B en C met haar verschil multipliceert, en tot het product de zyde H addeert, dan komt 'er 794. Hoe veel houd ieder zyde? *Antw.* B 55. C 48. H 73.

426. Daar is een regthoekige *Triangel* (*Fig.* 10). Uyt de regte hoek A is getogen de Perpendiculaar AD, overzulks doet de zyde AB en het stuk der gedeelde Bazis BD te samen 200, en de zyd AC en CD te samen 480. Men vraagt na de drie zyden dezes *Triangels*? *Antw.* AB 136, AC 255, en BC 289.

427. Van een ongelykzydigen *Triangel* (*Fig.* 8.) doet de zyde AB en het grootste stuk der gedeelde Bazis CD te samen 37: de zyd AC en BD doen te samen 33. Wanneer in deze *Triangel* een Cirkel geschreven word, doet deszelfs Diameter 12. Men vraagt na de drie zyden des *Triangels*. *Antw.* AB 17. AC. 25. BC 28.

428. Van een andere scheefhoekige *Triangel* doet de Perpendiculaar AD 60. De zyde AB doet 8 meer als de Bazis BC, en de zyde AC doet 3 meer als AB. Hoe veel doet ieder zyde byzonder? *Antw.* AB 65, BC 57, en AC 68.

429. In *Fig.* 11 doet AB 13. BC 14. AC 15. Men begeert het punct E zoodanig te zetten dat de drie Perpendiculaaren EF, EG, EH tegen elkander in dubbele proportie staan. Hoe veel Antwoorden kan men hier op vinden? *Facit* 6.

430.

430. Van een *Triangel* doen de twee zyden 7 en 9. Men begeert hier toe de derde zyde te vinden dat de Inhoud Rationaal is *Antw.* of $\sqrt{54\frac{2}{5}}$ of $\sqrt{205\frac{3}{5}}$. De Inhoud is telkens $25\frac{1}{5}$. En veel andere Antwoorden meer.

431. Van de *Triangel* (*Fig.* 11) doet AB 13. BC 14. AC 15. Men begeert het punct E te vinden, dat, wanneer uyt het zelve op ieder zyde een Perpendiculaar getrokken word dat der zelver som zoo veel is als de Perpendiculaar AD 12, en dat ieder Perpendiculaar een Rationaal Quadraat is. *Antw.* EF $11\frac{1}{9}$, GE $\frac{4}{9}$, en HE $\frac{4}{9}$. Of EF $\frac{4}{81}$, GE $\frac{484}{81}$, HE $\frac{484}{81}$, en veel andere Facits meer.

432. In de voorgaande *Triangel* daar AB 13, BC 14, en AC 15 doet, zullen de drie Perpendiculaaren EF, EG, EH drie ongelyke Rationaale Quadraaten zyn *Antw.* EF 4900, EG 23104, EH 144, ieder gedeelt door 2209, en veel andere meer.

433. Van een ander *Triangel* doen de zyden AB 51, BC 52, en AC 53: daar in zyn de drie Perpendiculaaren EF, EG, EH getogen waar van de som zoo veel is als de Perpendiculaar AD 45, en dewyl ieder een Rationaal heel getal moet zyn zoo is de vraag hoe veel Antwoorden hier op konnen gevonden worden? *Facit* 22.

434. In *Fig.* 12 is gegeven AD 5, CD 9, en BD 7. Men begeert de lienie BD zoodanig te stellen dat AB en BC daar door komen in Rationaale getallen. *Antw.* AB $9\frac{1}{9}$. BC $10\frac{2}{3}$, en veel andere meer.

435.

435. Men heeft een *Triangel* (*Fig.* 13) daar van doet AC 4, AD 5, en BD 7. Men begeert AB en BC in Rationaale getallen te vinden. *Antw.* AB $4\frac{2}{3}$ en BC 6. Of ook andere.

436. Twee gelykbenige *Triangels* (genaamt *Isosceles*) te vinden, welker beenen van beyde *Triangels* even groot, maar de Bazen ongelyk, en egter de Inhoud van beyde *Triangels* elkander gelyk en in Rationaale getallen zyn. *Antw.* 5. 5. 6. en 5. 5. 8. Of 13. 13. 10. en 13. 13. 24. &c.

437. Een ongelykzydigen *Triangel* in Rationaale getallen te vinden (*Fig.* 14) daar van de hoek A tweemaal zoo groot is als B, en dat de Inhoud des *Triangels* ook Rationaal is. *Antw.* AB 11. AC 25. BC 30. Of AB 39. AC 25. BC 40, en andere meer.

438. Van soortgelyke *Triangel* is de som der drie zyden 36, maar het product der drie zyden, als men dezelve met elkander multipliceert, is $1543\frac{1}{2}$, en de hoek A is tweemaal zoo groot als de hoek B. De vraag is na de drie zyden? *Antw.* AB 8. AC $12\frac{1}{4}$ en BC $15\frac{3}{4}$.

439. Zoodanig een *Triangel* in Rationaale getallen te vinden, dat de hoek A driemaal zoo groot als de hoek B, en de Inhoud des *Triangels* ook Rationaal is *Antw.* AB 112. AC 125. BC 195, en veel andere meer.

440. Van zulk een *Triangel* is gegeven de zyde AB

AB 253. AC 343, en de hoek A is driemaal zoo groot als de hoek B. De Bazis BC te vinden. *Antw.* 504.

441. Van de *Triangel* ABC (*Fig.* 14) is de hoek A tweemaal zoo groot als de hoek B: de zyde AC is 14 meer als AB: het grootste stuk CD van de gedeelde Bazis, zoo door de Perpendiculaar AD is afgesneden, doet $23\frac{2}{5}$. Vraage na ieder zyde des *Triangels*?
Antw. AB 11. AC 25. BC 30.

442. Daar is nog een *Triangel* waar van de hoek A tweemaal zoo groot is als de hoek B: de som der drie zyden is 12 en dezelve staan in een *Geometrische proportie. Antw.* de zyden staan in Cubische Surdis en de proportie is

$$\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{23}{108}}}+\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}-\sqrt{\tfrac{23}{108}}},$$

443. Van een scheefhoekigen *Triangel* is gegeven de som der drie zyden 26: de Inhoud $\sqrt{936}$, en het product der drie zyden 630. Vrage na de drie zyden? *Antw.* 7. 9. 10.

444. Men begeert een *Quadrant* in twee deelen te deelen, zoodanig, dat de Raaklynen tegen elkander in rede staan als 2 tegen 5. Wat zyn de Boogen? *Antw.* $32^\circ.\ 18'.\ 41\tfrac{1}{2}''.$ en $57^\circ.\ 41'.\ 18\tfrac{1}{2}''.$: de Raaklynen zyn $\sqrt{\tfrac{2}{5}}$ en $\sqrt{2\tfrac{1}{2}}$.

445. Daar zyn twee Cirkelboogen, dezelve staan tegen elkander in rede als 3 tegen 5, en de Hoekmaaten tegen elkander als 2 tegen 3. Wat zyn de Boogen? *Antw.* $33^\circ.\ 24\tfrac{54}{100}'.$ en $55^\circ.\ 40\tfrac{80}{100}$,

maar de Hoekmaaten kan men in irrationaale getallen vinden.

446. Men begeert een *Quadrant* in drie deelen te deelen, zoodanig, dat de drie Hoekmaaten tegen elkander in rede ſtaan als 1. 2. 3. Wat zyn de Hoekmaaten? *Antw.* 24312615. 48625231. 72937846.

447. Daar is een half *Quadrant* of Cirkel-boog van 45 Graaden; deze begeert men in twee deelen te deelen, zoodanig, dat de Hoekmaaten tegen elkander in rede ſtaan als 7 tegen 9. Welk zyn dezelve?

Antw. $7 \times \sqrt{\frac{65 - \sqrt{1984\frac{1}{2}}}{8962}}$ en $9 \times \sqrt{\frac{65 - \sqrt{1984\frac{1}{2}}}{8962}}$

De Boogen zyn $19^{\circ}.\ 32\frac{1}{2}'$. en $25^{\circ}.\ 27\frac{1}{2}'$.

448. Daar is een *Quadrant* (*Fig.* 15); het zelve is in twee ongelyke deelen gedeelt in het punt D; wanneer de ondergetogene BD houd $\sqrt{12}$ en DC $\sqrt{6}$, zoo is de vraag na de *Radius* AB van dit *Quadrant*? *Antw.* $\sqrt{15}$.

449. In 't zelve *Figuur* is nog gegeven van 't *Quadrant* de *Radius* AB 10. Men begeert de verdeeling des Boogs zoodanig dat de Spanlinie BD 4 meer is als de Spanlinie DC. Hoe veel moet ieder doen? *Antw.* BD $\sqrt{188 - \sqrt{16928}} + 2$. DC $\sqrt{188 - \sqrt{16928}} - 2$.

450. Van de *Triangels* (*Fig.* 16 en 17) is bekent gegeven

geven de hoek BAC: de zyde AC$=c$, en de som van de twee andere zyden AB$+$BC$=a$. De vraag is hoe deze twee zyden ieder byzonder te vinden zyn?

Men kan de Solutie op de volgende manier inrigten;

Laat AB$=x$ zyn, zoo is BC$=a-x$. Van de hoek ABD zy de *Sinus*$=b$, zoo is de *Cosinus* $\sqrt{1-bb}$. Zegt nu;

Rad. D , AB „ *Sinus* ABD , AD.
1 , x „ b? k. bx voor AD,

zoo is in 't 16 *Figuur* CD$=c+bx$ en in 't 17 *Figuur* CD$=c-bx$. Vervolgens zegt men;

Radius D , AB „ BAD , BD
1 , x „ $\sqrt{1-bb}$

Komt $\sqrt{xx-bbxx}$ voor de Perp. BD.

$\square$ BD $xx-bbxx$
$\square$ DC $+bbxx+2bcx+cc$ BC $a-x$ $\sqrt{}$

$$xx+2bcx+cc = xx-2ax+aa$$

$$2ax+2bcx = aa-cc$$

$$x = \frac{aa-cc}{2a+2bc}$$ voor de zyd AB.

zoo de gegeven hoek A plomp is, zoo is $x=\frac{aa-cc}{2a+2bc}$

maar is de hoek A scherp, zoo is $x=\frac{aa-cc}{2a-2bc}$.

Verklaaring in getallen.

Laat in *Figuur* 16 gegeven zyn de plompe hoek A 100 Graaden, zoo is BAD 80 Graaden, en ABD 10 Graaden, deszelfs *finus* is 173648=b. Vervolgens is de ſom van AB+BC, a=24, en AC, c=10: overzulks $aa-cc$=476. $2a$=48. $2bc$=3 472960. $2a+2bc$=51. 472960; divideer hier door 476 als 'er zes Nullen bygezet worden, zoo komt x=9. 24757 voor AB, dus is BC 14. 75243. Zegt nu ook,

BC 14.75243 , BAC 100°. „ AB 9.24757 , ACB

log. 1.1688635. *finus* 9.9933515. *log*.0. 9660276.

komt 38°. 7'. 16" de hoek ACB.

BC 14.75243 , BAC 100°. „ AC 10 , ABC

komt 41°. 52'. 44" de hoek ABC.

38. 7. 16. . . . . ACB.

100. 0. 0.

te ſamen 180 Graaden. Dit is de Proef, en daarom alles zoo 't behoord.

Of na de 17 Figuur.

Laat de ſcherpe hoek A 82 Graaden zyn, zoo is ABD 8 Graaden, deszelfs *finus* is 139173=b. Laat als te vooren zyn a=24, en c=10. $aa-cc$=476. 000000. $2a-2bc$=45. 216540; divideer hier door de genoemde 476.000000, zoo komt x=10.52712 voor AB, dus is BC 13.47288.

BC

BC 13.47288, BAC 82°. „ AB 10.52712, ACB
log. 1.1294604. *sinus* 9.9957528. *log.* 1.0223095.

komt 50°. 41'. 31". voor de hoek ACB.

BC 13.47288, BAC 82°. „ AC 10, ABC

komt 47°. 18'. 29" voor de hoek ABC.
50. 41. 31 . . . . . ACB.
82. 0. 0 . . . . . BAC.

te samen 180, dat Proef houd.

451. Daar is een *Triangel* (*Fig.* 18) wiens inhoud is $\sqrt{5040}$. Uyt het punt A is een Cirkelboog getrokken wiens *Radius* is AB: dezelve gaat door E en F, doende het afgesneden stuk CF 2 en CE 3. De vraag is na de drie zyden des *Triangels*? *Antw.* AB 11. AC 13. BC 16.

452. Van een andere *Triangel*, na dezelve Figuur, is de hoek BAC tweemaal zoo groot als de hoek C. Zoo CF 2 en CE 3 doet, is de vraag na de zyden des *Triangels*? *Antw.* AB 8. AC 10. BC 12.

453. Daar is nog na dezelve Figuur een *Triangel* waar af CF 3 en CE 5 doet. De som der drie zyden staat in rede tegen de Inhoud des *Triangels* als 2 tegen $\sqrt{27}$. Hoe veel doet ieder zyd byzonder? *Antw.* AB 16. AC 19. BC 21.

454. Van een *Triangel* doet de som der twee zyden AB en AC 45. Het stuk der gedeelde Ba-

zis CD is $\sqrt{75}$ langer als BD, en de hoek C doet 30 Graaden Vraage na ieder zyde? *Antw.* AB 19. AC 26. BC $\sqrt{1323}$.

455. Zoo van een *Triangel* de fom der drie zyden doet 36 en de Inhoud 55. Wanneer ook CE doet $5\frac{1}{3}$, dan is de vraag na de drie zyden? *Antw.* AB $8\frac{5}{8}$. AC $12\frac{1}{2}$. BC $14\frac{2}{3}$.

456. Van een fcheefhoekigen *Triangel* doet de fom der drie zyden 220 Wanneer om deze *Triangel* een Cirkel gefchreven word zoo doet deszelfs Diameter 85. Maar word de Cirkel in dezelve gefchreven zoo doet deszelfs Diameter 42. Hoe veel doen de drie zyden? *Antw.* 68. 75, Bazis 77.

457. Men heeft een regthoekige *Triangel* ABD (*Fig.* 19) daar in is getrokken de linie AC; ftaande alzoo de drie linien AB, AC en AD in een *Arithmetifche Progres*: zoo veel AB meer is als CD zoo veel is AC meer als BC. Wanneer CD 3 doet, is de vraag na de overige linien? *Antw.* AB $3+\sqrt{3\frac{3}{8}}$. &c.

458. Nog zy in 't zelve Figuur getrokken de linie AC. zoo veel AB langer is als CD zoo veel is ook AC langer als BC, en de drie linien AB, AC, AD ftaan in een *Arithm. Progres*: de fom van al de linien AB, AC, AD, BC en CD doen juyft 100. Hoe veel doet ieder byzonder? *Antw.* AB $80\sqrt{6}-180$. &c.

459. De linie AC is wederom zoodanig getogen dat de

de drie linien AB, AC, AD in een *Arithm. Progres* ſtaan: zoo veel AB meer is als CD zoo veel is ook AC meer als BC, en de afgeſneden *Triangel* ACD is 10. Hoe veel is ieder zyde?

Wel begonnen,
Half geſponnen.

460. Iemand heeft een Tuyn in form van een ongelykzydigen *Triangel* wiens drie zyden doen 208, 224. 240 voeten. In 't midden van de Tuyn is 't Lugthuys met een Toorntje daar op, ſtaande van ieder hoek des Tuyns evenver af en in 't aanzien 30 Graaden hoog. Hoe hoog is dit Gebouw? *Antw.* $\sqrt{5633\frac{1}{3}}$ of by na 75 voeten.

461. Daar zyn twee Linien BC en DE (*Fig.* 20) dezelve ſnyden elkander in 't punt A in de gedaante van een geopende ſchaar, houdende AB 7, AC 7, AD 10, en AE 5, Men begeert de opening zoodanig te maaken dat BD en EC beyde in Rationaale getallen komen.
Antw. BD $6\frac{1}{7}$. EC $4\frac{2}{7}$.

462. In de voorgaande Figuur zyn de bekende paalen het zelve. Men begeert de opening der ſchaar zoodanig te vinden dat BD 3 langer is als EC. *Antw.* BD $6+\sqrt{17}$. EC $3+\sqrt{17}$.

463. In de voorgaande Figuur is gegeven BD 7 en EC 6, als ook de beyde kruysLynen BC en DE te ſamen 24. Men begeert het doorſnydingspunt A zoodanig te vinden dat AB, AC, AD en AE alle in Rationaale getallen komen.

Antw AB $7\frac{35}{39}$. AC $4\frac{12}{39}$. AD $5\frac{1}{39}$. AE $6\frac{18}{39}$.

464. De Lynen AB, AC, AD, AE, BD en CE zyn in de zelve Figuur altemaal Rationaale Quadraat-getallen waar van de ſom 40 is. Hoe veel doet ieder byzonder? *Antw.* zoo veel men begeert.

465. Daar is gegeven een *Triangel* wiens drie zyden 13. 14. 15, en Inhoud 84 is. Men begeert een ander ſcheef hoekige *Triangel* in Rationaale getallen te vinden wiens Inhoud ook 84 is.
Antw. $\frac{6409}{600}$. $\frac{10441}{600}$. 24.

466. Van de *Triangel* (*Fig.* 21) doet AB 13. BC 14. AC 15. Daar in zyn getrokken de drie Perpendiculaaren A*d*, B*e*, en C*f*, elkander ſnydende in 't punt *g*. Vraage na lengte A*g*, B*g*, en C*g*? *Antw.* A*g* $8\frac{1}{4}$. B*g* $6\frac{1}{4}$. C*g* $9\frac{3}{4}$.

467. In een ander *Triangel* na dezelve Figuur zyn getrokken drie Perpendiculaaren, en doet A*g* 13. B*g* 33 en C*g* 63. Men vraagt na de drie zyden dezes *Triangels*?
Antw. AB $7\sqrt{40}$. AC $11\sqrt{40}$. BC $12\sqrt{40}$,

468. Daar is een ongelykzydige *Triangel* ABC (*Fig.* 22) doende de zyde AB 7. AC 11 en BC 12. Men begeert het punct *f* zoodanig te bepaalen, 't zy in of buyten de *Triangel*, wanneer men van 't zelve tot in de drie hoeken des *Triangels* linien trekt, als A*f*, B*f*, C*f*, dat deze linien in Rationaale getallen komen *Antw.* op veelderleye manieren, en zulks is konſtig te vinden.

469. Van een *Triangel* ABC (*Fig.* 23) doet de ſom der drie zyden 42, maar het product, wanneer men alle drie zyden met elkander multipliceert, is 2618. De lyn AE die de Bazis in twee gelyke deelen deelt doet $\sqrt{}$ 156. De vraag is na de drie zyden van deze *Triangel*? *Antw.* het geſchikste is AB 11. BC 14. AC 17.

470. Vind zoodanig een *Triangel* na de vorige Figuur, dat zoowel de drie zyden, nevens de Perpendiculaar AD, als ook de linie AE die de *Triangel* in twee gelyke deelen deelt, te ſamen in Rationaale getallen komt. *Antw.* AB 290. AC 480. BC 418. Perp. AD 288, en AE 337.

Dit konſtig *Problema* is my van de Heer *Joach. Mich. Brand* voorgeſteld, en komt voornamelyk aan om het Facit na de kleynſte heel getallen te vinden.

471. 't Voorgaande *Problema* begeert men met zoodanigen (*Triangel Fig* 24) voor te ſtellen daar de Perpendiculaar buyten de *Triangel* valt. *Antw.* AB 41. AC 85. BC 66. Perp. AD 40, en AE 58.

472. Een ongelykzydigen *Triangel* te vinden (*Fig.* 25) wiens drie zyden en Perpendiculaar, als ook de linie AE die de hoek BAC in twee gelyke deelen deelt, al te ſamen in Rationaale getallen komen. *Antw.* AB 20. AC $\frac{3380}{279}$. BC $\frac{4928}{279}$. AD 12. AE 13.

473. In *Figuur* 26 raakt de linie AE de kleyne Cirkel in 't punct D, houdende AD 7 en DE 3.

Vraage na de Diameter AB? *Antw.* de $\sqrt{122\frac{1}{2}}$.

Voorgesteld door de Heer *Claus Clauszen* Schryf en Rekenmeester te Nurden in Ditmarzen.

474. Daar is een *Triangel* ABC (*Fig.* 27) wiens Inhoud 42 is: de hoek BAC is 45 Graaden, en de Diameter des omgeschreven Cirkels 14. De vraag is na de drie zyden des *Triangels*? *Antw.* AB $\sqrt{133-\sqrt{3577}}$. AC $\sqrt{133+\sqrt{3577}}$. en BC $\sqrt{98}$.

475. Daar is een *Triangel* (*Fig.* 28) waar van de hoek A 60 Graaden, de som der drie zyden 56, en 't product, wanneer men alle drie zyden met elkander multipliceert, 6384 doet. Hoe veel is ieder zyde byzonder? *Antw.* AB 21. AC 16. en BC 19.

476. Van de *Triangel* ABC (*Fig.* 29) is de som der drie zyden 28, de hoek A 60 Graaden, en zoo men om deze *Triangel* een Cirkel beschryft, doet deszelfs Diameter AD $\sqrt{133\frac{1}{3}}$. Vraage na de drie zyden des *Triangels*? *Antw* AB $9+\sqrt{6\frac{1}{3}}$. AC $9-\sqrt{6\frac{1}{3}}$ en BC 10.

477. Men heeft een andere *Triangel* na de vorige Figuur waar van het product der drie zyden is 180. De drie hoeken staan in eén *Arithmetische Progres*, en zoo men om deze *Triangel* een Cirkel beschryft, doet deszelfs Diameter AD $\sqrt{48}$. Hoe veel duén de zyden? *Antw.* AB $\sqrt{31\frac{1}{2}}+1\frac{1}{2}$. AC $\sqrt{31\frac{1}{2}}-1\frac{1}{2}$ en BC 6.

478. Gegeven zynde een *Triangel* wiens 3 zyden doen 5. 7. 8. De drie hoeken ſtaan in een *Arithmetiſche Progres*, en de Inhoud is $\sqrt{300}$. Men begeert een ander *Triangel* te vinden, welverſtaande in Rationaale getallen, wiens Inhoud ook $\sqrt{300}$ is, en de driehoeken insgelyks in een *Arithm. Progres* ſtaan *Antw.* 1521. 7201. 7840, ieder gedeelt door 546. Die hier nog een Facit verkieſt by te zetten, zal bevinden dat de Solutie kunſtig is.

479. Daar is een *Cirkel* (*Fig.* 30) wiens Diameter AB is 30; dezelve is verlengt tot in C, doende BC 6. Vervolgens is getrokken de linie CD wiens lengte is 20, dezelve ſnyd de *Cirkel* in E. Vraage na CE, DE en de Perpendiculaar DH? *Antw.* CE $10\frac{4}{5}$. DE $9\frac{1}{5}$. DH $\sqrt{184\frac{8}{9}}$.

480. In dezelve Figuur is gegeven de linie CD 15. CE 8, en de Perpendiculaar DH 9. Vraage na de Diameter des *Cirkels*, en het verlengde BC? *Antw.* de Diameter $\sqrt{346\frac{8}{16}}$ en BC $14\frac{3}{8}-\sqrt{86\frac{41}{64}}$.

481. Daar is een *Cirkel* wiens Diameter 2 is: in dezelve is geſchreven een geſchikt *Quadraat*: in 't *Quadraat* een gelykzydige *Triangel*, en in de *Triangel* wederom een *Quadraat*. Hoe veel doet elks zynde? *Antw.* van 't binnenſte *Quadraat* $18-\sqrt{300}$.

482. Men heeft een *Cirkel* (*Fig.* 31) wiens Diameter 8 is: uyt het Centrum is opgerigt de Perpendiculaar *cd*, en uyt *d* zyn getrokken de linien *de* en *db*. Zoo *be* 2 en *ag* 1 is, vraagt men

men na de ſtukken *df* en *ef*, als ook *dg* en *gb*? *Antw.* *df* $\sqrt{\frac{256}{13}}$. *fe* $\sqrt{\frac{100}{13}}$. *dg* 5. *gb* $1\frac{2}{3}$.

483. In dezelve Figuur ſtaat *db* in rede tegen *de* als 4 tegen 5, en *fe* is tweemaal zoo lang als *gb*. Zoo *be* $2\frac{1}{2}$ langer is als *ga*, vraagt men na al de Linien? *Antw* de Diameter *ab* 10. *db* $\sqrt{80}$. *de* $\sqrt{125}$. &c.

484. Een Edelman laat een Tooren afmeeten, ſtaande in het vlakke veld in D (*Fig.* 32) maar de Landmeeter heeft geen vrye keuze om te ſtaan, of de gelegenheyd van de Plaats laat wegens 't water en andere hinderpaalen zulks niet toe, overzulks moet hy de drie ſtanden in A, B en C nemen. AB is 330, AC 360 en BC 300 voeten. Hy bevind in A de hoogte des Toorens 15°. in B 12°. $30'$ en in C 14°. De vraag is hoe uyt dit gegevene des Toorens hoogte, als ook hoe ver hy in A, B en C van dezelve af is, kan gevonden worden? *Antw.* De Tooren is hoog $382\frac{42}{100}$ voeten. De drie ſtanden van den Tooren laaten zig ligt vinden. *Joh. Faulhaber.*

Dit konſtig *Problema* het welk de Heer *Faulhaber* van de Heer *Joh. Georg Brengger* Phil. & Med. Doct. is gecommuniceert, wil hy, na gedagten, door de *Logarithmice Falſi* geſolveert hebben, (gelyk de Solutie gevoeglyk daar door geſchieden kan) doch veel beter en geſchikter word het zelve door de *Algebra* ontbonden, waar van ik een korte aanleyding zal geven, en de volledige Solutie tot oeffening van de Liefhebbers agter laaten. Bevinde

de dat de Heer *Faulhaber* in zyn Rekening het regte niet getroffen maar eenige voeten gemist heeft, zoo als uyt zyn Antwoord te zien is. *

Steld x voor de hoogte des Toorens en werkt na den eysch van 't Voorstel zoo zult gy eyndelyk vinden deze Æquatie;

$$34\tfrac{7036}{10000}\,x^4 - 5168161\,xx + 11664000000 = 0.$$

Hier uyt is $x = 382\tfrac{42}{100}$ of $47\tfrac{88}{100}$ voeten, het kleynste getal betekent de hoogte des Toorens als men inwendig in de *Triangel* stond. De Heer *Faulhaber* heeft 378 voeten $5\tfrac{306}{1000}$ duym, dat byna 4 voet te weynig is.

485. In een *Cirkel* is een *Triangel* geschreven (*Fig.* 33) en uyt het Centrum D de Perpendiculaars op ieder zyde getrokken, doet D*e* 20. D*f* 15. D*g* 24. Vraage na de drie zyde des *Triangels*? *Antw.* AB 30. BC 40. AC 14. Vinde ook nog twee Antwoorden in Irrationaale getallen die by behoorlyke Solutie openbaar worden.

486. Daar is na dezelve Figuur wederom een *Triangel* in een *Cirkel* geschreven, en de drie Perpendiculaars getrokken als voren, zyn tot aan den omtrek verlengt, doende *eh* 4. *fi* 6 en *gk* 18. Vraage na de drie zyden des *Triangels*? *Antw* AB $20\sqrt{2}$. BC $24\sqrt{2}$. AC $36\sqrt{2}$. Het overige laat zig ook vinden.

487. Daar is een *Triangel* ABC na de vorige Figuur, doende

---

* Zie zyn Ingenieurs School 1. Deel Pag. m. 125.

doende het product der drie zyden $6720\sqrt{3}$. Om deze *Triangel* is een *Cirkel* geschreven, en uyt het Centrum D de drie Perpendiculaars *De*, *Df* en *Dg* getrokken, waar door de *Triangel* in drie ongelykzydige Vierhoeken word afgedeelt, waar van B*e*D*f* $52\sqrt{3}$. A*e*D*g* $35\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en C*f*D*g* $32\frac{1}{2}\sqrt{3}$ doet. Hoe veel is ieder zyd van deze *Triangel*? *Antw.* AB $10\sqrt{3}$. BC $14\sqrt{3}$ en AC $16\sqrt{3}$.

488. Men heeft een ongeschikte *Zevenhoek* waar van de zyden doen 16. 25. 25. 25. 33. 33. 39. Vraage na de Diameter van een Cirkel die deze *Zevenhoek* juyst omvat? *Antw.* 65.

489. Ik heb een ongeschikte *Zevenhoek* in een Cirkel geschreven waar van de eerste zyde doet 2300, de tweede 1600, de derde 1290, de vierde 1000, de vyfde 666, de zesde 1260 en de zevende 1335 Puncten. Vraage hoe de halve Diameter van zulken Cirkel te vinden is die deze ongeschikte *Zevenhoek* op het naauwste omvat, en hoe veel Graaden en Minuten ieder hoek houd? *Antw.* de halve Diameter doet $1582\frac{17}{100}$ en de halve hoek $46^\circ.\ 36'.\ 33''.\ 30^\circ.\ 21'.\ 57''.\ 24^\circ.\ 3'.\ 9''.\ 18^\circ.\ 25'.\ 5''.\ 12^\circ.\ 8'.\ 50''.\ 23^\circ.\ 27'.\ 33''.\ 24^\circ.\ 56'.\ 52''.$ De som is maar 1 Secunde minder als 180°. overzulks is alles wel gerekent. *Joh. Faulhaber.* *

490.

---

* Ingenieurs School I. D. Pag. m. 130. N°. 10.

490. Daar is een *Triangel* wiens eene hoek tweemaal zoo groot is als de ander: het product dat uyt de vermenigvuldiging der drie zyden ontstaat is 67392, en wanneer om deze *Triangel* een Cirkel geschreven word, doet deszelfs Diameter 50. Hoe veel doen de drie zyden van deze *Triangel*? *Antw.* 30. 48. 46⅘.

491. In een *Cirkel* wiens Diameter AD 128 doet (*Fig.* 34) is een *Triangel* geschreven waar van de zyde BC 117 en de hoek CAB driemaal zoo groot is als de hoek CAD. Hoe veel doen beyde overige zyden dezes *Triangels*? *Antw.* AB 92 en AC $\sqrt{}$ 14080.

492. Daar is een *Triangel* ABC (*Fig.* 35) doende AB 30, BC 28 en AC 26. Uyt ieder hoek is met een *Radius* van 21 een Boog getrokken waar uyt de *Sphærische Triangel def* ontstaat. Wanneer men de snypunten met regte lynen te samen trekt zoo bekomt men een ongelykzydigen regtlinische *Triangel def* na wiens zyden zeer accuraat gevraagt word? als ook hoe veel Graaden en Minuten ieder zyde van den *Sphærische Triangel* bevat?

493. Van een ongeschikte *Vierhoek* ABCD (*Fig.* 36) daar een Cirkel in en omgeschreven is, is bekent gegeven de halfmiddelyn des ingeschreven Cirkels *ge* $\sqrt{}$ 72. A*e* is 12 en D*e* 8. Vraage na de overige Lynen AB, BC, CD. Na de Inhoud des *Vierhoeks*? de Diameter des omgeschreven Cirkels en hoe ver deszelfs Centrum van ieder zyde is? ook hoe veel de distantie tusschen beyde Centrums bedraagt? 494.

494. Daar is een Cirkel wiens Diameter 4 is. In dezelve is een geschikte *Vyfhoek* geschreven, en in de *Vyfhoek* een geschikt *Quadraat* wiens eene zyde met een zyd van de *Vyfhoek* evenwydig loopt. Vraage na een zyd van dit *Quadraat*?
Antw. $\sqrt{50-\sqrt{500}+\sqrt{5}}-5$.

495. Daar is een Cirkel (*Fig.* 37) wiens Diameters AB of ID doen 10; dezelve maaken in 't snypunt C een regte hoek: uyt D is getogen de Cirkelboog A*n*B, als ook de linie DE wiens lengte is $\sqrt{80}$; deze snyd gemelde Boog in F. Vraage na de ware Inhoud des krommen *Vierhoeks* FEI*n* dewelke bestaat uyt twee Cirkelstukken EI en F*n* en twee regte lynen EF en I*n*?

496. Daar zyn drie rakende Cirkels (*Fig.* 38) waar van de Radius van A 6, van B 7 en van C 8 doet. Men vraagt na de Radius van de vierde Cirkel die de drie gegevene van binnen of van buyten raaken? *Antw.* de binnenste $1\frac{11}{157}$ en de buytenste $15\frac{3}{11}$. Daar word verder gevraagt wanneer in de ruymtens D, E, F ook Cirkels getrokken wierden die de drie Cirkels raakten, hoe veel de Radius van ieder zoude zyn?

497. Daar is een regthoekige *Triangel* ABC (*Fig.* 39) doende AC 5 en BC 6, overzulks AB de eerste Perpendiculaar $\sqrt{11}$. Nu trekt men van A in D wederom een Perpendiculaar, vervolgens van D in E, van E in F, van F in G, en zoo voort oneyndig de Perpendiculaaren vervolgende. Men vraagt hoe veel deze oneyndige Perpen-

pendiculaars in eene fom bedraagen?
Antw. $\sqrt{117\frac{9}{11}}+\sqrt{81\frac{9}{11}}$ of $6\sqrt{11}$.

498. Van een andere regthoekige *Triangel* op dezelve Figuur doet BC 2 meer als AC, en de fom van alle Perpendiculaaren AB+AD+DE+EF en zoo vervolgens oneyndig is 68. Vraage na de drie zyden dezes *Triangels*?
Antw. AB 8. AC 15. BC 17.

499. Men verkieft een getal na genoegen het welk is de fom der drie zyden eenes *Triangels* waar van de eene zyd 2 meer is als de ander, en de derde is de reft: de Inhoud des *Triangels* is de grootfte die uyt deze getallen kan gemaakt worden. Om dit in Rationaale getallen te vinden.
Antw. de fom $47\frac{3}{4}$ en de zyden $14\frac{7}{8}$. $16\frac{7}{8}$. 16 en veel andere meer.

500. Een gegeven Linie houdende 12 Partes, begeert men in drie deelen te deelen, zoodanig dat de twee eerfte deelen tegen elkander in dubbele rede ftaan, en zoo men uyt de drie deelen een *Triangel* formeert, dat deszelfs Inhoud de grootfte is die mogelyk kan zyn.
Antw. $3\frac{2}{3}-\sqrt{1\frac{4}{9}}$. $7\frac{1}{3}-\sqrt{5\frac{7}{9}}$. $1+\sqrt{13}$.

501. Van een *Triangel* ABC (*Fig.* 40) doet de zyde AB 20 en de hoek A 60 Graaden. Wanneer men de Quadraaten van de drie zyden addeert zoo komt de kleynfte fom. Vraage na de twee overige zyden? *Antw.* AC 5 en BC $\sqrt{325}$.

502. Van een andere *Triangel* op de vorige Figuur doet de fom der drie zyden 40. de hoek A is 60

Gg3 Graa-

Graaden, en de som der Quadraten van de drie zyden is de allerkleynste. Vraage na de drie zyden?

503. Daar is nog een *Triangel* op de vorige Figuur wiens hoek A is 45 Graaden, en de som der Quadraaten van de drie zyden 140. Wanneer de Bazis AB het grootste getal is dat hier mogelyk kan zyn, zoo vraagt men na de drie zyden? *Antw.* AB $\sqrt{80}$. AC $\sqrt{10}$ en BC $\sqrt{50}$.

504. Daar is een ongeschikte *Vierhoek* in een Cirkel geschreven waar van twee zyden tegen elkander in rede staan als 3 tegen 4. Men begeert hier toe de twee overige zyden te vinden in proportie als 64 tegen 225, zoo, dat de Inhoud des *Vierhoeks* de grootste is. Welk zyn de zyden na de kleynste heele getallen?
Antw. 19941. 26588. 13120. 46125.

505. Nog zyn van een ongeschikte *Vierhoek*, in een Cirkel geschreven, de drie zyden bekent gegeven, namentlyk 5. 7. 10. Hier toe begeert men de vierde zyd te vinden, zoodanig; wanneer men het Quadraat van de Inhoud des gemelden *Vierhoeks* divideert door de onbekende zyd, dat als dan het mogelyk grootste getal komt. Vraage na de de onbekende zyd?

Nota. Doordien het getal der Voorstellen tamelyk is opgehoopt zoo zullen wy de lichamelyke *Problemaas* agter laaten.

506.

506.
Geometriſch Beſluyt-problema.
Van de *Quadratura Circuli.*
Of hoe men de Omtrek des Cirkels tegen deszelfs Diameter zoo na kan vinden als men begeert.

Over deze zaak hebben de Konſtenaars van veel Eeuwen herwaards geſpeculeert, om namentlyk een Quadraat te vinden dat juyſt zoo groot is als een Cirkel; of dat het zelve is, wat voor een proportie de Omtrek van een Cirkel tegen zyn Diameter heeft. Daar zyn verſcheyden voortreffelyke Mannen gevonden die deze proportie, de eene nader en beter als de ander, beſchreven hebben, hoewel daar by ook eenige valſche Rondmeters zig opdeeden die de Wereld hun dwaling voor waarheyd wilde doen gelden, waar van ik hier geen gewag zal maaken, alzoo 'er Mannen gevonden zyn die hun valſche *Quadratuur* wederlegt hebben, maar wy zullen kortelyk aantoonen hoe deze zaak van tyd tot tyd verbetert en nader uytgevonden is. Van den ouden Konſtenaar *Archimedes* is bekent dat hy een tweeledige proportie geſteld heeft, namentlyk, wanneer de Diameter eens Cirkels 1 is zoo is de Omtrek $3\frac{1}{7}$ zynde iets te groot, of $3\frac{10}{71}$ zynde iets te kleyn. Deze word om de kleyne getallen en bequame rekening nog hedendaags het meeſt gebruykt, alzoo men daar vaardig mede kan voortkomen, en het gebrekkelyke in kleyne zaaken niet merkelijks bedraagt. De oud beroemde Aſtronomiſt *Ptolomæus* heeft deze proportie gevonden; 1 tegen $3\frac{17}{120}$, dat nader is als die van *Archimedes*, alzoo dezelve tuſſchen zyn twee getallen invald. *Adriaan Metius* heeft de-

ze getallen; 1 tegen $3\frac{16}{113}$ of 113 tegen 355, dat de waarheyd nog nader komt, en nader kan men het in kleyne getallen niet wel geven.

Ludolf van Keulen heeft hier aan een zeer groote en moeyelyken arbeyd verrigt, en dit uyt de in en omgeschreven Figuuren des Cirkels gezogt, waar door hy deze getallen bekomen heeft; wanneer de Diameter doet 1 zoo is de Omtrek 3.14159265358979323846264338327950 zynde te kleyn, maar 51 aan 't eynde is te groot. Of schoon men met deze gevonden proportien wel konde vergenoegt zyn, alzoo men zelfs in de grootste Rekeningen nauwlijks het derde deel der Cyfferletters behoeft te gebruyken, zoo zyn doch veele niet te vrede met de natuur en wyze van vinding, alzoo dezelve al te moeylyk en van te veel omslag is, overzulks hebben ze gedurig andere en korter wegen ingeslagen waar door men nader en met meer gemak kan komen: waar toe ook zoo veel wytlopige Extractien niet van nooden zyn, alzoo alles in Rationaale getallen kan verrigt worden. *Hermen Benning* een Klokgieter en geoeffent Mathematicus in Hamburg heeft voor 40 Jaar (*a*) hier aan gearbeyd, en op een zeer ligte manier de Omtrek des Cirkels op 45 Cyfferletters berekent, en daar by maar eene Extractie gebruykt, zoo als uyt desselfs Tractaatje van derd'half vel, dat hy A°. 1678. doch zonder voorzetting van zyn Naam heeft uytgegeven, nader kan gezien worden. Weynig Jaaren daar na, te weten A°. 1682. heeft de Heer Geheymraad *van Leibnitz.* in de Lyp-

(*a*) Van 1718 af te rekenen.

Lypziger *Actis Eruditorum* bekent gemaakt wanneer de zyde eens Quadraats houd 1 zoo is de Inhoud des ingeschreven Cirkels $\frac{2}{3} + \frac{2}{35} + \frac{2}{99} + \frac{2}{195} + \frac{2}{323} + \frac{2}{483}$ en zoo vervolgens oneyndig. Al de Tellers der Breuken zyn 2, en de Noemers, wanneer men tot ieder 1 addeert, zyn Quadraaten waar van de Wortels met 4 opklimmen. Of ook $1 - \frac{2}{15} - \frac{2}{63} - \frac{2}{143} - \frac{2}{255} - \frac{2}{399}$ &c. Wanneer men nu de Inhoud des Cirkels door $\frac{1}{4}$ van desselfs Diameter divideert dan komt zyn Omtrek, en dewyl de Diameter van de Cirkel gelyk de zyde van 't omgeschreven Quadraat is, doende hier 1, zoo divideert de voorgaande oneyndige getallen door $\frac{1}{4}$, komt voor de Omtrek des Cirkels

$$\frac{8}{3} + \frac{8}{35} + \frac{8}{99} + \frac{8}{195} + \frac{8}{323} + \frac{8}{483} + \frac{8}{675} \text{ \&c.}$$

$$\text{Of } 4 - \frac{8}{15} - \frac{8}{63} - \frac{8}{143} - \frac{8}{255} - \frac{8}{399} - \frac{8}{575} \text{ \&c.}$$

Wanneer men deze oneyndige Breuken konde in een som te samen brengen gelyk het met de Voorstellen van N°. 347 tot 358, hier voren, wonderwel aangaat, zoo was de waare Omtrek des Cirkels zeer accuraat gevonden, maar deze Breuken zyn van een gantsch andere natuur, en willen zig op zulken wyze niet laaten behandelen, overzulks zoud'er veel moeite aan vast zyn wanneer men uyt dezelve de Omtrek des Cirkels wilde vinden, en een groote menigte van dien zoude daar toe vereyscht worden.

Wonderbaar is ook het geen den beroemden *Johannes Wallizius* Doctor en Professor te Oxford in Engeland in zyn tijd uyt een grondige betooging gevonden heeft. Hy steld de volgende getallen; *a.* 1. *b.* 6. *c.* 30. *d.* 140. *e.*

 630.

630. &c. daar van de bekende getallen uyt de volgende multiplicatie ontstaan; $1 \times \frac{6}{1} \times \frac{10}{2} \times \frac{14}{3}, \times \frac{18}{4} \times \frac{22}{5}$ &c. Nu dient men het tusschenmidden of maar alleen het derde getal *b* te vinden dat in orde tusschen 1 en 6 in staat, en zegge; Gelyk het tweede getal 1 staat tot het derde getal *b* alzoo staat ook de Inhoud van de halve Cirkel tot het Quadraat van de Diameter. De geleerste Professoren en beroemste Meesters hebben onderstaan om dit te solveeren, maar alzoo de zaak zeer verstrikt is heeft niemand zig daar aan willen vergrypen.

De Heer *Detbleff Cläver* maakt in zyn Curieuze Wereld Mercurius dikwils ter loops gewag van de *Quadratura Circuli*, en dat hy die op onderscheyden wyze gevonden heeft, ook met tusscheninmenging der vier Elementen, maar de verklaaring te rug gehouden; alleen vind men in 't eerste Deel (*a*) Pag. 63, deze getallen; Diameter 1. Omtrek $2 + \frac{4}{5}.\ \frac{72}{325} + \frac{10976}{100225}$ &c. Wanneer dit het voornaamste van zyn vindingen is zoo zal hy daar mede weynig konnen uytgerigt hebben, want men ziet uyt de natuur van deze Breuken datze in geen genoegzame proportie afnemen, en daar by onbequaam zyn om te agtervolgen, of 't moeste zyn dat hy zig de Kramers gelyk gemaakt had die hun Koopers de slegtste waaren het eerst voorleggen.

Men konde ook wel deze proportie stellen; 1 tegen $4 - \frac{2}{3} - \frac{1}{10} - \frac{1}{28} - \frac{3}{288} - \frac{7}{704}$ &c. en zoo vervolgens oneyndig, dat men na een natuurlyke orde

(*a*) De Autheur zegt het *tweede Deel*, maar dat is een schryffout.

orde zoo ver kan uytzetten als men wil. Maar hier mede is men ook weynig gevordert, alzoo de Breuken in geen genoegzame groote opklimmen. Overzulks zal ik ten dienst der Liefhebbers een andere proportie opgeven, namentlijk de Diameter 1, de Omtrek $3\frac{1}{3}$ min de volgende Breuken;

$\frac{11}{60} + \frac{17}{2240} + \frac{23}{32256} + \frac{145}{1622016} + \frac{287}{136314880}$ &c. Hier ziet men dat de Breuken telkens merkelyk afnemen, waaromze tot deze zaak geschikt zyn: resolveert daarom dezelve als volgt;

	1000000000
$\frac{11}{60}$	183333333
$\frac{17}{2240}$	7589285
	713045
$\frac{145}{1622016}$	89385
	13071
$\frac{287}{136314880}$	2105
	361
	69
	12+3
	191740679
$3\frac{1}{3}$ . . .	3. 333333333
	3. 141592654

Deze Omtrek is op 8 Cyfferletters goet, en zoo men de bovenstaande Breuken ontledigt en de orde opzoekt waar uytze voortspruyten, dan kan men dezelve uytbreyden zoo ver men wil,

en daar uyt de Omtrek in begeerde groote berekenen, en schoon de resolveering der Breuken wegens de groote der getallen moeyelijk en bezwaarlijk schynt, zoo kan men egter daar by zulk een konstgreep gebruyken waar door het werk gemakkelyk valt en een gewenschten uytslag zal hebben.

Hier by konde men 't laate berusten, om dat men voort zig zelfs wel helpen kan, mits de zaak met ernst navorschende Maar my dunkt als of de Konstlievende Lezer my toewenkt dat ik hier in verder voortvaare, en van deze konstryke zaak de regte grond aanwyze. Wel aan! Let op *Fig.* 41, zynde een Quadrant ABC, verdeelt de zyde AB in ontelbaare gelyke deelen in *fbk* en *qom*, en trekt de lynen *fg*, *bi* *kl*, als ook *qr*, *op*, *mn* en zoo vervolgens tot dat, of het geheele Quadrant, of een zeker stuk ADEC met zulke lynen aangevult is. Deze lynen moet gy u oneyndig kleyn verbeelden, zelfs nog wel hondertmaal kleynder als het fynste Spinraagje, en dat dezelve zeer digt aan elkander staan en op het naauwste raaken, zoo zullen de lynen eyndelijk het geheele Quadrant vervullen. Wanneer men de som van deze oneyndig kleyne lynen berekent zoo heeft men de Inhoud van 't Quadrant.

De berekening geschiet op deze wyze;

Laat de Diameter van de Cirkel 1 zyn, zoo zyn de zyden van 't Quadrant, te weten $AB = AC = \frac{1}{2}$.

Steld nu $Af = p$, $Ab = 2p$, $Ak = 3p$ en zoo voort oneyndig: ten laatsten steld $AD = a$, zoo komt

komt 'er voor de lyn *fg* $\sqrt{\frac{1}{4}-pp}$, *bi* $\sqrt{\frac{1}{4}-4pp}$, *kl* $\sqrt{\frac{1}{4}-9pp}$ en zoo vervolgens. Eyndelyk komt 'er voor DE $\sqrt{\frac{1}{4}-aa}$. Om deze oneyndige lynen in een ſom te brengen zoo extraheer de laaſt genoemde DE $\sqrt{\frac{1}{4}-aa}$ werklyk, komt

$$\tfrac{1}{2}-aa-a^4-2a^6-5a^8-14a^{10}-42a^{12} \text{ \&c.}$$

Waar van de ſom per Regel *Infinitorum* is

$\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{5}a^5-\frac{2}{7}a^7-\frac{5}{9}a^9-\frac{14}{11}a^{11}-\frac{42}{13}a^{13}$ &c. voor de Inhoud van ADEC.

Zoekt nu de Inhoud van de *Triangel* ADE. Is AD $\frac{1}{4}$, namentlyk de helft van AB, zoo is de Boog EC 30°. AE $=\frac{1}{2}$, overzulks de Inhoud des *Triangels* ADE $\sqrt{\frac{3}{1024}}$. Trekt volgens de oneyndige nadering uyt 3 de *Radix Quadraat*, en divideer dezelve door 32 zynde de $\sqrt{}$ uyt 1024, zoo is de *Triangel* ADE $\frac{1}{16}-\frac{1}{128}-\frac{1}{2048}a-\frac{1}{16384}-\frac{1}{524288}$ &c. Om dat AD $=a=\frac{1}{4}$ is, zou zet de Noemer in *a*, deelt als boven, en ſubſtraheer het dan van de vorige Quantiteiten.

$$\tfrac{1}{2}a-\tfrac{1}{3}a^3-\tfrac{1}{5}a^5-\tfrac{2}{7}a^7-\tfrac{5}{9}a^9-\tfrac{14}{11}a^{11} \text{ \&c. ADEC.}$$
$$\tfrac{1}{4}a-\tfrac{1}{2}a^3-\tfrac{1}{2}a^5-1a^7-\tfrac{5}{2}a^9-7a^{11} \text{ \&c. ADE.}$$

$$\tfrac{1}{4}a+\tfrac{1}{6}a^3+\tfrac{3}{10}a^5+\tfrac{5}{7}a^7+\tfrac{35}{18}a^9+\tfrac{63}{11}a^{11} \text{ \&c. AEC.}$$

Dit is het twaalfde deel van de Cirkel, derhalven multipliceer het zelve met 12, of multipliceer met 3 en laat over al *a* vaaren, zoo komt 'er

$$\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{9}{10}a^4+\tfrac{15}{7}a^6+\tfrac{35}{6}a^8+\tfrac{189}{11}a^{10} \text{ \&c.}$$

Voor de Inhoud van de geheele Cirkel, en om dat de Diameter 1 is zoo divideer door $\frac{1}{4}$, of

multipliceer met 4. Divideer ook door a zoo komt voor de Omtrek

$$3+\tfrac{1}{2}a+\tfrac{9}{160}a^3+\tfrac{15}{7}a^5+\tfrac{35}{6}a^7+\tfrac{189}{11}a^9 \ \&c.$$

Om dat $a=\frac{1}{4}$ is zoo maakt men de *Series* aldus;

$$3+\tfrac{1}{8}\times\frac{3\cdot 3}{4\cdot 5\cdot 4}\times\frac{5\cdot 5}{6\cdot 7\cdot 4}\times\frac{7\cdot 7}{8\cdot 9\cdot 4}\times\frac{9\cdot 9}{10\cdot 11\cdot 4}\times\frac{11\cdot 11}{12\cdot 13\cdot 4} \ \&c.$$

Een andere manier.

Den alomberoemden Heer *Christiaan Wolf* Professor te Halle, heeft in 't vierde Deel der Aanvangs-Gronden by 't 23ste Voorstel van de *Integraal-rekening* dit op de volgende manier gemaakt;

Fig. 42. Laat de *Radius* CM$=r$ zyn, de *Sinus* van de Boog AM of de *Semiordinata* MP$=y$, de verkeerde *Sinus* of de affnyding AP$=x$, zoo is

$2rx-xx=yy$, dit Gedifferentieert.

$2rdx-2xdx=2ydy$

$dx=ydy\,(r-x$

$\sqrt{}$

$dx^2=y^2dy^2\,(rr-2rx+xx$

$-2rx+xx=-yy$. boven.

$dx^2=y^2dy^2\,(rr-yy)$

$dy^2 \ \ldots \ dy^2$

$\sqrt{dx^2+dy^2}=\sqrt{y^2dy^2+r^2dy^2-y^2dy^2(rr-yy}$.

Hier

Hier gaat $+y^2dy^2$ tegen $-y^2dy^2$ weg, overzulks $\sqrt{r^2dy^2(rr-yy}$, dat is $rdy\sqrt{rr-yy}$. Trekt uyt $rr-yy$ de Quadraatwortel zoo komt 'er

$$r-\frac{y^2}{2r}-\frac{y^4}{8r^3}-\frac{y^6}{16r^5}-\frac{5y^8}{128r^7}-\frac{7y^{10}}{256r^9}\ \&c.$$

Divideert nu rdy door deze oneyndige Reex, zoo komt 'er

$$dy+\frac{y^2dy}{2r^2}+\frac{3y^4dy}{8r^4}+\frac{5y^6dy}{16r^6}+\frac{35y^8dy}{128r^8}\ \&c.$$

Deszelfs *Integraal* is

$$y+\frac{y^3}{6r^2}+\frac{3y^5}{40r^4}+\frac{5y^7}{112r^6}+\frac{35y^9}{1152r^8}$$ &c. Alle Cirkelbogen wiens *Sinus* $=$ MP is worden hier mede vergeleken.

Laat de Boog AM 30° zyn, wanneer de Radius CM $=r$ is zoo is de Sinus MP of $y=\frac{1}{2}$ en $yy=\frac{1}{4}$. Resolveer daar mede en laat de r varen, zoo is de Boog van 30 Graaden

$$\tfrac{1}{2}+\times\frac{1\cdot 1}{2\cdot 3\cdot 4}+\times\frac{3\cdot 3}{4\cdot 5\cdot 4}+\times\frac{5\cdot 5}{6\cdot 7\cdot 4}+\times\frac{7\cdot 7}{8\cdot 9\cdot 4}+\times\frac{9\cdot 9}{10\cdot 11\cdot 4}\ \&c.$$

Multipliceer dit met 6 zoo komt voor de halve Omtrek, of wanneer de Diameter 1 is zoo komt 'er voor de geheele Omtrek van den Cirkel

$$3+\tfrac{1}{8}+\times\frac{3\cdot 3}{4\cdot 5\cdot 4}+\times\frac{5\cdot 5}{6\cdot 7\cdot 4}+\times\frac{7\cdot 7}{8\cdot 9\cdot 4}+\times\frac{9\cdot 9}{10\cdot 11\cdot 4}\ \&c.$$

Zynde dezelve Reex die te voren ook gevonden is.

Re-

Resolvering in Getallen.

10000C00000000000000 met $\frac{1}{8}$.

$3 + 1250000000000000000 \times \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 4},\ \frac{9}{80}.$

$140625000000000000 \times \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 7 \cdot 4},\ \frac{25}{168}.$

$2092633928571428 \times \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 9 \cdot 4}.$

$356038411458333 \times \frac{9 \cdot 9}{10 \cdot 11 \cdot 4}.$

$65543434836647 \times \frac{11 \cdot 11}{12 \cdot 13 \cdot 4}.$

$12709544255183 \times \frac{13 \cdot 13}{14 \cdot 15 \cdot 4}.$

$2557039260864 \times \frac{15 \cdot 15}{16 \cdot 17 \cdot 4}.$

$528799479498 \times \frac{17 \cdot 17}{18 \cdot 19 \cdot 4}.$

$111712755537 \times \frac{19 \cdot 19}{20 \cdot 21 \cdot 4}.$

$24004943303 \times \frac{21 \cdot 21}{22 \cdot 23 \cdot 4}.$

$5230326085 \times \frac{23 \cdot 23}{24 \cdot 25 \cdot 4}.$

$1152851041 \times \frac{25 \cdot 25}{26 \cdot 27 \cdot 4}.$

$256599679 \times \frac{27 \cdot 27}{28 \cdot 29 \cdot 4}.$

$57592723 \times \frac{29 \cdot 29}{30 \cdot 31 \cdot 4}.$

130-

$$13020290 \times \frac{31 \cdot 31}{32 \cdot 33 \cdot 4}.$$

$$2962239 \times \frac{33 \cdot 33}{34 \cdot 35 \cdot 4}.$$

$$677705 \times \frac{35 \cdot 35}{36 \cdot 37 \cdot 4}.$$

$$155816 \times \frac{37 \cdot 37}{38 \cdot 39 \cdot 4}.$$

$$35983 \times \frac{39 \cdot 39}{40 \cdot 41 \cdot 4}.$$

$$8343 \times \frac{41 \cdot 41}{42 \cdot 43 \cdot 4}.$$

$$1941 \times \frac{43 \cdot 43}{44 \cdot 45 \cdot 4}.$$

$$453 \times \frac{45 \cdot 45}{46 \cdot 47 \cdot 4}.$$

$$106 \times \frac{47 \cdot 47}{48 \cdot 49 \cdot 4}.$$

$$24 \times \frac{49 \cdot 49}{50 \cdot 51 \cdot 4}.$$

5 (ge.
1 + 11 voor de overi-

3.14159265358979 3238 voor de Omtrek des Cirkels die hier op 17 cyfferletters goet is, alzoo men op de laatste cyfferletters met zekerheyd geen staat kan maken. Hier uyt is te zien, wanneer men in 't begin een getal van meer Nullen opzet, en in dezer voegen de orde vervolgt, dat men de Omtrek in zoo veel cyfferletters vinden kan als men begeert.

Om

Om de Omtrek des Cirkels op een andere manier te vinden.

De hier toe dienende oneyndige Quantiteiten kan men uyt het vierde Deel der Aanvangs-Gronden van de Heer Professor *Wolf* na het 12 en 20 Voorstel opzetten, hoewelze ook door andere wegen konnen gevonden worden.

Fig. 43. Laat de *Radius* BC$=1$ zyn, de *Tangens* BK$=x$, zoo is AK$=dx$, en CK$=\sqrt{1+xx}$. De *Triangel* AKL is oneyndig kleyn, daarom zyn AC en KC elkander oneyndig na. Dewyl B en L regte hoeken zyn, zoo zyn de hoeken BKC en KAL elkander gelyk, en om dat de hoek KCL oneyndig kleyn is zoo zyn ook de hoeken BCK en AKL elkander gelyk, daarom zegt

$$\begin{array}{cccc|l} \text{KC} & \text{BC} & \text{AK} & & \\ \sqrt{1+xx}, & 1, & dx & & \text{komt KL } \dfrac{dx}{\sqrt{1+xx}}. \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|l} \text{KC} & \text{KL} & \text{IC} & & \\ \sqrt{1+xx}, & \dfrac{dx}{\sqrt{1+xx}}, & 1 & & \text{komt ID } \dfrac{dx}{1+xx}. \end{array}$$

Divideert dx door $1+xx$ zoo komt voor 't *Element* * des Boogs BI

$$dx-x^2dx+x^4dx-x^6dx+x^8dx-x^{10}dx \text{ \&c.}$$

Des-

* Door *Element* verstaat men in de Meetkunde een oneyndig kleyn gedeelte van eenige Grootheyd.

Deszelfs *Integraal* is

$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11}$ &c.

voor de Boog BI, waar van de *Tangens* is BK$=x$. Neem voor de Boog BI 30 Graaden: de *Radius* BC is 1, zoo is de *Tangens* BK$=\sqrt{\frac{1}{3}}$, waar mede x geresolveert, zoo komt 'er

$1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{45} - \frac{1}{189} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2673} + \frac{1}{9477}$ &c. $\times \sqrt{\frac{1}{3}}$.

Zoo veel doet de Boog BI 30°. multipliceert dit met 12, zoo komt de geheele Omtrek des Cirkels wiens Diameter 2, of multipliceert maar met 6; zoo komt de Omtrek des Cirkels wiens Diameter 1 is, en maakt van de twee Breuken maar één Breuk, namentlyk, substraheert de + van de voorafgaande —, zoo bekomt men de volgende Reex;

$1 - \frac{12}{135} - \frac{20}{5103} - \frac{28}{104247} - \frac{36}{1673055}$ &c. $\times 2\sqrt{3}$.

Zet dit aldus in orde;

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{15q} - \frac{5}{63qq} - \frac{7}{143q^3} - \frac{9}{255q^4} - \frac{11}{399q^5} \text{ \&c.} \times 8\sqrt{3}$$

voor de Omtrek des Cirkels. q is $=9$.

De Tellers klimmen ordenlyk op met 2, en de Noemers zyn Quadraaten min 1, wiens Wortels met 4 progredeeren, als 4, 8, 12, 16 &c.

Nu werd de Solutie wederom gemakkelyk en vaardig verrigt. Trekt de Vierkante wortel uyt 3 en multipliceert de Radix met 8, of trekt de de vierkante wortel ten eersten uyt 192, komt 13.8564064605510183482219, 't ¼ hier uyt is 3.464-

3.46410161513775458705 5. Behoud dit.

13.8564064605510183482 19 $\frac{1}{2}$.

---

9) 1.53960071783900203869 1 met $\frac{3}{35}$.
9) 171066746426555782076 . . $\frac{5}{63}$.
19007416269617309119 . . $\frac{7}{143}$.
2111935141068589902 . . $\frac{9}{255}$.
234659460118732211 . . $\frac{11}{399}$.
26073273346525801 . . $\frac{13}{575}$.
2897030371836200 . . $\frac{15}{783}$.
321892263537355 . . $\frac{17}{1023}$.
35765807059706 . . $\frac{19}{1295}$.
3973978562189 . . $\frac{21}{1599}$.
441553173576 . . $\frac{23}{1935}$.
49061463730 . . $\frac{25}{2303}$.
5451273748 . . $\frac{27}{2703}$.
605697083 . . $\frac{29}{3135}$.
67299676 . . $\frac{31}{3599}$.
7477741 . . $\frac{33}{4095}$.
830860 . . $\frac{35}{4623}$.
92318 . . $\frac{37}{5183}$.
10257 . . $\frac{39}{5775}$.
1139 . . $\frac{41}{6399}$.
126 . . $\frac{43}{7055}$.
14 . . $\frac{45}{7743}$.

307920143568700407738
13576725906869506514
930432964247001145
745388873318325 84
64693084243 25950
589482701747539

55498666127130
5349138299252
524749292768
52191088058
5248435654
532582107
54452235
5602939
579685
60260
6290
659
69
7.+9 voor de overige.

322508961547961348592. fubftrah. dit
van 3.46410161513775458705 5.

3.141592653589793238463.

Alhier heeft men de Omtrek des Cirkels op 21 cyfferletters berekent, zynde op 20 letters goet, alzoo de laatfte altyd onzeker is. Dus heeft men hier tweederlye wegen waar door men de Omtrek des Cirkels zoo na kan vinden als men begeert. 't Schynt of deze laatfte manier in de refolvering wytloopiger is als de vorige, doch wanneer men na beyde te werk gaat zal men 't onderfcheyd rafch gewaar worden, want als men by de laatfte de Extractie uyt 3 of 192 verrigt heeft (het welk na de derde wyze van 't 359 fte Voorftel met voordeel gefchieden kan) zoo is de arbeyd na 't laatfte niet alleen korter, maar gaat ook gemakkelyker om uyt te voeren.

Men had dit ook wel anderſints konnen voorſtellen waar by meer ſurditeiten te vinden waren. De Liefhebbers van de Kunſt mogen dit verder beſpeculeren, en wanneerze niet beters vinden, konnenze met deze ook wel content zyn, alzoo men daar door de Omtrek op 50 en meer cyfferletters berekenen kan, en hier mede word het tweede Deel beſlooten.

De Meetkonſt mag met regt op haare waarde boogen,
Haar nut en voordeel blinkt op't klaarſte in ieders oogen,
En zoo de Telkonſt haar als Gezellin verzelt,
Dan wordenze als de Bron der Weetenſchap geſteld.

ASTRONOMISCH ZINNEN-CONFECT.

507. Gegeven zynde de Zonsplaats 13 Graaden in de Stier, men begeert haar *Declinatie* te vinden. *Antw.* 15.° 46.' 8.'' Noordelyk.

In *Figuur* 44 is AB de *Æquater*: P de Noordpool: de streep ♉♈♋ een halve Cirkel van de *Ecliptica* of Zonsweg. De Zons grootste Declinatie 23.° 30.' De 13de Graad des *Stiers* is van de *Ram* 43° voor ♈C. Zegt nu,

Radius D, 10.000000—♈C, 43.°—D♈C 23.° 30.'

Sinus 9.833783. *Sinus* 9.600700
9.600700

Sinus 9.434483

15 ° 46 ' 8.'' voor CD de Zons Noorder Declinatie, en zoo veel is ook dezelve in de 17de Graad des *Leeuws*. In tegendeel is in de 13de Graad des *Schorpioens* en in de 17de Graad des *Watermans* de Zons Zuyder Declinatie FE ook 15.° 46.' 8.'' En op deze wyze word de Zons Declinatie van alle punćten der *Ecliptica* berekent.

508. De Zon 13 Graaden in de *Stier* zynde, begeert men haar *Ascensio recta* te vinden. *Antw.* 40.° 32.' 2.''

Radius D, 10.000000—♈C, 43.°—D♈C 23.°30.ᴵ

Tangens 9.969656. *Cosinus* 9.962398
9.962398

Tangens 9.932054

40.° 32.ᴵ 2.ᴵᴵ voor ♈D, de begeerde *Ascentio recta*. Wil men de *Ascentio recta* van de 17de Graad des *Leeuws* hebben, dezelve is 43.° voor de Herfst *Æquinoctie*, namentlyk voor de *Schaal*, zoo behoeft men de gevonden 40.°32.ᴵ2.ᴵᴵ maar van 180 Graaden af te trekken, rest 139.° 27.ᴵ 8.ᴵᴵ het welk de begeerde *Ascentio recta* van de 17de Graad des *Leeuws* is. Wanneer men deze 40.° 32.ᴵ 2.ᴵᴵ tot 180.° addeert, komt 220.° 32.ᴵ 2.ᴵᴵ de *Ascentio recta* van de 13de Graad des *Schorpioens*. Substraheert men de genoemde 40.° 32.ᴵ 2.ᴵᴵ van 360 Graaden, rest 319.° 27.ᴵ 8.ᴵᴵ de *Ascentio recta* van de 17de Graad des *Watermans*. En op deze wyze word de *Ascentio recta* op alle punten der *Ecliptica* gevonden.

509. Wanneer de Zon in de 13de Graad des *Stiers* is, de hoek te vinden die de *Meridiaan* met de *Ecliptica* maakt, gemeenlyk *Angulus Meridianus* genaamt. *Antw.* 72.° 21.ᴵ 5.ᴵᴵ

In de voorgaande *Figuur* is de Boog PCD de *Meridiaan*, en de hoek ♈CD is *Angulus Meridianus* die men aldus vind;

Radi-

Radius D, 10.000000—♈C 43°.—♈DC $23.^{\circ}\ 30.^{I}$

Cosinus 9.864127 *Tang.* 9.638302
9.638302

Cotang 9.502429

$72.^{\circ}\ 21.^{I}\ 5.^{II}$ voor ♈CD, de begeerde hoek.

Nota. In de Zonnestanden is de hoek regt, maar in de Nagteeveningen is ze de schilboog der schuynsheyd(*a*) of der grootste Declinatie. Van 't begin des *Kreefts* tot den *Steenbok* is deze hoek tegen 't Oosten grooter als regt, en tegen 't Westen kleynder als regt: daar en tegen van 't begin des *Steenboks* tot de *Kreeft* is deze hoek tegen 't Oosten kleynder en tegen 't Westen grooter als regt.

510 De Zon 13 Graaden in de *Stier* zynde, en de Poolshoogte $53.^{\circ}\ 35^{I}$, word gevraagt hoe het *Ascensionaal-onderscheyd* (*b*) te vinden is? *Antw* $22.^{\circ}\ 31.^{I}\ 4.^{II}$

Figuur 45. HO is de *Horizont*, AB de *Æquator*, CD de *Parallel* van de Zons Weg, P is de Pool, S de Zon in haar op of ondergang, en EF is 't *Ascentionaal-onderscheyd* dat men begeert te vinden.

Daarom zegt;

(*a*) Obliquiteit. (*b*) Differentia ascensionalis.

(8.[10] Decl.

Radius E, 10.000000—EFS36.° 25.[1]—SE15.° 46.[1]

Cotang. 10.132113. *Tang.* 9.451164
9.451164

Sinus 9.583277

22.° 31.[1] 4.[10] voor EF, het begeerde *Ascentionaal-onderscheyd.* Net het zelve vind men ook op de 17[de] Graad des *Leeuws*, 13[de] Graad des *Schorpioens*, en 17[de] Graad des *Watermans.* Uyt dit *Ascentionaal-onderscheyd* word gevonden de Zons op en ondergang als ook Dag en Nagts lengte. Want wanneer de Zon in de Noorder tekens is zoo toond het zelve hoe veel de Zon voor 6 uuren op en na 6 uuren onder gaat, maar in de Zuyder Tekens toond het hoe veel de Zon na 6 uuren op en voor 6 uuren ondergaat. Derhalven verandert de 22.° 31.[1] 4.[10] in Tyd, komt 1 Uur 30 7/8 Minuet, laat de Breuk maar vaaren, zoo gaat de Zon, wanneerze in de 13[de] Graad des *Stiers*, of 17[de] Graad des *Leeuws* is, des Morgens om 4 Uuren 30 Minuten op, en des Avonds om 7 Uuren 30 Minuten onder, en de Dag is lang 15 Uuren en de Nagt 9 Uuren. Maar wanneer de Zon in de 13[de] Graad des *Schorpioens* of de 17[de] Graad des *Watermans* is, zoo gaat dezelve des Morgens om 7 Uuren 30 Minuten op, en des Avonds om 4 Uuren 30 Minuten onder, en dan is de Dag 9 en de Nagt 15 Uuren lang.

511. Wanneer de Zon is in de 13[de] Graad des *Stiers*, de

de 17de Graad des *Leeuws*, de 13de des *Schorpioens* en de 17de Graad des *Watermans*, en de Poolshoogte is 53 Graaden 35 Minuten. Hoe vind men de *Schuynsche Ascentie* (*a*)?

Merkt. Wanneer de Zon is in de Noorder Tekens, zoo substraheert men 't *Ascentionaal-onderscheyd* van de *Regte Ascentie*, maar in de Zuyder Tekens addeert men dezelve, zoo heeft men de *Schuynsche Ascensie*. Het *Ascentionaal-onderscheyd* is in de laatst voorgaande, en de *Regte Ascentie* by N°. 508 gevonden, overzulks staat het aldus;

	13 Gr. ♉	17 Gr. ♌	13 Gr. ♏	17 Gr. ♒
Asc. R.	40. 32. 2	139. 27. 8	220. 32. 2	319. 27. 8
	22. 31. 4	22. 31. 4	22. 31. 4	22 31. 4
Asc. obl.	18. 0. 8.	116. 56. 4.	243. 3. 6.	341. 59. 2.

512. Gegeven zynde de *Scheve Ascensie* 18.° 1.' en de Poolshoogte 53 Graaden 35 Minuten. De Graad te vinden die aan de *Horizont* klimt (*Punctum Orientis* genaamt.) *Antw.* 13 Gr. in de *Stier*.

Fig. 46. AB is de *Æquator*, HO de *Horizont*, P de *Pool*, ♈E is een Boog van de *Ecliptica*, en E 't klimmende Punct dat men begeert te vinden.

CCC 4 Radi-

(*a*) Ascensio obliqua.

Radius X, 10.000000—C♈18.° 1.ᴵ—C♈X 23.° 30.ᴵ

Sinus 9.490371. *Sinus* 9.600700
9.600700

Sinus 9.091071

7.° 5.ᴵ Perp. CX.

Radius X, 10.000000—C♈18 ° 1ᴵ.—C♈X 23.° 30.ᴵ

Tang. 9.512206. *Cosinus* 9.962398
9.962398

Tang. 9.474604

16.° 36.ᴵ ♈X.

Radius X, 10.000000—C♈18 ° 1.ᴵ—C♈X 23°.30.ᴵ

Cosinus 9.978165. *Tang*. 9.638302
9.638302

Cotang. 9.616467

67.° 32.ᴵ ♈CX.
36. 25 OCB.

103. 57
180. 0

76. 3 ECX.

Radi-

Radius X, 10.000000—CX 7.° 5.'—ECX 76.° 3.'

Sinus 9.091071. *Tang.* 10.604846
10.604846

Tangens 9.695917

26.° 24.' EX
16. 36 ♈X

43. 0 ♈E, dat is 13 Graaden in de *Stier* voor het klimmende Punct E, en zoo ook met andere.

513. Gegeven zynde 't *Punctum Orientis* 13.° in de *Stier*, of de *Declinatie* daar van 15.° 46.' 8.'' en de Poolshoogte 53.° 35.' De Hoek te vinden die de *Ecliptica* met de *Horizont* maakt, *Angulus Orientis* of *Altitudo Nonagesimi* genaamt. *Antw.* 15.° 36.' 8.''

In de voorgaande *Figuur* is ♈EC de begeerde Hoek.

DE 15.° 46.' 8.''—DCE 36.° 25'.—*Rad.* D 10.000000

Cosinus 9.983316. *Cosinus* 9.905645
9.983316

Sinus 9.922329

56.° 44.' 7.'' DEC
Angulus Meridianus 72. 21. 5. ♈ED. N°. 509.

Angulus Orientis 15. 36. 8 ♈EC.

514. Wanneer bekent gegeven word 't *Punctum Orientis* 13.° in de *Stier*, de *Angulus Orientis* 15.° 37' en de Zons afstand van 't *Punctum Orientis* 36.° De Hoek te vinden die de Verticaale-lyn met de *Ecliptica* maakt, genaamt *Angulum verticalis & Eclipticæ*, of ook wel *Angulus Parallacticus*.

Antw. 77 Graaden 14½ Minuet.

Zoo in *Figuur* 47 AB de *Ecliptica*, AR de *Horizont*, BR de verticaale lyn is, dan zegt men

Radius R 10.000000—AB 36.°—RAB 15.° 37.' *

Cosinus 9.907957. *Tang*. 9.446411

9.446411

Cotang. 9.354368

77.° 14½.' ABR de begeerde Hoek.

Deze 8 Voorstellen worden gemeenlyk door daar toe vervaardigde Tafelen berekent, maar wy hebben hier getoond hoe dezelve door gegronde *Trigonometrische* Rekening gevonden worden.

515. Wanneer de Zon is in 't begin van de *Maagt*, en

* 't Is voor een Leerling bevattelyker wanneer men soortgelyke klootze Driehoeken door haar weergade oplost, zeggende; *Radius* van de hoek C staat tot *Sinus* van AC (zynde schilboog of complement van AB) alzoo *Tangens* van de hoek A (die aan beyde driehoeken gemeen is) tot *Tangens* van DC zynde schilboog van CE of de hoek ARB.

en de Poolshoogte 54 Graaden, zoo is de vraag hoe laat zy in de 90ste Graad van 't *Punct Orientis* zal zyn, gemeenlyk *Nonagesimus* (*a*) genaamt? *Antw.* te 1 Uur 44⅔ Minuet na de middag.

Tot de *Nonagesimo* 0 Graaden van de *Maagt*, addeert 90, komt 0 Graaden des *Schutters* voor 't Uytgangs punct. Zegt nu

0 Gr. ♐ schuynsche Ascensie	268.° 16.'	
0 Gr. ♍ regte Ascensie	152. 6	substr.
	116. 10	
substr. doorgaans	90. 0	
	26. 10,	doende in

tyd 1 Uur 44⅔ Minuet na de middag als de ☉ in *Nonagesimo* is.

Indien de Zon was in 't begin des *Watermans* zoo isze in *Nonagesimo* te 1 Uur 22⅓ Minuet voor de middag. Het welk dient tot de Zonsverduysteringen, op dat men kan weten of de Zon in 't Oost of Westelyke Quadrant is.

516. Anno 1588 den 27 February heeft *Ticho Brahe* des avonds te *Uranienburg* de Maan in *Nonagesimo* geobserveert en deszelfs Plaats gevonden 26 Graaden 48 Minuten in de *Kreeft*. Vraage hoe laat het was? *Antw.* 9 Uuren 24 Minuten.

Neem de tyd ongevaar 9½ Uur des avonds, zoo

(*a*) De tnegentigste.

200 is de Zonsplaats 18.° 35.' haar *Ascensio Recta* is 349.° 31.' en de Poolshoogte te *Uranienburg* 55.° 55.' Zegt nu;

De ☽s plaats in *Nonagesimo*	♋ .	26.°	48.'
't *Punctum Orientis* . .	♎ .	26.	48.
Schuynsche *Ascensie*	.	220.	31.
Substraheer	.	90.	0.
Regte *Ascensie* van den *Æquator*		130.	31.
Regte *Ascensie* der Zonne .	.	349.	31.
De Zon van den *Meridiaan* .	.	141.	0.

De tyd der waarneminge was dus te 9 Uuren 24 Minuten.

517. Wanneer bekend word gegeven de Zonsplaats of haar Declinatie, en de Poolshoogte des Oords, de Zons hoogte op ieder voorgestelde Uur te berekenen.

By voorbeeld; Laat de Zon zyn in 't begin van den *Kreeft* daar haar Noorder Declinatie is 23.° 30' en de Poolshoogte 54 Graaden, men begeert de Zonshoogte te 11 Uuren voor of te 1 Uur na de middag te vinden.

Laat *Figuur* 48. HZO de *Meridiaan* zyn, HO de *Horizont*, AB de *Æquator*, EC de Zons *Parallel*, Z 't *Zenith*, P de *Pool*, SI de Zons *Declinatie* en ST de Zonshoogte die men begeert te vinden, het welk aldus geschiet;

1 Uur is 15.° ZPS, *Cosinus* 9.984944
36.° ZP , *Tangens* 9.861261

Tangens 9.846 .05

35.

35. 4 PX
66. 30 PS

PX 35.° 4.'——31. 26 SX——ZP 36.°

Cosinus 9.913010. *Cosin.* 9.931075. *Cosin.* 9.907958.
9.907958

19.839033
9.913010

Sinus 9.926023 (te TS.
komt 57.° 30.' voor de Zonshoog-

Om de Zons hoogte 's morgens te 4 en 's avonds te 8 uuren te berekenen.

Dan is de Zon 8 Uuren van de middag, en dus de hoek ZP*s* 120°.

Staat te letten, wanneer de Zon meer als 6 Uuren van de middag is, dat dan de *Perpendiculaar* Zx buyten de Cirkel valt.

ZP*ſ* 120.° *Cosinus* 9 698970
PZ 36 *Tangens* 9.861261

Tangens 9.560231

NB. Wanneer *ſx* 90. is, zoo is ook Z*ſ* 90. en de Zon is aan de Horizont in 't op of ondergaan.

19.° 58.' Px, add. om dat het meer
66. 30 P*ſ* (als 6 uuren van de
(middag is.
86. 28 *ſx*

Px 19.° 58.'—*ſx* 86.° 28.'—ZP 36.°

Cosinus 9.973078. *Cosin.* 8.789786. *Cosin.* 9.907958
8.7-

8.789786
9.907958

18.697744
9.973078

Sinus 8.724666

3.° 2½.' ſt de Zonshoogte.

Om de Zonshoogte 's morgens en 's avonds te 6 Uuren te vinden.

Wanneer de Zon 6 Uuren van de middag is, dan is ZPS een regte hoek, overzulks werkt men aldus;

Radius 10.000000—23.° 30.' *Declin.* in ♋—54.° Psh.

Sinus 9.600700 *Sinus* 9.907958
9.907958

Sinus 9.508658

18.° 49.' de Zonshoogte.

Wanneer de Zon is in 't begin van de *Ram* of de *Schaal* zoo heeftze geen Declinatie, overzulks is haar afſtand van de Pool dan 90 Graaden. Men begeert haar hoogte des morgens te 8 en na de middag te 4 Uuren te vinden.

Radius 10.000000—Poolsh. 54.°—60 Graad. of 4 ur.

Cosinus 9.769219. *Cosin.* 9.698970
9.698970

9.4.

9.468189

17.° 5½.' de ☉s hoogte.

518. Anno 1682 den 11/21 February heeft de Heer *Hevelius* 's avonds te *Dantzig* voor de grootste Maans verduystering het Zuydelykste Stiers-oog *Palilicium* genaamt aan de Westzyde des *Meridiaans* 38.° 59.' hoog boven de *Horizont* geobserveert, en na een correct Horologie had over 1 Uur 37 Minuten de verduystering haaren aanvang genomen. De vraag is na de Aanvangstyd van deze verduystering?
Antw. te 10 Uuren 25⅘ Minuet.

De *Ascensio Recta* van 't Zuyder Stiers-oog was toen ter tyd 64.° 26.' en de Noorder Declinatie 15.° 51.' De ☉ in ♓ 3.° 41.' haar *Ascensio Recta* 335.° 37.' De Poolshoogte te *Dantzig* is 54.° 23.'

Gebruyk in *Figuur* 49 de *Sphærise Triangel* SZP waar van drie zyden bekend zyn, namentlyk ZS 51.° 9.' zynde het *Compliment* van de Sters hoogte, PZ 35.° 37.' 't *Compliment* van de Poolshoogte, en PS 74.° 9.' 't *Compliment* van de Sters Declinatie, men begeert de hoek ZPS te vinden, het welk aldus geschiet;

ZS 51.° 1.'
PZ 35. 37 *Sinus* vervulzel 0 234809
PS 74. 9 *Sinus* vervulzel 0.016834

160. 47 0.251643

2 | 80. 23½

0.25-

0.251643
44. 46½ Sinus. 9.847773
6. 41¼ Sinus 9.036318

9.135734

Sinus 9.567867

21. 41. 52½

12

komt 43. 23. 45 voor de hoek ZPS zynde gelyk de *Æquators* Boog AI, dit geaddeert tot 64. 26 *Ascensio Recta* van de Ster, om dat die reets over de *Meridiaan* is, komt 107. 49. 45. Hier van gesubstraheert 335. 37 *Ascensio Recta* van de Zon, resteert 132. 12, doende 8 Uuren 48¾ Minuut de tyd der obsservatie, en dewyl 1 Uur 37 Minuten daar na de verduystering haaren aanvang nam, zoo is het begin van deze verduystering geweest te 10 Uuren 25¾ Minuut.

519. Op zeker Plaats heeft men de *Staart van de Leeuw* en de *Koorn-aar van de Maagd* te gelyk aan de *Horizont* in haar ondergaan gezien. Wanneer ter dier tyd de *Ascensio Recta* van de *Leeuwsstaart* is geweest 173. 33, en haar Noorder *Declinatie* 16. 45, en de *Ascensio Recta* van de *Maagds-Koorn-aar* 197. 28, en haar Zuyder *Declinatie* 9. 36; zoo begeert men daar uyt te berekenen de Poolshoogte van de Plaats, de Streek of *Azimuth* van de Sterren, en ook de tyd van haar ondergaan. *Facit* 41. 21 Noord Poolshoogte: de *Azimuth* van de Middaglyn des eersten is 112. 35, en van de andere Ster 77. 10. Het overige laat zig ligt vinden. 520.

520. Anno 1709 den 10 Maart heeft men geobserveert dat het *Hert van de Leeuw* en *Arcturus* even hoog boven den *Horizont* stonden. Zoo deze observatie geschiede op de Poolshoogte van 53.° 35.' is de vraag hoe laat het was? *Antw.* 11 Uuren 54 Minuten des Avonds.

't Hert van de Leeuws Asc. Recta 148. 13. *N. Declinatie* 13. 25.

Arcturus Ascensio Recta 210. 38. *N. Declinatie* 20. 46.

521. Van een Ster is gegeven haar *Ascensio Recta* 125. 15 en *N. Declinatie* 15. 18, en van een andere Ster haar *Ascensio Recta* 154. 18, en *Z. Declinatie* 24. 13. Wanneer deze beyde Sterren binnen 30 Minuten tyd na elkander boven den *Horizont* opgaan, zoo is de vraag na de Poolshoogte van de Plaats daar zulks geschiet? *Antw.* op 27.° 18.' Zuyd Poolshoogte daar de eerste Ster een half Uur eer opgaat als de ander.

522. Zoo de Koninklyke Zweedze Rezidentie Stad *Stokholm* legt op 38 Graaden 30 Minuten lengte en 59 Graaden 20 Minuten Breedte, en *Boxteboede* op 29 Graaden 26 Minuten Lengte en 53 Graaden 43 Minuten Breedte, is de vraag; 1. Op welke dag de Zon aan beyde Plaatzen te gelyk op; 2. Op welken dag de Zon aan beyde Plaatzen te gelyk ondergaat; en 3. Hoe veel Mylen na een regte Linie over de ronde Aardkloots-vlakte beyde Plaatzen van elkander leggen? *Antw.* wanneer de Zon is 7. 14. 27 in de *Schutter* of 22. 45. 33 in de *Steenbok* zoo

gaatze aan beyde Plaatzen te gelyk op, maar als de Zon 7. 14. 27 in de *Tweelingen* of 22. 45. 33 in de *Kreeft* zoo gaatze aan beyde Plaatzen te gelyk onder, en de distantie tusschen beyde Plaatzen is 113 Duytsche Mylen.

523. Men bevind dat na de Hollandsche Zeekaarten *Hamburg* op 53 Graaden 42 Minuten Noorder Breedte en 25 Graaden 53 Minuten Lengte, en *Batavia* in Oost-Indien op 6 Graaden 10 Minuten Zuyder Breedte en 127 Graaden 5 Minuten Lengte gelegen zyn. Nu begeert men te weten wat Coërs en hoe veel Mylen *Batavia* van *Hamburg* gelegen is. *Antw.* de Coers van *Hamburg* na *Batavia* is Oost 5 Graaden 24 Minuten Noordelyker, en beyde Steden leggen van elkander 1524 Mylen.

Figuur 50. Neem eerst de *Triangel* PHB, daar van doet de Hoek P 101 Graad 12 Minuten verschil der lengten, PB 96. 10, en PH 36. 18.

Nota. Om dat de Hoek P stomp is zoo moet de Perpendiculaar HX buyten de *Triangel* vallen.

HPB	101.°	12.'	*Cosinus*	9.288326
PH	36.	18	*Tangens*	9.866035
			Tangens	9.154361

8.	7.	PX
96.	10.	BP

PX 8. 7 —— 104. 17. BX. —— PH 36. 18

Cosi-

Cosinus 9.995628. *Cosin.* 9.392199. *Cosin.* 9.906296.

9.906296

19.298495

9.995628

Cosinus 9.302867

(de distantie.

101.° 35½.' voor BH de begeer-

Wy zullen ten tweeden de *Triangel* PCH ook voor ons nemen, daar van de Hoek CPH is 78. 48, en PC 83. 50, beyde het *Complement* der vorige tot de halve Cirkel. PH blyft 36. 18.

CPH 78. 48. *Cosinus* 9.288326.

PC 83. 50 *Tangens* 10.966391

Tangens 10.254717

60. 55 PR

36. 18 PH

PR 60. 55—24. 37 HR—PC 83.° 50'

Cosin. 9.686709. *Cosin.* 9.958619. *Cosin.* 9.031089.

Dit uytgerekent, komt *Cosinus* van 78.° 24.' voor CH, gelyk ook te voren gevonden is; dezelve doen 1524 Mylen, de distantie van beyde Plaatzen.

Wanneer men de Coers wilde hebben zoo behoeft men slegts de Hoek PHB te zoeken; dezelve is 84.° 36.' buyten 't Noorden na 't Oost, dat is Oost 5. 24. Noordelyker.

524. Iemand begeert de *Nativiteit* te stellen op een Persoon die gebooren is Anno 1689 den 2 September 's avonds ongevaar 10 Uuren. Daar by word berigt, dat wanneer de geboorte geschiede, men een Uurs-zandlooper heeft omgekeerd, en als daar een vierde was uytgeloopen stond de heldere Planeet *Jupiter* net in 't Zuyden. Men vraagt wat de regte Geboortetyd geweest is? *Antw.* 's avonds te 10 Uuren 10 Minuten.

Op de veronderstelde tijd 's avonds om 10 Uuren den 2 September is de *Zon* geweest in ♍ 20.' 37, en *Jupieter* in ♒ 24. 53, met 1 Graad 18 Minuten Zuyder Breete.

Ascensio recta van *Jupieter* 327.° 38.'
Ascensio recta van de *Zon* 171. 24

156. 14, dezelve doen byna 10 Uuren 25 Minuten; substraheer daar van ¼ Uur of 15 Minuten, zoo rest 'er voor de regte Geboortetyd 10 Uuren 10 Minuten.

525. Eender heeft op de Poolshoogte van 53 Graaden 43 Minuten op een effen *Horizontaal* Bord een Cirkel getrokken en dezelve zeer nauwkeurig in 360 Graaden afgedeelt; de Minuten ook in acht genomen. 't Begin van de eerste Graad was op de Middag-lyn; de Styl of Wyzer die in 't Middelpunt stond wees na de Noordpool. Wanneer de Schaduw op 226 Graaden 25 Minuten wees, is de vraag hoe laat het was?
Antw. 3 Uuren 30 Minuten na de Middag.

526. Op 't gemelde Bord wierd op een ander tyd de

de Styl, die in 't Middelpunt ſtond, *Perpendiculaar* opgerigt, lang zynde 1000 Deelen, en deszelfs Schaduuw was 987 Deelen, wyzende op 164 Graaden. Men vraagt na de Zons Declinatie en 't Uur van den Dag?

527. Aan een correcte *Horizontaale-Zonnewyzer* wiens ſchuynze Wyzer net na de Noordpool wees, wierd op zeker tyd bevonden dat de Schaduuw evenlang was als de Wyzer, en des avonds te 6 Uuren was de Schaduuw driemaal zoo lang als de Wyzer. Men vraagt na de Poolshoogte en Zons Declinatie? *Antw.* de Poolshoogte 36. 52, en de Noorder Declinatie 18. 26.

528. Op zeker Dag als de Zons Noorder Declinatie was 19 Graaden 25 Minuten wierde een Stok perpendiculaar in de Aarde geſtoken, zoodanig, dat dezelve 8 voeten boven de grond ſtond, en men bevond de Schaduuw van de ſtok lang te zyn $7\frac{596}{1000}$ voet. Eenige tyd daar na was de lengte van de Schaduuw $11\frac{185}{1000}$ voet. Wanneer men van 't eynde des eerſten Schaduuws tot het eynde des tweeden Schaduuws bevond $5\frac{985\frac{1}{2}}{1000}$ voet, is de vraag na de Poolshoogte, als ook na de Zons ſtreek en 't Uur van den Dag toen men de Schaduuw de eerſtemaal in aanmerking nam? *Antw.* de Poolshoogte was 53 Graaden 43 Minuten, de *Azimuth* 57 Graaden 53 Minuten, en de tyd van de eerſte obſervatie was 2 Uuren 20 Minuten na de Middag.

529. Aan een in 't Loot ſtaande vlakke Muur, regt tegen 't Zuyden, heeft men net in de winkel

een Stift gesteken van 100 *Deelen* lang. Men vraagt hoe lang de Zons schaduuw zal zyn des namiddags te 2 Uuren? wanneer bekend is de Noord Poolshoogte 53 Graaden 36 Minuten en de Zons Noorder Declinatie 16 Graaden 42 Minuten. *Antw.* 174½.

Tot dit en eenige volgende Voorstellen die van de Schaduwe handelen, heeft my een goed Vriend die my over ettelyke Jaaren bezogt, aanleyding gegeven, wanneer hy onder 't gesprek, waarnam dat de Zon door een Nagel die in de Wand stak een taamelyke lange schaduuw maakte, deze vraag inrigte; Of men wel de lengte der Schaduuw konde berekenen wanneer bekend was de Poolshoogte, Zons Declinatie, 't Uur van den Dag, de lengte van de Nagel of 't Stift, en de gelegenheyd van de Muur? Waar op ik antwoorde dat zulks buyten twyffel mogelyk was, schoon ik het nooit onderzogt had. Maar als ik naderhand zulks wilde werkstellig maaken, bevond ik dat de zaak zoo gereed niet lag als ik gedagt hadde, en alzoo ik in myn weynige Boeken hier van geen zonderlinge opheldering vond, en myn goede Vrienden die ik deze Vraag liet toekomen, my ook weynig ligt konde of wilde geven, heb ik zelfs myn hooft daar aan moeten te koste leggen. Ik heb dan deze Voorstellen ontworpen, en dezelve met haare Antwoorden hier by gedaan, doch de Solutien worden voor ditmaal, om reden, te rug gehouden.

130. Wanneer de Poolshoogte wederom is 53 Graaden

den 36 Minuten: de Zons Noorder Declinatie 16 Graaden 42 Minuten, en de in 't loot-staande Muur regt tegen 't Noorden, zoo is de vraag na de lengte der Schaduwe van een Stift die 100 *Deelen* lang is 's Avonds te 7 Uuren? *Antw.* 251.

531. Wanneer men aan een in 't loot staande Muur regt tegen 't Oost, een Stift steld van 10 Duymen lang, zoo is de vraag na de lengte van de Schaduuw des voormiddags te 8 Uuren; de Zons Noorder Declinatie zynde 12 Graaden 40 Minuten? *Antw.* 6. 33 Duym.

532. Een Muur staat regt tegen 't West; in dezelve steekt regthoekig een Stift van 10 Duymen lang. Vraage na de lengte van de Schaduuw des namiddags te half vier Uuren, zoo de Zons Zuyder Declinatie is 10 Graaden 36 Minuten? *Antw.* 8 Duymen.

533. Aan een regt tegen 't West staande Muur is de Schaduuw even lang als de Stift: de Zons Noorder Declinatie is 15 Graaden 30 Minuten. Vraage na 't Uur van den Dag? *Antw.* 3 Uuren 8¾ Minuet na de middag.

534. Een Muur staat regt tegen 't Oost en reclineert of helt na 't Westen agter over 29 Graaden 30 Minuten. Wanneer de Zons Noorder Declinatie is 16 Graaden 30 Minuten en de Poolshoogte 53 Graaden 40 Minuten; is de vraag na de lengte der Schaduwe des voormiddags ten 11 Uuren van een Styl die 10 Duymen lang is? *Antw.* 13$\frac{42}{100}$ Duym.

535. Een ander Muur staande regt tegen 't Oost, en *inclineert* of helt voor over na de *Horizont* 10 Graaden. Wanneer de Poolshoogte is 53 Graaden 40 Minuten en de Zons Noorder Declinatie 9 Graaden 10 Minuten, is de vraag na de lengte der Schaduwe van een 10 Duyms winkelregte Styl in deze Muur des morgens te 7 Uuren 30 Minuten? *Antw.* $9\frac{18}{100}$ Duym.

536. Als de Zons Noorder Declinatie was 16 Graaden 40 Minuten heeft men op een plaats daar de Poolshoogte is 53 Graaden 40 Minuten in eene van 't Zuyden na 't Oosten 25 Graaden afwykende *verticaale* Muur een Stift van 10 Duymen lang gehegt. Men vraagt na de lengte der Schaduwe te 11 Uuren voor en te 1 Uur na de middag? *Antw.* $12\frac{44}{100}$ en $21\frac{87}{100}$.

537. Wanneer de Zons Noorder Declinatie is 20 Graaden 18 Minuten; de Poolshoogte 53 Graaden 40 Minuten, en de afwyking van de Muur van 't Zuyden na 't Westen 27 Graaden 30 Minuten, word gevraagt na de lengte der Schaduwe des voormiddags te 10 Uuren van een Styl die 10 Duymen lang is? *Antw.* $54\frac{166}{1000}$.

538. Daar is een Muur die van 't Zuyden na 't Westen afwykt 29 Graaden 30 Minuten, en 10 Graaden voor overhelt, waar in regthoekig een Stift geslagen is van 10 Duymen lang. Zoo de Poolshoogte van die Plaats is 53 Graaden 37 Minuten, en de Zons Noorder Declinatie 7 Graaden 12 Minuten, vraagt men na de lengte der Schaduwe des voormiddags te 10 Uuren? *Antw.* $53\frac{87}{100}$ Duym.

539. Wanneer de Muur wederom 29 Graaden 30 Minuten van 't Zuyden na 't Westen afwykt, maar 10 Graaden agter overheld: de Poolshoogte, Zons Noorder Declinatie, en lengte van de Styl is als in 't laatst voorgaande. Vraage na de lengte van de Schaduuw des voormiddags te 10 Uuren? *Antw.* $23\frac{881}{1000}$.

540. Op zeker Plaats wierde des voormiddags de lengte der Schaduwe waargenomen 207 *Deelen* en op de Middag 251 *Deelen* tegen de Styl (naar den Regel gesteld) 512 *Deelen*: de Streekhoek die de twee Schaduuw-linien begreep was 34 Graaden 58 Minuten. Hier door begeert men te vinden de Zons Declinatie en Poolshoogte.

Antw. 15. $17\frac{2}{3}$ Noorder Declinatie en 41. $24\frac{2}{3}$ Poolshoogte.

Dit konstig *Problema* heeft my de Heer Pater *Augustin Thomas*, van de Order van *Jozephes*, en Ouderling van 't Collegie te *Horn*, niet ver van *Weenen* in *Oostenryk* (een zeer ervaaren Man, zoo wel in de *Muzyk* als andere Wetenschappen) voor eenige Jaaren gunstig medegedeelt. Alzoo wy ook te dien tyd met elkander handelde over N°. 339, zynde het 13 des VI Boeks *Diophanti*, heeft hy daar van mede een Facit in een andere proportie overgezonden, waar van de Noemers of Deelders der Breuken uyt 27 Cyffer letters bestaan. Als ook het *Maximis* en *Minimis* van dit zonderling konstig *Problema*; Een gegeven getal in vier Rationale deelen te deelen, waar van A en B in een zeker proportie en C en D

in een andere proportie ſtaan, en dat de ſom der vier *Cuboos* de mogelyk kleynſte zyn (nevens andere Konſt-zaaken meer) daar ik hier nog gewag van maak, alzoo my dezelve voorheen door haaſtigheyd in 't afſchryven niet te binnen zyn gekomen om op haar regte plaats in te laſſchen. En dewyl gemelde Heer Pater Anno 1717 tot leedweezen der Konſtlievende Wereld door de dood ontruymt is, zal ik ter zyner gedagtenis en Eere van dit *Aſtronomiſch Problema* myn Solutie hier by voegen. Waar by ſtaat te letten, dat zoo wel dit als de volgende *Problemaas* zeer wel door Regtliniſche Triangelen en ten deele zeer konſtig door Algebraſche Rekeningen konnen geſolveert worden, zoo dat men niet noodig heeft zig van de *Regel Falſi* te bedienen.

Fig. 51. 297—512—*Radius* 100000

Tangens 172390

De eerſte Zonshoogte 59°. 53'. *Sinus* 86500½ voor Sg.

251—512—*Radius* 100000

Tangens 203984

De ZonsMiddaghoogte 63°. 53'. *Sinus* 89790 voor Bd. (= dR.

BO 63. 53. *Sinus* 89790 Bd. *Sinus Compl.* 44020 Bl

:O 59. 53. *Sinus* 86500½ Sg. *Sinus Compl.* 50176½ mi

3289½ Be (= 81948½ RK.

Azimuth OZK 34°. 58'. *Compl.* RZK 55°. 2'. *Sinus*

RO-

RO 100000 — *mi* 50176½ — RK 81948½?
komt 41118.7 voor *mS* = *Rg*; substr. van *me* = *Rd* 44020, rest voor *dg* = *Se* 2901.3. Zegt nu;

Se 2901.3 — *Be* 3289.5 — *Radius e* 100000?
komt 113380 *Tangens* van 48. 35⅓ voor de Hoek BS*e* die gelyk is aan de Hoek ARO of de Boog AO, wiens *Complement* is 41. 24⅔ voor HP de Poolshoogte.

Van BO 63. 53 substraheer AO 48. 35⅓, rest 15. 17⅔ voor AB de Zons Noorder Declinatie.

P R O E V E.

Compl. van de ☉ Declin. 74. 42⅓.
Compl. van de ☉ hoogte 30. 7. *Sinus* verv. 0.299502
Compl. van de Poolsh. 48. 35⅓ *Sinus* verv. 0.124949

	153. 24⅔	0.424451
2	76. 42⅓	
	46. 35⅓ *Sinus*	9.861201
	28. 7 *Sinus*	9.673268
		19.958920
	2	
	Sinus	9.979460
		72. 31
		2
		145. 2,

des-

deszelfs *Complement* tot 180 Graaden is 34. 58, zynde de Zons *Azimuth* zoo als in 't Voorstel gemeld word.

Overzulks is alles wel gevonden.

541. Men heeft op zeker dag de Zons Middaghoogte boven de *Horizont* bevonden 55. 50. Maar te 6 Uuren daar na was deszelfs hoogte 15. 36. Vraage na de Poolshoogte en Zons Declinatie?

Antw. de Poolshoogte 53. 40 en de Zons Noorder Declinatie 19. 30.

Fig. 52. Maakt beyde Zonshoogtens als volgt;

De Middaghoogte	55. 50.	*Sinus*	82741 *dE*
te 6 Uuren	15. 36	*Sinus*	26892 *tS.*
			55849 *Ef.*
			111698 *Eg.*
			82741 *dE.*
		Sinus	28957 *dg* = *iC.*
			16. 50 OC
't *Compl.* van de ☉s middaghoogte			34. 10 EZ
			90. 0 ZO
			141. 0 EPC
			180. 0 APB

39°.

39. 0

De Zons N. Declinatie. 19. 30 AE=BC.
34. 10 EZ

De N. Poolshoogte 53. 40 AZ=OP.

542. De Zonshoogte op de Middag is gegeven 55. 50, en deszelfs hoogte in 't Westen 24 29. Vraage na de Poolshoogte en Zons Declinatie? *Antw.* 53. 40 Poolshoogte en 19. 30 ☉s N. Declinatie.

543. Op zeker dag heeft men de Zons Middaghoogte geobserveert 56. 17, en des Avonds ging dezelve 35. 10 benoorden 't West onder. Vraage als vooren. *Antw.* 53. 40 Poolshoogte en 19. 57 ☉s N. Declinatie.

544. Op een dag obzerveerde men de Zons hoogte in 't Westen 25. 3½, en haar ondergang benoorden 't West 35. 10. Vraage als vooren? *Antw.* 53. 40 Poolshoogte en 19. 57. ☉s N. Declinatie.

545. Men heeft de Zonshoogte op de Middag eens geobzerveert te zyn 55. 10, en na verloop van

3 Uu-

3 Uuren 12 Minuten bevond men haar hoogte boven den Horizont 40 Graaden. Hier door begeert men de Poolshoogte en Zons Declinatie te vinden. *Facit* 53. 42 Poolshoogte en 19. 32 ☉s N. Declinatie.

546. Op zeker Plaats wierde in de Zomer aangemerkt dat de Zon des Morgens te 4 Uuren 6¼ Minuet opging, en te 6 uuren was haar hoogte 15. 27¼. Hoe veel is de Poolshoogte en de Zons Declinatie? *Antw.* 53. 36 Poolshoogte en 19. 20 de ☉s N. Declinatie.

Dit is voorgesteld door myn Broeder de Heer *Johan Halcke* Mathematicus van de Koning van Denemarken.

Fig. 52. De Zons opgang 4 Uure 6¼ Minuet trekt van 6 Uuren, rest 1 Uur 53¾ Minuet doende 28. 25. Zegt nu

SV 28. 25—*St* 15. 27¼—*Rad*, ES 100000

Sinus 47588 *Sinus* 26647

komt *Sinus* 55995 E*f*
26647 S*t*

Sinus 82642 E*d*

(Middaghoogte.
55. 44 voor HE de Zons
E*f*

Ef 55995

---- 2

Eg 111990
Ed 82642

---- (de ter middernagt.

dg 29348 *Sin.* 17. 4 OC de ☉s diepte onder de Aar-
34. 16 EZ *compl.* van de ☉s middagh.

----

51. 20
van 90. 0

----

38. 40

2 ---- (natie.

19. 20 AE=BC de Zons N. Decli-
34. 16 EZ

----

53. 36 AZ=OP de N. Poolshoogte.

Men kan deze ook zeer wel door *Algebra* ontbinden, gelyk wel meer gedagten Heer *Pater Augustin Thomas* zulk een Solutie daar van heeft overgemaakt, die ik daar tegen nog een andere *Algebraische* ontbindig heb te rug gezonden.

547. Een Ster word aan den *Meridiaan* geobserveert, en haar hoogte boven den *Horizont* bevonden 55°. 44'. Over 7 Uuren 53⅔ Minuut daar na gaat deze Ster onder. *Facit* 53°. 36' Poolshoogte, en 19°. 20' de Sters Noorder Declinatie.

548. De Zon ging eens des Morgens te 4 Uuren 6¼ Minuet op, en haar hoogte in 't Oost was 24°. 17½'. *Facit* als vooren.

549.

549. De Zonshoogte was des Morgens te 6 Uuren 15. en haar hoogte in 't Oost was 23. 30. *Facit* 53. 40⅔ Poolshoogte, en 18. 44⅓ de Zons Noorder Declinatie.

550. Op zeker Plaats ging de Zon te 7 Uuren 56 Minuten onder en wel 35 Graaden benoorden 't West. Vraage na de Poolshoogte en Zons Declinatie? *Antw.* 52. 20 en 20. 31 Noordelyk.

551. Men heeft eens in de Zomer aangemerkt dat de Zon 3 Uuren 7 Minuten na haar opgang juyst in 't Oost stond. Wanneer de Dag op die Plaats toen 15 Uuren 44 Minuten lang was, is de vraag na de Poolshoogte aldaar, als ook na de Zons Declinatie? *Antw.* 50. 23½ Poolshoogte en 21. 14 Declinatie. Noordelyk.

Voorgesteld door de Heer *Johan Götsche*, Schryf en Rekenmeester te *Jtzehoe*.

Figuur 53. Substraheer de halve Dagslengte, zynde 7 Uuren 52 Minuten, van 12 Uuren, rest 4 Uuren 8 Minuten; hier toe geaddeert 3 Uuren 7 Minuten zynde de Zons opgang, komt 7 Uuren 15 Minuten de tyd toen de Zon in 't Oosten was: hier af 6 Uuren, rest 1 Uur 15 Minuten, doende 18. 45, wiens *Sinus* is 32144 zynde EB. Substraheer ook 4 Uuren 8 Minuten van 6 Uuren, rest 1 Uur 52 Minuten, doende 28 Graaden, wiens *Sinus* is 46947 zynde AE. Nu is ADB een regthoekige *Triangel*, en

en DE is midden evenredig tusschen AE en BE, overzulks multipliceer AE 46947 met EB 32144, en trekt uyt het product de vierkante wortel, komt 38847 voor DE. KE als *Radius* van de gestippelde Cirkel is 100000. Daar door vind men in de regthoekige Triangel KED de schuynze KD 107280, deze is de *Radius* van de groote Cirkel. Zegt nu;

KD 107280—DE 38847—*Radius* KE 100000.

komt voor DE in de *Rede* des grootsten *Radius* 36211 zynde *Sinus* van 21. 14 de Zons Noorder Declinatie.

Zegt verder;

FD 46947—AF 38847—*Radius* DG 100000.

komt voor HG 82746½ zynde *Tangens* van 39. 36½, wiens *complement* is 50. 23½ de begeerde Poolshoogte.

52. Gegeven zynde de Zons Middagshoogte 56. 47. en daar na in de Streek Zuyd West ten Westen haar hoogte 45. 55. Hier door begeert men te vinden de Poolshoogte en de Zons Declinatie.

Antw. de Poolshoogte 53. 45. en de Declinatie 20. 32 Noordelyk.

53. Op een Plaats word des Namiddags te 2 Uuren de Zons hoogte boven den *Horizont* bevonden 34. 46½, en haar hoogte te 4 Uuren is 16. 5.

 Vraage

Vraage na de Poolshoogte en de Zons Declinatie? *Antw.* 34. 50. Noord Poolshoogte, en 12. 30 de Zons Zuyder Declinatie.

554. Des Morgens te 6 Uuren heeft men de Zons hoogte bevonden 16. 20, en daar na in de Streek Zuyd-Oost ten Oosten was de Zons hoogte 45. 55. Vraage als vooren? *Antw.* Poolshoogte 53. 38, en Declinatie 20. 26⅓ Noordelyk.

555. Een zeker Ster werd aan den *Meridiaan* geobzerveerd en haar hoogte bevonden 63. 20: daar op word aan een accuraat Horologie bespeurt dat deze Ster over 4 Uuren 36⅔ Minuut net in 't Westen komt. *Facit* Poolshoogte 48 43, en Declinatie des Sters 22. 3 Noordelyk.

556. De Zon gaat des Morgens te 4 Uuren op, en des Voormiddags te 9 Uuren is haar hoogte boven den *Horizont* 42. 12. *Facit* Poolshoogte 53. 38, en Declinatie 20. 13 Noordelyk.

557. De Zon wierde eens des Morgens te 6 Uuren 16. 15 hoog boven den *Horizont* geobzerveert, en daar na te 7 Uuren 6 Minuten was de Zon regt in 't Oost. *Facit* Poolshoogte 52. 48, en Decli-

Declinatie 20. 34. Noordelyk.

558. De Zon ging eens op een Plaats 33. 48 benoorden 't Oost op, en te 7 Uuren 12 Minuten wasze regt in 't Oost. *Facit* Poolshoogte 59. 39, en Declinatie 20. 39. Noordelyk.

559. Van een zeker Ster is de hoogte aan den *Meridiaan* tweemaal zoo veel als haar hoogte in 't West, en de Streek daar deze Ster onder gaat is 54. 50⅓ benoorden 't West. *Facit* Poolshoogte 63. 59⅔, en Declinatie 21. 0⅓ Noordelyk.

560. Een ander Ster heeft men des Avonds te 8 Uuren 30 Minuten aan den *Meridiaan* bespeurt: des Morgens te 2 Uuren 30 Minuten was haar hoogte 16 Graaden, en haar ondergang was 35. 6 benoorden 't West. Vraage da de Sters Declinatie en Poolshoogte van de Plaats? *Antw.* Declinatie 20.7 Noordelyk. Poolshoogte 53.15½. Of Declinatie 27. 26 Noordelyk. Poolshoogte 36. 44½.

561. Een zeker Ster gaat des Avonds te 7 Uuren 56 Minuten op: te 11 Uuren 5 Minuten staatze in 't Oost, en des Morgens te 4 Uuren isze net in 't Zuyden. *Facit* Poolshoogte 53. 36.

Declinatie 20. 47 Noordelyk.

562. Een Schipper legt op een onbekende Plaats met zyn Schip ten Anker; bevind dat de Ster *Aldebaran* of 't Zuydelykste Stiers-oog (wiens Noorder Declinatie toen ter tyd was 15. 54) zoo veel benoorden 't Oost opging alsze aan den *Meridiaan* van 't Top af stond. Hier door begeert hy de Poolshoogte te vinden. *Facit* of 35. 35 of 70. 19 Noord Poolshoogte.

563. Men heeft eens een Ster des Avonds te 8 Uuren aan den *Meridiaan* bevonden: te 10 Uuren was de Sters *Azimuth* bewesten 't Zuyden 47 Graaden, en drievierde uur na Middernagt was deze Ster in 't West. De vraage is hoe hoog dezelve Ster op die Plaats aan den *Meridiaan* boven den *Horizont* stond? *Antw.* 59. 9.

564. Een Schipper bevond zig aan een zeker Plaats in Oostindien alwaar de Noord Poolshoogte net zoo veel Graaden hield als toen ter tyd de Zons Zuyder Declinatie was, en bevond dat de Zon juyst te halfzeszen onderging. *Facit* de Noord Poolshoogte is zoo wel als de Zons Zuyder Declinatie 19. 52.

565. Op een Plaats daar de Noord Poolshoogte net zoo veel Graaden houd als toen ter tyd de Zons Zuyder Declinatie was, ging de Zon 25 Graaden

den bezuyden 't West onder. *Facit* 22. 55 Zuyder Declinatie en Noord Poolshoogte.

566. Op nog een onbekende Plaats ging de Zon eens des Avonds quartier na vyven onder, en wel net zoo veel Graaden bezuyden 't West als op dezelve Plaats de Noord Poolshoogte was.

Facit de Noord Poolshoogte 25°. 7', en de Zons Zuyder Declinatie 22. 36.

567. Een Stuurman met zyn Schip aan een onbekende Plaats zynde, juyst op dien Dag als de Zon in 't begin van de *Schaal* en dus in de *Evenaar* was, wilde gaarn de Poolshoogte van deze Plaats weten, maar doordien de Zon op de Middag met Wolken bedekt was waar door hy haar Middagshoogte niet konde nemen, zoo wagte hy eenige tyd tot dat de Lugt opklaarde, en bevond met zyn Instrument de Zonshoogte boven de *Horizont* 46°. 2'. Twee Uuren daar na nam hy wederom hoogte, en bevond dezelve 21°. 13'. De vraag is hoe men hier door de Poolshoogte, en ook de tyd toen telkens de Zonshoogte genomen is, kan vinden? *Antw.* de Poolshoogte 27°. 10½', zoo wel Zuyd als Noordelyk: de tyd der observatie was te 2 Uuren 24 Minuten en te 4 Uuren 24 Minuten.

568. Toen de Zon in 't begin van de *Ram* was daar ze geen Declinatie had, wierd dezelve des

Morgens te 7 Uuren 36 Minuten eenige Graaden hoog boven den *Horizont* bevonden: daar na te 9 Uuren 36 Minuten was haar hoogte 24. 49 meer dan te vooren. De vraag is na de Poolshoogte? *Antw.* 27. 10 200 wel Zuyd als Noordelyk.

569. Op een Plaats gaat de Zon des Avonds te 8 Uuren onder, en dat tweemaal zoo veel Graaden benoorden het West als toen ter tyd haar Declinatie was. Vraage na de Poolshoogte en Zons Declinatie? *Antw.* Poolshoogte 58. 28, en Declinatie 17. 3½ Noordelyk.

570. Op een Nademiddag wierde op een effen Vlak een Stok Perpendiculair in de Aarde gestoken wiens lengte boven de Aarde was 10 Duymen: de lengte van de Zons-schaduwe was $69\frac{48}{100}$ Duym: over 2½ Uur daar na was de Schaduwe $125\frac{55}{100}$ Duym lang, en wederom na 2 Uuren tyd was dezelve lang $261\frac{13}{100}$ Duym. Hier door begeert men te vinden de Poolshoogte en Zons Declinatie. *Facit* Poolshoogte 53. 36, en Declinatie 20. 45 Noordelyk; de tyd der eerste obzervatie was te 1 Uur na de Middag.

571. Anno 1712, in de Lente, toen de Zon reeds voorby den *Evenaar* was, is op de Poolshoogte van 53. 36 in een regt opstaande Muur die van 't Zuyden na het Oosten afweek, een Styl van

van 10 Duymen regthoekig geslagen, waar door men bespeurde dat de lengte van de Zons-schaduwe wanneerze van de Wyzer loodregt nederviel was $11\frac{4}{10}$ Duym: eenige tyd daar na was dezelve lang $21\frac{4}{10}$ Duym, en de wytte tusschen beyde Schaduuws eynden was $16\frac{32}{100}$ Duym. Hier door begeert men te vinden de afwyking van de Muur, de dag van 't Jaar, en 't Uur wanneer ieder Schaduuw waargenomen is. *Facit* De Muur week van 't Zuyden na het Oosten 22° 30', de Dag was de 2de May &c.

572. Men steld tot een *Astronomische Speculatie* dat op zeker Plaats daar de Poolshoogte is 71° 40' en de Zons N. Declinatie 21° 20', iemand drie Stokken perpendiculair in de Aarde wilde steken, daar van de Stok A boven de Aarde uytsteekt 9, B 7 en C 4 Voeten. Deze Stokken begeert men zoodanig te zetten dat de Zons-schaduwe van al de drie stokken in een punct te samen komen, en dat dit punct van de bovenste eynden der drie Stokken even ver af is. Wanneer op de Namiddag de Stok A gezet wierde als de Zon 33° 30' hoog is, zoo is de vraag hoe hoog de Zon boven den Horizont moet zyn wanneer men de Stok B en C zet? ook hoe ver de drie Stokken van elkander moeten staan? *Antw.* de Zonshoogte in B 25° 25' en in C 14° 12'. De drie Stokken moeten staan A van B 7.123, B van C 9.058, en C van A 13.491 Voet.

Hieruyt is het volgende konstig *Problema*, doch eenigzints verandert, geformeert.

573. Anno 1716 in de Lente op een na de Middag stak men op een zeker Plaats drie Stokken perpendiculaar in de Aarde. De Stok A stond boven de Aarde 9. B 7 en C 4 Voeten; de wyte tusschen A en B was $7\frac{1}{2}$, tusschen B en C $9\frac{1}{2}$, en tusschen C en A $16\frac{3}{10}$ Voet. Men heeft bevonden dat de Zons-schaduwe van alle drie Stokken juyst in een punct te samen kwamen, namentlyk dat de eynden door eene punct gingen, en dat dit punct van de bovenste eynden der drie Stokken evenver af was. Vraage na de Dag van 't Jaar? in wat Uur de Schaduuw van ieder Stok in 't punct kwam? als ook na de Poolshoogte van de Plaats? *Antw.* de Dag was de 19 May, de tyd van A was na de Middag te 2 Uuren 59 Minuten, van B 4 Uuren $50\frac{7}{10}$ Minuet, van C 7 Uuren $14\frac{7}{10}$ Minuet, en de Poolshoogte 72. $27\frac{5}{8}$.

Astronomisch Besluyt-Exempel.

574. Wanneer in de Lente van 't Jaar 1717 in een van 't Zuyden na 't Westen afwykende, doch regt opstaande Muur een Styl van duyzent Deelen, na de Nieuwste Duymstokken gerekent, regthoekig met den *Horizont* parallel geslagen was, en men bevond de lengte van de Zons-schaduwe $4545\frac{43}{100}$ Deelen: over eenige tyd daar na $1818\frac{24}{100}$ Deelen, en wederom na eenige tyd was de genoemde Schaduuw lang $1096\frac{26}{100}$: van 't eyn-

't eynde des eersten tot het eynde des tweeden Schaduuws was $2832\frac{33}{100}$, en van 't eynde des tweeden tot het eynde des derden Schaduuws $970\frac{28}{100}$ Deelen. De Noord Poolshoogte van de Plaats was 53. 37. Vraage op wat Dag van 't Jaar dit geschied is? hoe veel de Muur van 't Zuyden na 't West afweek? en in welke Uuren de drie Schaduwen zyn waargenomen.

Wil iemand met zyn Geesten hoogen Hemel klimmen,
De Tel *en* Meetkonst *tilt en voert hem uyt de Kimmen*
Op haare Vleugelen, en wyst Wiskundig aan
De waare stand en loop der Sterren, Zon en Maan.

Ten algemeene Besluyt.

Vind 16 heele getallen van ongelyke groote, en zet dezelve in een Vierkant van viermaal vier Ruyten, zoodanig, wanneer men ieder Rei op of nederwaarts, van de eene zyde tot de ander, en overhoeks addeert, dat de 10 sommen in een *Arithmetische Progres* staan, en zoo men dezelve addeert dat het Jaar 1720 daar uyt komt. (*a*)

(*a*) Den wel ervaaren Wiskunstenaar *Pieter Kärman* Burgermeester in de Ryp heeft dit *Algemeen Besluyt* aldus beantwoord my ter hand gestelt; Dit Voorstel, zegt hy, laat honderden van Antwoorden toe die gemakkelyk konnen gevon-

Hier heeft men nu het geen ik de Liefhebbers van de Konst na myn kleyn vermogen als een *Confituur* voor den Geest dagt voor te zetten, en 't zal my zeer aangenaam zyn wanneer het hun eenigermaaten tot vermaak en vergenoe-

ging

---

gevonden worden, waar van ik 'er twee tot een staaltje geef; het eene met 't kleynste en het ander met 't grootste verschil in de Progres.

28	31	70	34	163
40	38	39	48	165
47	46	49	37	179
52	54	17	58	181
171 167	169	175	177	173

1	2	3	4	10
10	11	12	13	46
160	83	48	7	298
91	130	19	94	334
190 261	226	82	118	154

Men kan dit Voorstel oplöszen met 'er een conditie meer by te voegen, namentlyk als men het begeerde opgevuld te hebben met een *Arithmetische Progres* van heele getallen, en dan zoude het zoo veel Antwoorden niet toelaten, waar van ik 'er hier drie zal stellen.

N°. 1.

ging daag verstrekken. Doch de Konst is eyndeloos, en men kan nooit haar diepte peylen, veel min de ryke voorraat geheel uytputten, want

N°. 1.

36	32	40	28
42	34	38	30
54	50	58	46
52	44	56	48

N°. 2.

70	62	26	18
66	22	50	54
38	42	46	58
34	74	14	30

N°. 3.

29	21	37	13
41	25	33	17
65	57	73	49
61	45	69	53

In N°. 1 heeft men de Progres gesteld van 28. 30. 32 &c.
In N°. 2 die van 14. 18. 22 &c.
In N°. 3 die van 13. 17. 21 &c. en de Progres die de 10 Reyen uyt maaken zyn van N°. 1 en 2 (wiens som 1726 is) 136. 144. 152 &c. en van N°. 3, 100. 116. 132 &c.

Hier was door *Karman* nog een Antwoord by gedaan op de konstige Slotquestie van 't *Zahlen Spiel* door de Heer *Nicolaus Rohlfs* Mathematicus te *Boxtehoede* A°. 1743 uytgegeven, welke Questie aldus luyd;

Hoe maakt men een vierkant Tafeltjes van 4 maal 4 perken door middel van een *Arithmetische Progres welker verschil 4 is*, zoodanig, dat uyt de Reye door additie na beneden toe, zyd-

want al wat men daar van kan voortbrengen is 'er slegts een deel van. De gaven zyn ook onderscheyden en de vindingen ongelyk, dienvolgens zullen de werkzame Kunstenaars ook wel iets

zydwaarts, en overhoeks eene *verdubbelde Arithmetische Progres* van 10 Leden voortkomt, en alsze tot elkander vergaart zyn, het Jaargetal 1735 voortbrengen.

Dit Voorstel laat 's Antwoorden toe die alle een byzondere Progres in het vierkant hebben, en egter de 10 Leden 1735 uyttellen; maar om alles te bekorten zullen wy 'er twee van opgeven, waar van in de eene geplaast zyn de getallen van 11⅜. 15⅜. 19⅜. &c. en in de ander de getallen van 12⅜. 16⅜. 20⅜ &c. het verschil is telkens 4, en de 10 Leden in beyde 137⅜ 145⅜. 153⅜ &c. wiens verschil 8 is, zynde het dubbel van 4 volgens de opgave; de som is 1735 na den eysch.

71⅜	15⅜	23⅜	27⅜
11⅜	63⅜	67⅜	35⅜
59⅜	55⅜	31⅜	39⅜
51⅜	19⅜	47⅜	43⅜

56⅜	72⅜	12⅜	52⅜
28⅜	40⅜	44⅜	48⅜
32⅜	36⅜	64⅜	20⅜
68⅜	60⅜	24⅜	16⅜

De

iets van hunnen voorraat en uytgezogte vindingen de Wereld mede deelen, waar door de Konst mag bevordert en verder uytgebreyd worden.

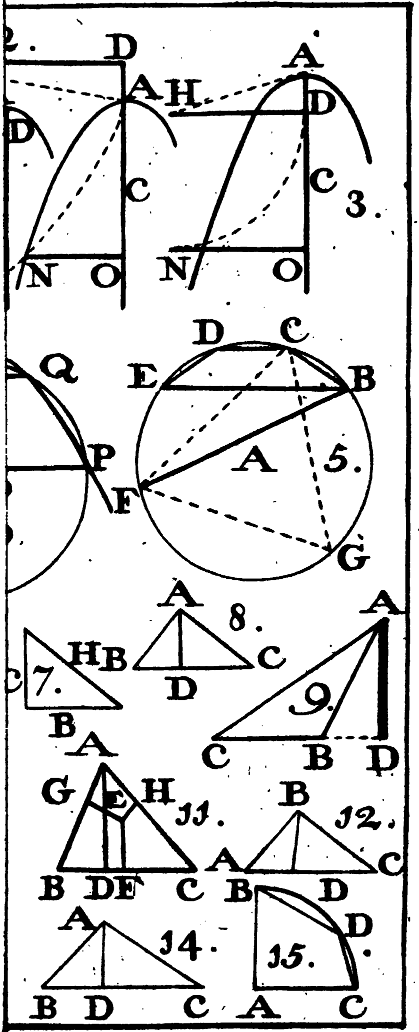
E Y N D E.

De overgelaaten drie andere Progressen die 'er in geplaast konnen worden zyn

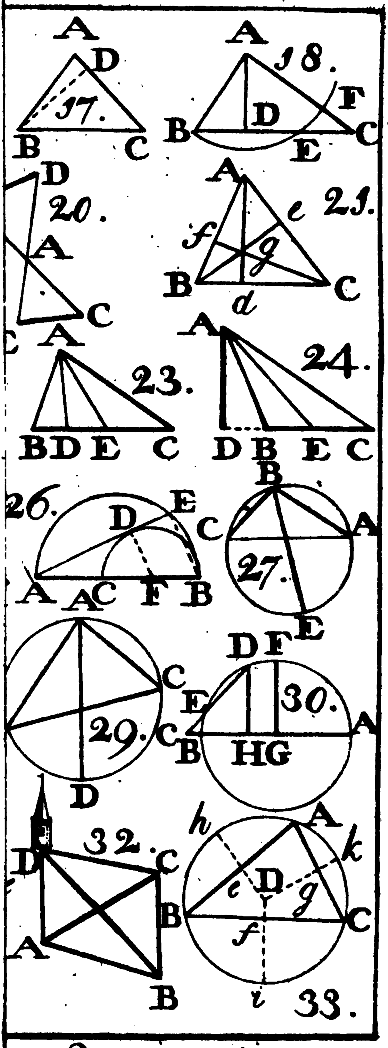
$13\frac{3}{8}$.	$17\frac{3}{8}$.	$21\frac{3}{8}$.	&c.
$14\frac{3}{8}$.	$18\frac{3}{8}$.	$22\frac{3}{8}$	&c.
$15\frac{3}{8}$.	$19\frac{3}{8}$.	$23\frac{3}{8}$	&c.

Van ieder kan men door verzetting der Reyen en haar Complementen 8 byzondere maaken, zonder de standverwisseling (die geen nieuwe geeft.) Dus zal men 40 Antwoorden uyt deze 5 bekomen.

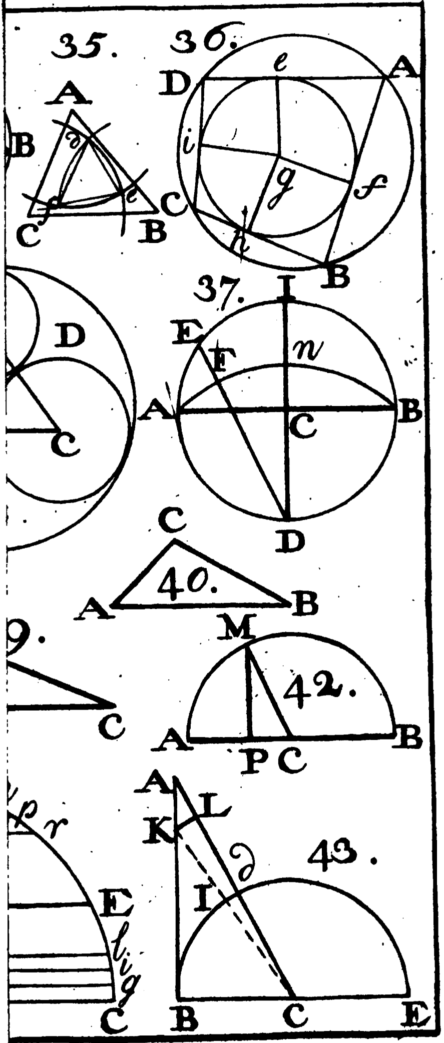
Ik heb in navolging van de oude Romeynen dit laatste by wyze van een *Apophoreta* hier by gevoegt; dus noemdenze, schoon met eene Griekische benaming, het gene na het eyndigen van de Maaltyd de Gasten mede na Huys wierde gegeven, of ook wel het geenze hunnen Vrienden van Tafel voor een lekkerny thuys zonden.


2.
D
A
D
C
N
O
H
A
D
C
3.
N
O
Q
P
F
D
C
E
B
A
5.
F
G
A
8.
HB
C
D
C
7.
B
A
9.
C
B
D
A
G
E
H
11.
B
DE
C
B
12.
A
C
B
D
A
14.
B
D
C
D
15.
A
C

1.


A D B C 17.
A 18. F D B C E
D 20. A C C
A e 21. f g B C d
A 23. B D E C
A 24. D B E C
26. E D C A A C F B
B C A 27. E
A C 29. C D
D F E 30. A C B H G
32. D C B A B
h A k D e g B C f i 33.

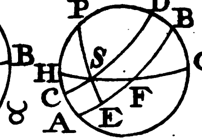
2.



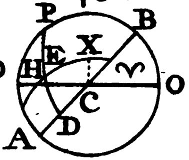
3.

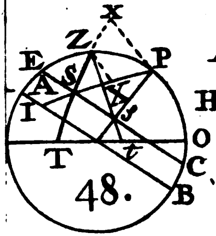
UNIV. OF MICH.

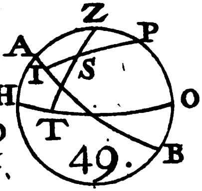
45.

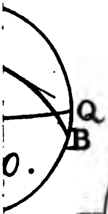


46.

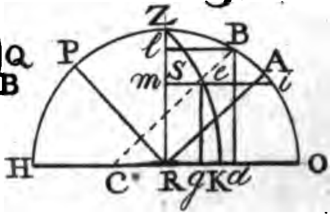


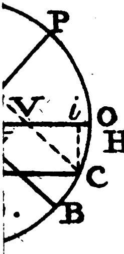


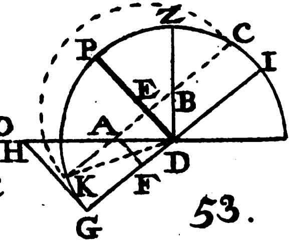




51.







4.

UNIV. OF MICH.